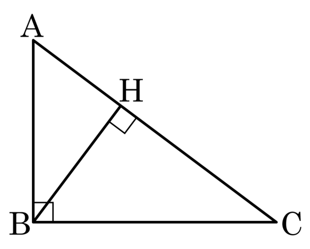
1. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BH}\perp\overline{AC}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{BH} = 4.8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

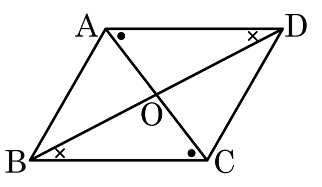
$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}$ 또는 $\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BH}$ 이다.

$\frac{1}{2}\times 6\times 8 = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times 4.8$

$\therefore\ \overline{AC} = 10\text{cm}$

외접원의 지름의 길이는 직각삼각형의 빗변의 길이와 같으므로 외접원의 지름의 길이는 10cm 이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] $\boxed{}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

② □ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

③ □ABCD에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

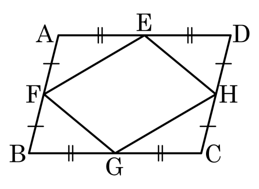
④ □ABCD에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

⑤ □ABCD에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{AD}$, $\overline{CD} \,/\!/\, \overline{BC}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$를 가정하여 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$를 증명하는 과정이다.

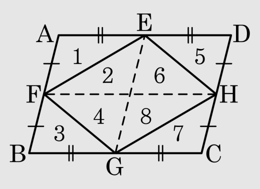
3. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. 각 변의 중점 E, F, G, H 를 연결하여 만든 □EFGH 의 넓이가 24 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 48

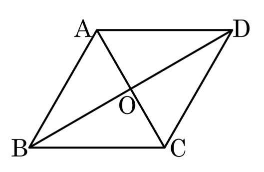
해설



그림과 같이 보조선을 이어서 보면 1과 2, 3과 4 , 5와 6, 7과 8 의 넓이가 같다.

$\therefore$ □ABCD $= 2 \times 24 = 48$

4. 다음 그림의 □ABCD 가 항상 평행사변형이 되기 위한 조건으로 옳지 <u>않은</u> 것을 보기에서 골라라.



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 6\,\text{cm}$

㉡ $\angle A = 110°$, $\angle B = 70°$, $\angle D = 70°$

㉢ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ (단, 점 O는 두 대각선의 교점)

㉣ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 4\,\text{cm}$

㉤ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

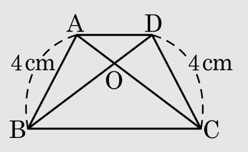
해설

㉠ 두 쌍의 대변의 길이는 같으므로 평행사변형이 된다.

㉡ 사각형의 내각의 합은 360° 이므로 $\angle C = 110°$ 이다. 두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.

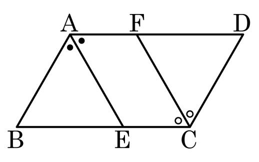
㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.

㉣ (반례) 등변사다리꼴



㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.

5. 다음 그림의 평행사변형ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와의 교점을 E, F 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DF}$

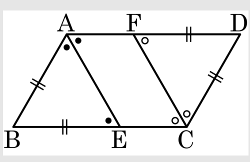
② $\angle BEA = \angle DFC$

③ $\overline{AF} = \overline{CE}$

④ $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\angle AEC = \angle BAD$

해설



$\angle BAD = 2\angle BEA$

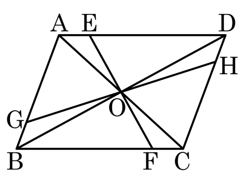
$\angle BEA = \angle EAF$(엇각)

$= \angle BAE$

$\angle AEC = 180° - \angle BEA = 180° - \angle BAE$

따라서 $\angle AEC = \angle BAD$ 인 것은 $\angle BAE = 60°$ 일 때만 성립한다.
그런데 $\angle BAE$는 알 수 없으므로 $\angle AEC \neq \angle BAD$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 두 대각선의 교점 P 를 지나는 직선 중 변 AD , 변 BC 가 만나는 점을 각각 E, F 변 AB , 변 DC 가 만나는 점을 각각 G, H 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle GBP \equiv \triangle HDP$
② $\overline{EP} = \overline{FP}$
③ $\triangle AEP \equiv \triangle CFP$
④ $\overline{AE} = \overline{CF}$
⑤ $\triangle APD \equiv \triangle CPD$

해설

$\triangle APD$ 와 $\triangle CPD$ 의 넓이는 같지만 합동은 아니다.

7. 다음 보기의 사각형 중 등변사다리꼴이 아닌 것은?

보기

㉠ 밑각의 크기가 같은 사다리꼴

㉡ 평행사변형

㉢ 직사각형

㉣ 마름모

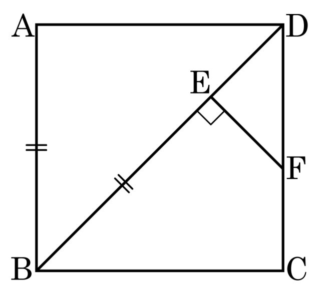
㉤ 정사각형

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
주어진 사각형 중에 밑각의 크기가 같지 않은 사각형은 평행사변형과 마름모이다.

8. 다음 그림과 같이 한 변이 3 인 정사각형 ABCD 가 있다. 대각선 BD 위에 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BE}}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, E 를 지나 $\overline{BD}$ 에 수직인 직선이 $\overline{\mathrm{CD}}$ 와 만나는 점을 F 라 할 때, $3\overline{\mathrm{DF}} + \overline{\mathrm{DE}} + \overline{\mathrm{EF}} + \overline{\mathrm{CF}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

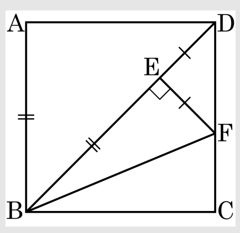
해설

$\angle\mathrm{EDF} = \angle\mathrm{EFD} = 45°$ 이므로 $\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{EF}} \quad \cdots$ ①,

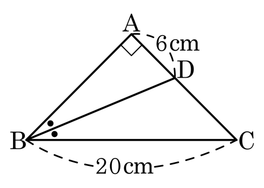
$\triangle\mathrm{BEF} \equiv \triangle\mathrm{BCF}$(RHS합동) 이므로 $\overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{CF}} \quad \cdots$ ②

$\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{CF}}$

$\therefore 3\overline{\mathrm{DF}} + \overline{\mathrm{DE}} + \overline{\mathrm{EF}} + \overline{\mathrm{CF}} = 3\overline{\mathrm{DF}} + 3\overline{\mathrm{CF}} = 9$



9. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이고 $\overline{BC} = 20\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?

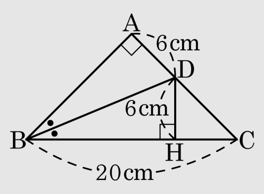


① $50\,\text{cm}^2$ ② $52\,\text{cm}^2$ ③ $58\,\text{cm}^2$

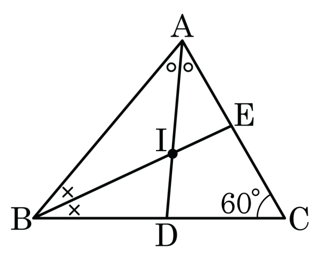
④ $60\,\text{cm}^2$ ⑤ $64\,\text{cm}^2$

해설

($\triangle$DBC의 넓이) $= 20 \times 6 \times \frac{1}{2} = 60\ (\text{cm}^2)$



10. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 60°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선이다.)

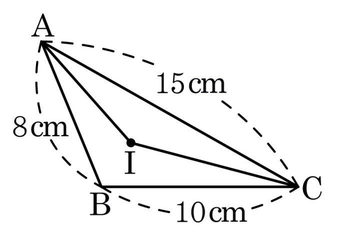


① $200°$ ② $180°$ ③ $160°$ ④ $140°$ ⑤ $120°$

해설

$\triangle ABC$에서 세 내각의 합이 $180°$이므로
$2\circ + 2\times + 60° = 180°$
$\circ + \times = 60°$
삼각형의 세 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle ADB = \angle x,\ \angle AEB = \angle y$라 하면
$\triangle ABE$에서 $2\circ + \times + \angle x = 180° \cdots$ ①
$\triangle ABD$에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180° \cdots$ ②
①+②를 하면
$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360°$
$\therefore\ 3 \times 60° + (\angle x + \angle y) = 360°$
$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$

11. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{BC} = 10cm$, $\overline{AC} = 15cm$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1　　② 30 : 17　　③ 32 : 15

④ 33 : 15　　⑤ 36 : 17

해설

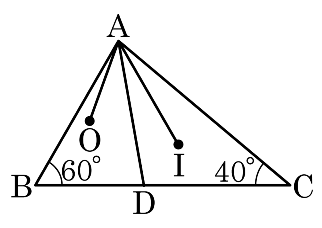
내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

($\triangle ABC$의 넓이) $= \frac{1}{2}\times r \times(8+10+15) = \frac{33}{2}\ r\ (\mathrm{cm}^2)$

($\triangle AIC$의 넓이) $= \frac{1}{2}\times r \times 15 = \frac{15}{2}\ r\ (\mathrm{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2}r : \frac{15}{2}r = 33 : 15$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DC}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 점O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle ADC$ 의 내심이다. 이때, $\angle OAI$ 의 크기는?

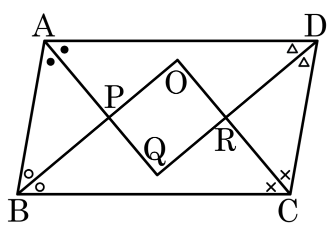


① $18°$ ② $46°$ ③ $50°$ ④ $52°$ ⑤ $108°$

해설

$\angle DOA = 2 \times 60° = 120°$ 이므로 $\angle OAD = (180° - 120°) \div 2 = 30°$ 이고,
$\angle DAC = 44°$ 이므로 $\angle DAI = 40° \div 2 = 20°$
따라서 $\angle OAI = \angle OAD + \angle DAI = 50°$

13. 평행사변형 ABCD 의 네 각의 이등분선의 교점으로 만들어지는 사각형 OPQR는 어떤 사각형인가?

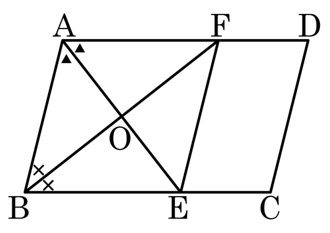


① 평행사변형　② 마름모　③ 등변사다리꼴
④ 직사각형　⑤ 정사각형

해설

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$ 이므로
$\angle QAD + \angle ADQ = 90°$
$\triangle AQD$ 에서 $\angle AQD = (180 - 90)° = 90°$
마찬가지로 $\angle QRO = \angle ROP = \angle OPQ = 90°$
$\therefore$ 직사각형

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{AE}}$, $\overline{\mathrm{BF}}$는 각각 $\angle\mathrm{A}$, $\angle\mathrm{B}$의 이등분선이다. 이 때, □ABEF는 어떤 사각형인가?

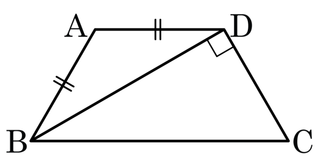


① 직사각형 ② 마름모 ③ 정사각형
④ 등변사다리꼴 ⑤ 사다리꼴

해설

$\angle\mathrm{ABF} = \angle\mathrm{EFB} = \angle\mathrm{EBF}$ 이므로 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{FE}}$
이웃하는 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

15. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle BDC=90^\circ$일 때, $\angle C$의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad}{}^\circ$

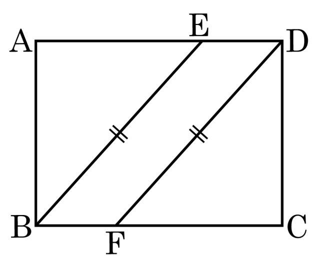
▷ 정답: 60°

해설

$\angle ADB=\angle DBC=\frac{1}{2}\angle C$

$\frac{1}{2}\angle C+\angle C=90^\circ$이므로, $\angle C=60^\circ$

16. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{BE} = \overline{FD}$가 되도록 점 E, F를 잡을 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?

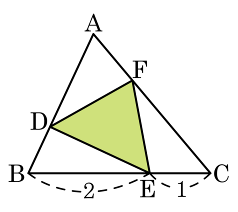


① 등변사다리꼴　② 평행사변형　③ 마름모
④ 직사각형　⑤ 정사각형

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동) 이므로
$\overline{AE} = \overline{CF}$ 따라서 $\overline{ED} = \overline{BF}$
한편 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 □EBFD는 평행사변형이다.

17. $\triangle ABC$ 에서 점 D, E, F 는 각 변을 $2:1$ 로 내분하는 점이다. $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $\frac{8}{9}\,\text{cm}^2$ ② $\frac{32}{9}\,\text{cm}^2$ ③ $\frac{46}{9}\,\text{cm}^2$

④ $6\,\text{cm}^2$ ⑤ $8\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ADF = \frac{2}{3}\triangle FAB = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\triangle ABC\right) = \frac{2}{9}\triangle ABC$

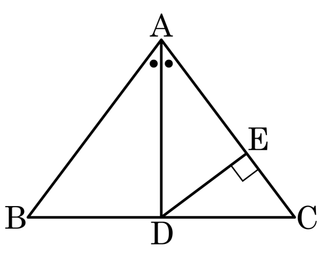
마찬가지 방법으로 $\triangle BDE = \triangle CEF = \frac{2}{9}\triangle ABC$

따라서 $\triangle DEF = \frac{1}{3}\triangle ABC$

그런데 $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 이므로 $\triangle ABC = 18\,\text{cm}^2$

$\triangle DEF = 6\,\text{cm}^2$

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 10\text{cm}, \overline{DC} = 6\text{cm}, \overline{DE} = 4.8\text{cm}$, 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



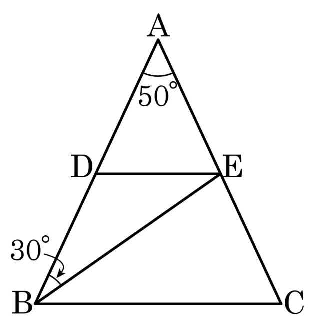
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{AD}$ 는 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선이므로
$\overline{BD} = \overline{CD}, \angle ADC = 90°$ 이다.
$\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 10 \times 4.8$
$\therefore \overline{AD} = 8(\text{cm})$

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형에서 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이다. $\angle A = 50°$, $\angle DBE = 30°$ 일 때, $\angle DEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답： °

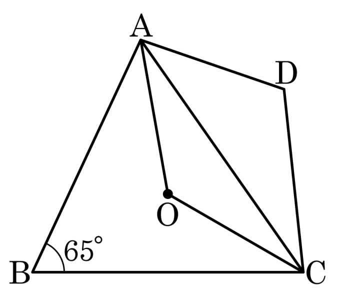
▷ 정답： 35°

해설

$\angle B = (180° - 50°) \div 2 = 65°$

$\angle DEB = \angle EBC = 65° - 30° = 35°$

20. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이면서 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기를 구하여라.

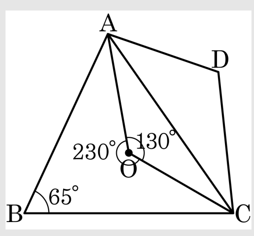


▶ 답: ____°

▷ 정답: 115°

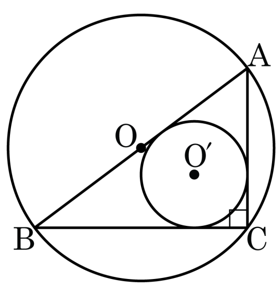
해설

$\angle AOC = 2 \times \angle ABC = 130°$



$\therefore \angle D = \frac{1}{2} \times 230° = 115°$

21. 다음 그림에서 원 O, O′ 는 각각 △ABC 의 외접원, 내접원이다. 반지름의 길이가 각각 7.5cm, 3cm 일 때, △ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

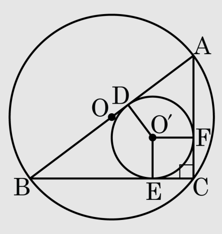


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 36 cm

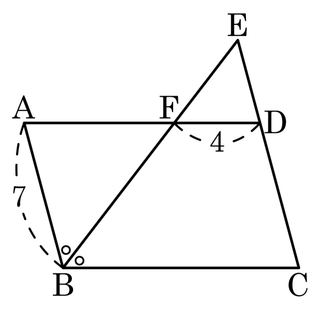
해설

$\overline{AB} = 7.5 \times 2 = 15(\text{cm})$



원 O′ 와 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 와의 접점을 D, E, F 라 하면
$\overline{EC} = \overline{CF} = 3\,(\text{cm})$
$\overline{AF} = \overline{AD}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$
$\overline{AD} + \overline{BD} = \overline{AF} + \overline{BE} = 15(\text{cm})$
∴ (△ABC 의 둘레의 길이) $= 15 + 15 + 3 + 3 = 36\,(\text{cm})$

22. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABE = \angle CBE$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하면 ?



① 9　　② 10　　③ 11　　④ 12　　⑤ 13

해설

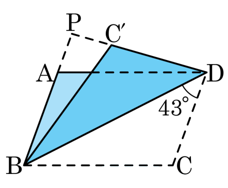
$\angle ABF = \angle EFD = \angle AFB = \angle FED$

□ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{DE} = 4$

□ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{CD} = 7$

$\therefore\ \overline{EC} = \overline{CD} + \overline{DE} = 11$

23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었다. $\overline{AB}$, $\overline{DC'}$ 의 연장선의 교점을 P 라고 할 때, $\angle P$ 의 크기는?



① 86° ② 88° ③ 90°

④ 94° ⑤ 96°

해설

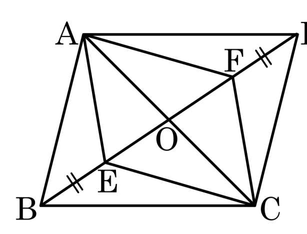
$\angle C'DB = \angle CDB = 43°$

$\angle ABD = \angle BDC = 43°$ (엇각)

$\triangle PBD$ 에서

$\angle P = 180° - 43° \times 2 = 94°$

24. 다음은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 하고 대각선 BD 위에 $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{DF}}$가 되도록 두 점 E, F를 잡을 때, □AECF는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



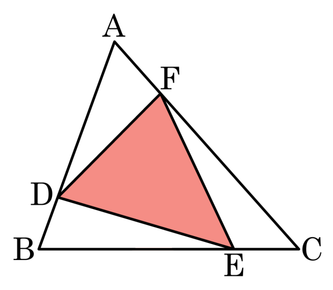
가정) □ABCD는 평행사변형, $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{DF}}$
결론) □AECF는 평행사변형
증명) □ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OC}}\cdots$㉠
$\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{DF}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{OE}}=\boxed{}\cdots$㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① $\overline{\mathrm{CO}}$ ② $\overline{\mathrm{AF}}$ ③ $\overline{\mathrm{OF}}$ ④ $\overline{\mathrm{BE}}$ ⑤ $\overline{\mathrm{CE}}$

해설

□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OC}}$이고, $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{DF}}$이므로 $\overline{\mathrm{OE}}=\overline{\mathrm{OF}}$이다.
따라서 □AECF는 평행사변형이다.

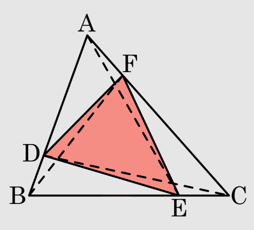
25. 다음 그림에서 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{BE}:\overline{EC}=\overline{CF}:\overline{FA}=3:1$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 160일 때, $\triangle DEF$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설



$\triangle ADF=\triangle BDE=\triangle CEF=\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\triangle ABC=\frac{3}{16}\triangle ABC=30$

$\therefore\ \triangle DEF=\triangle ABC-3\triangle ADF=70$