**1.** $-3a-2<-3b-2$일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a<b$
② $-3a>-3b$
③ $5a-3>5b-3$
④ $3-a>3-b$
⑤ $\frac{a}{3}<\frac{b}{3}$

해설

$-3a-2<-3b-2 \cdots$ ㉠
(㉠ $+2$) $\div(-3)$ 하면, $a>b$ 이다.
따라서 만족하는 식은 $5a-3>5b-3$

**2.** $1 \le x \le 8,\ 2 \le y \le 5$일 때, $x - y$의 값의 범위는?

① $-9 \le x - y \le 10$
② $-4 \le x - y \le 6$
③ $-3 \le x - y \le 4$
④ $2 \le x - y \le 40$
⑤ $3 \le x - y \le 13$

해설
$1 - 5 \le x - y \le 8 - 2$

**3.** 부등식 $3x+2 \geq 8$을 풀면?

① $x \geq -2$ ② $x \geq -1$ ③ $x \geq -\frac{1}{2}$
④ $x \geq \frac{3}{2}$ ⑤ $x \geq 2$

해설
$3x+2 \geq 8,\ 3x \geq 6\ \therefore x \geq 2$

**4.** 두 실수 $a$, $b$에 대하여 부등식 $ax > b$의 해가 $x < -2$ 일 때, 부등식 $bx > 2a + 4b$의 해는?

① $x > 0$　② $x > 1$　③ $x > 2$　④ $x > 3$　⑤ $x > 4$

해설

부등식 $ax > b$의 해가 $x < -2$로 부등호의 방향이 바뀌었으므로

$a < 0$

이때, $x < \frac{b}{a}$에서 $\frac{b}{a} = -2 \therefore b = -2a$

따라서 $bx > 2a + 4b$ 에서 $b = -2a$ 를 대입하면

$-2ax > 2a + 4 \cdot (-2a)$

$-2ax > -6a$

$a < 0$에서 $-2a > 0$이므로

$x > \frac{-6a}{-2a} \therefore x > 3$

**5.** $x$가 정수일 때, $|x-2| \le 5, x < 3$ 를 동시에 만족하는 $x$의 값을 모두 더하면?

① $-7$ ② $-5$ ③ $-3$ ④ $-1$ ⑤ $0$

해설

$|x-2| \le 5 \leftrightarrow -3 \le x \le 7$

$x$는 $-3 \le x < 3$인 정수

$-3, \ -2, \ -1, \ 0, \ 1, \ 2$

**6.** 부등식 $|2x-1| \geq 3$을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$
② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$
③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$
④ $x < 1$ 또는 $x > 2$
⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x-1| \geq 3$에서
$2x-1 \leq -3$ 또는 $2x-1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

**7.** 다음 이차연립부등식을 만족하는 실수 $x$의 값의 범위는?

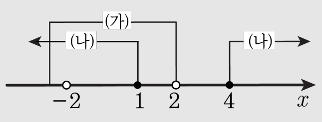
$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 5x + 4 \quad \geq 0 \end{cases}$$

① $x \leq -3$ ② $-2 < x \leq 1$ ③ $-1 \leq x < 2$
④ $0 < x \leq 2$ ⑤ $x > 3$

해설

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0, (x+2)(x-2) < 0 \\ \therefore -2 < x < 2 \cdots \text{(가)} \\ x^2 - 5x + 4 \geq 0, \\ x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq \cdots \text{(나)} \end{cases}$$

따라서 (가), (나)의 공통 범위를 구하면
$-2 < x \leq 1$이다.



**8.** 연립부등식 $\begin{cases} x-1>2x-3 \\ x^2 \le x+2 \end{cases}$ 의 해는?

① $x \le -1$　② $-1 \le x < 1$　③ $-1 \le x < 2$
④ $1 < x < 2$　⑤ $2 \le x < 4$

해설

$x-1>2x-3$에서 $-x>-2$
$\therefore x<2 \cdots$ ㈎
$x^2 \le x+2$에서 $x^2-x-2 \le 0$
$\therefore -1 \le x \le 2 \cdots$ ㈏
따라서 ㈎, ㈏의 공통 범위를 구하면
$-1 \le x < 2$이다.

**9.** 부등식 $|x+1|+|x-1| \geq 4$의 해는 $x \leq a$ 또는 $x \geq b$이다. $a+b$의 값은?

① $-2$　② $-1$　③ $0$　④ $1$　⑤ $2$

해설

(ⅰ) $x < -1$

$-(x+1)-(x-1) \geq 4,\ x \leq -2$

(ⅱ) $-1 \leq x < 1$

$x+1-(x-1) \geq 4$

$2 \geq 4$ (성립 안함)

(ⅲ) $x \geq 1$

$x+1+x-1 \geq 4$

$x \geq 2$

(ⅰ), (ⅲ)을 합하면 $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

$\therefore\ a+b=0$

**10.** 부등식 $|x-1|+|x-3|<6$ 의 해와 같은 해를 갖는 이차부등식으로 옳은 것은?

① $x^2-4x-5<0$　　② $x^2-4x+3<0$

③ $x^2-6x+5<0$　　④ $x^2-4x+3\leqq 0$

⑤ $x^2-8x+15\leqq 0$

해설

(ⅰ) $x<1$일 때, $-x+1-x+3<6$

$x>-1$ $\therefore -1<x<1$

(ⅱ) $1\le x<3$일 때, $x-1-x+3<6$

$2<6$ $\therefore 1\le x<3$

(ⅲ) $x\ge 3$일 때, $x-1+x-3<6$

$x<5$ $\therefore 3\le x<5$

$\therefore -1<x<5$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-5)<0,\ x^2-4x-5<0$

**11.** 이차부등식 $x^2-6x+9\geq 0$의 해를 구하면?

① 해가 없다
② $x=3$
③ $x\neq 3$인 모든실수
④ $-3<x<3$
⑤ 모든 실수

해설

$(x-3)^2\geq 0$, $(\text{실수})^2\geq 0$이므로
$\therefore$ ⑤ 모든실수

**12.** 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \le 0$의 해를 구하면?

① $x \ge 3$ 또는 $x \le -3$
② $x$는 모든 실수
③ $x \ne 3$인 모든 실수
④ $x = 3$
⑤ 해가 없다

해설

$x^2 - 6x + 9 \le 0$
$(x-3)^2 \le 0$
$\Rightarrow x = 3$

**13.** 이차부등식 $x^2+2ax+4a+5>0$이 모든 실수 $x$에 대하여 항상 성립할 때 이를 만족하는 정수 $a$의 값이 아닌 것은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

이차부등식 $x^2+2ax+4a+5>0$
이 모든 실수 $x$에 대하여 항상 성립하므로
$\frac{D}{4}=a^2-(4a+5)<0$
$a^2-4a-5<0$, $(a-5)(a+1)<0$
$\therefore -1<a<5$
따라서 정수 $a$는 0, 1, 2, 3, 4이다.

**14.** 모든 실수 $x$에 대하여 부등식 $(m+2)x^2 - 2(m+2)x + 4 > 0$이 항상 성립하도록 할 때, 상수 $m$의 값의 범위에 속한 정수의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

모든 실수 $x$에 대하여 성립하기 위해서는
$m \geq -2$
$D/4 = (m+2)^2 - 4(m+2) < 0$이므로
$m^2 + 4m + 4 - 4m - 8 = m^2 - 4 < 0$
따라서 $-2 \leq m < 2$이므로
만족하는 정수 $m$의 개수는
$-2,\ -1,\ 0,\ 1$의 4개

**15.** 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx + a > 0$ 의 해는?

① $x < -\frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > -\frac{1}{\beta}$

② $x < -\frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$

③ $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$

④ $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$

⑤ $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이므로
$a < 0$ 이다. 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 이고
이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x-\alpha)(x-\beta) < 0$
양변에 $a$ 를 곱하면

$a(x-\alpha)(x-\beta) > 0$

$ax^2 - a(\alpha+\beta)x + a\alpha\beta > 0$

$\therefore\ b = -a(\alpha+\beta),\ c = a\alpha\beta$

따라서 $cx^2 - bx + a > 0$ 에 대입하면

$a\alpha\beta x^2 + a(\alpha+\beta)x + a > 0$

$\alpha\beta x^2 + (\alpha+\beta)x + 1 < 0$

$(\alpha x + 1)(\beta x + 1) < 0$

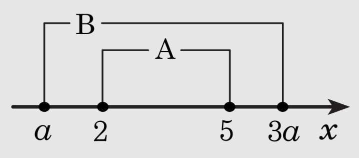
$\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$ $(\because 0 < \alpha < \beta)$

**16.** 양의 실수 $a$에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$을 만족할 때, $a$의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$　② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$　③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$　⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$-x^2 + 7x - 10 \geq 0$
$x^2 - 7x + 10 \leq 0$
$(x-2)(x-5) \leq 0$
$2 \leq x \leq 5$
$x^2 - 4ax + 3a^2 \leq 0$
$(x-a)(x-3a) \leq 0$
$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$
㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로




따라서 $a \leq 2,\ 3a \geq 5$이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

**17.** 다음 이차부등식 중 해가 존재하지 않는 것은?

① $2x^2 - 6x + 1 \le 0$　　② $x^2 - 2x - 3 < 0$

③ $x^2 - x + 1 > 0$　　④ $x^2 - 6x + 9 > 0$

⑤ $4x^2 - 4x + 1 < 0$

해설

① $(x - \frac{3-\sqrt{7}}{2})(x - \frac{3+\sqrt{7}}{2}) \le 0$

$\Rightarrow \frac{3-\sqrt{7}}{2} \le x \le \frac{3+\sqrt{7}}{2}$

② $(x+1)(x-3) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3$

③ $(x - \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow x$ 는 모든 실수

④ $(x-3)^2 > 0 \Rightarrow x \ne 3$ 인 모든 실수

⑤ $(2x-1)^2 < 0 \Rightarrow$ 해는 없다

**18.** $x$에 대한 부등식 $x(x+1) < a(x+1)-1$의 해가 존재하지 않을 때, 실수 $a$의 범위는?

① $a \leq -3$ 또는 $a \geq 1$

② $-3 \leq a \leq 1$

③ $a < -3$ 또는 $a > 1$

④ $-3 < a < 1$

⑤ $-1 \leq a \leq 3$

해설

$x(x+1) < a(x+1)-1$을 전개하여 이항하면 $x^2+(1-a)x-a+1 < 0$ 이차항의 계수가 양수이므로 판별식 $D \leq 0$이면 부등식의 해가 없다.

$D = (1-a)^2 + 4(a-1) \leq 0$

$(a-1)(a+3) \leq 0$

$\therefore\ -3 \leq a \leq 1$

**19.** 부등식 $\left(x+\frac{1}{x}\right)(x^2-|x|-2)\le 0$ 을 풀면?

① $0<x\le 1$ 또는 $x\le -2$
② $0<x\le 1$ 또는 $x\le -1$
③ $0<x\le 2$ 또는 $x\le -1$
④ $0<x\le 2$ 또는 $x\le -2$
⑤ $0<x\le 2$ 또는 $x\le 0$

해설

① $x>0$ 이면 $|x|=x,\ x+\frac{1}{x}>0$ 이므로
$x^2-x-2\le 0 \ \rightarrow\ (x-2)(x+1)\le 0$
$\therefore\ -1\le x\le 2$
$\therefore\ 0<x\le 2\ (\because\ x>0)$
② $x<0$ 이면 $|x|=-x,\ x+\frac{1}{x}<0$ 이므로
$x^2+x-2\ge 0\ \rightarrow\ (x-1)(x+2)\ge 0$
$\therefore\ x\le -2,\ x\ge 1$
$\therefore\ x\le -2\ (\because\ x<0)$
①, ②에서 $0<x\le 2,\ x\le -2$

**20.** 부등식 $ax^2+bx+c>0$의 해가 $-3<x<2$일 때, $bx^2-ax+c<0$의 해를 구하면 $x<\alpha,\ x>\beta$이다. $2\alpha+\beta$의 값을 구하면?

① 1　　② $-1$　　③ 2　　④ $-2$　　⑤ 3

해설

$-3<x<2 \Leftrightarrow (x-2)(x+3)<0$

$\Leftrightarrow x^2+x-6<0$

$\therefore\ -x^2-x+6>0 \cdots\cdots$ ①

①의 좌변과 $ax^2+bx+c$의 각 항의 계수의 비가 일정해야 하므로 같게 놓아도 무방하다.

$\therefore\ a=-1,\ b=-1,\ c=6$

이것을 $bx^2-ax+c<0$에 대입하면

$-x^2+x+6<0$

$\therefore\ x^2-x-6>0 \quad (x+2)(x-3)>0$

$\therefore\ x<-2$ 또는 $x>3$

$\therefore\ \alpha=-2,\ \beta=3 \quad \therefore\ 2\alpha+\beta=-1$

**21.** $0 < x < 1$ 인 모든 $x$ 에 대하여 항상 $x^2 - 3 \le (a-1)x$ 가 성립할 때, 실수의 상수 $a$ 의 범위를 구하면?

① $a = -1$ ② $a > -1$ ③ $a \ge -1$
④ $a < -1$ ⑤ $a \le -1$

해설
$f(x) = x^2 - (a-1)x - 3$ 이라 두어,
$0 < x < 1$ 에서 $f(x) \le 0$ 되도록 하자.
$f(0) \le 0$ 그리고 $f(1) \le 0$ 이면 된다.
그런데, $f(0) = -3$ 이므로
$f(1) = 1 - (a-1) - 3 \le 0$ 에서 $a \ge -1$

**22.** 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x \le 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $2 < x \le 5$이 되도록 $a$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

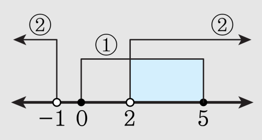
첫 번째 부등식을 풀면 $x^2 - 5x = x(x-5) \le 0$

$\therefore 0 \le x \le 5 \cdots\cdots$ ①

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$\therefore x < -1, x > a \cdots\cdots$ ②

①, ②를 동시에 만족하는 해가 $2 < x \le 5$ 이므로 $a$의 값은 2이다.



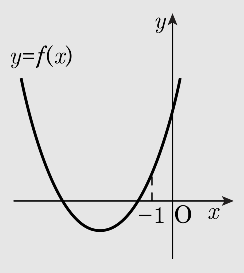
**23.** $x$ 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 $-1$ 보다 작을 때, 정수 $k$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면
방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 $-1$ 보다 작으므로




( i ) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6-k) > 0$ 에서
$k^2 + k - 6 > 0,\ (k+3)(k-2) > 0$
$\therefore\ k < -3$ 또는 $k > 2$

( ii ) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{-2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$
이상에서 $-7 < k < -3$
따라서 정수 $k$ 는 $-6,\ -5,\ -4$ 의 3 개다.

**24.** $1 < x < 3$ 에서 $x$ 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 $a$ 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

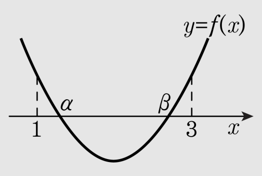
▶ 답:

▷ 정답: 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.




( i ) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 $D$ 라 하면

$D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a+4)(a-4) > 0$

$\therefore\ a < -4$ 또는 $a > 4$

( ii ) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \frac{13}{3}$

$\therefore\ a < \frac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$x = \frac{a}{2}$ 이므로 $1 < \frac{a}{2} < 3$

$\therefore\ 2 < a < 6$

( i ), ( ii ), (iii) 에서 $a$ 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4,\ \beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

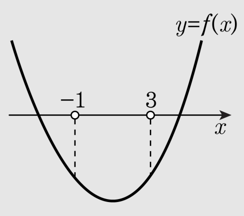
**25.** $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 $x$에 대하여 이차부등식 $x^2+2(k-1)x+3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 $k$의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3$

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.
$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 $x$에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \le 0$, $f(3) \le 0$ 이어야 한다.




( i ) $f(-1) \le 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1)\cdot(-1) + 3k \le 0$, $k + 3 \le 0$
$\therefore k \le -3$
( ii ) $f(3) \le 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1)\cdot 3 + 3k \le 0$, $9k + 3 \le 0$
$\therefore k \le -\frac{1}{3}$
( i ), ( ii ) 에서 $k \le -3$
따라서, 실수 $k$의 최댓값은 $-3$이다.