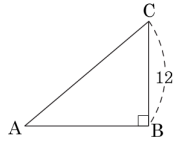


1. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\sin A = \frac{4}{5}$ 이고, $\overline{BC} = 12$ 라고 한다. 직각삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{4}{5}$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{AC} \times \sin A$ 이다.

$\Rightarrow 12 = \overline{AC} \times \frac{4}{5}, \overline{AC} = 15$

피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $9 \times 12 \times \frac{1}{2} = 54$ 이다.

2. 다음 식의 값은?

$$\frac{1}{2} \tan 45^\circ - 3\sqrt{2} \cos 60^\circ + \sqrt{3} \sin 60^\circ$$

① 1

② $\frac{4-3\sqrt{2}}{2}$

③ $\frac{4+3\sqrt{2}}{2}$

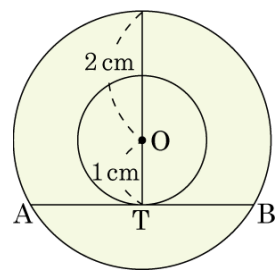
④ $\frac{4-3\sqrt{2}}{3}$

⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{2} \times 1 - 3\sqrt{2} \times \frac{1}{2} + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{3}{2} \\ &= \frac{4-3\sqrt{2}}{2} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

3. 다음 그림과 같이 원 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 2cm, 1cm인 두 원이 있다. 작은 원에 접하는 $\overline{AB}$ 의 길이는?

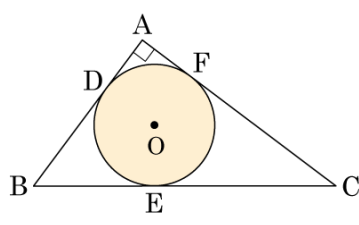


- ① 2 cm ② $2\sqrt{2}$ cm ③ $2\sqrt{3}$ cm
 ④ 4 cm ⑤ $4\sqrt{3}$ cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{OA} &= 2\text{ cm}, \overline{OT} = 1\text{ cm} \\ \overline{AT} &= \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}(\text{cm}) \\ \therefore \overline{AB} &= 2\overline{AT} = 2\sqrt{3}(\text{cm}) \end{aligned}$$

4. 다음 그림에서 원 O는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\text{cm}$, $\overline{CA} = 16\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이는?



- ① $4\pi\text{ cm}^2$ ② $\frac{9}{2}\pi\text{ cm}^2$ ③ $6.5\pi\text{ cm}^2$
 ④ $12\pi\text{ cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{ cm}^2$

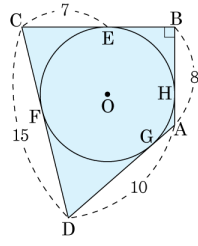
해설

내접원의 반지름을 r 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = \frac{1}{2} \times (12 + 16 + 20) \times r$$

$$\therefore r = 4(\text{cm})$$
 따라서, 원의 넓이는 $16\pi\text{cm}^2$

5. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD는 원 O의 외접사각형이고 점 E, F, G, H는 접점이다. 이 때, $\angle B = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 8$, $\overline{CD} = 15$, $\overline{AD} = 10$ 일 때, 원 O의 반지름은?

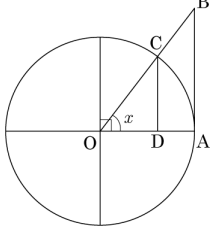


- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

외접사각형의 성질에 의해 $15 + 8 = 10 + \overline{BC} \therefore \overline{BC} = 13$ 따라서 $\overline{BE} = 6$ 이다.
 이 때, 원의 중심에서 두 접점 E, H 에 선을 그으면 원의 반지름과 접선은 수직으로 만나므로
 사각형 BEOH 는 정사각형이 된다.
 그러므로 원의 반지름은 6 이다.

6. 다음 그림은 반지름이 1 인 원이다. $\cos x$ 를 나타내는 선분은?

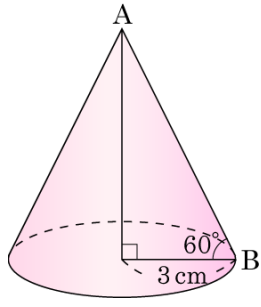


- ① $\overline{AB}$ ② $\overline{CD}$ ③ $\overline{OB}$ ④ $\overline{OD}$ ⑤ $\overline{BD}$

해설

$$\cos x = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{OD}}{1} = \overline{OD}$$

7. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3 cm 이고 모선과 밑면이 이루는 각의 크기가 60 인 원뿔의 부피를 구하면?



- ① $6\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$ ② $7\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$ ③ $9\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$
④ $11\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$ ⑤ $27\pi\text{ cm}^3$

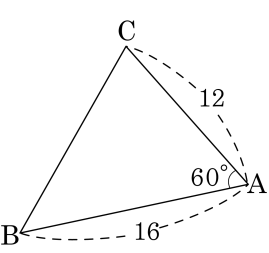
해설

원뿔의 높이는 $3 \cdot \tan 60^\circ = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times 9\pi \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

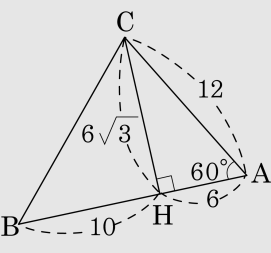
8. 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 60^\circ$, $\overline{AC} = 12$, $\overline{AB} = 16$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

- ① $4\sqrt{13}$ ② $6\sqrt{13}$
 ③ $8\sqrt{13}$ ④ $10\sqrt{13}$
 ⑤ $12\sqrt{13}$



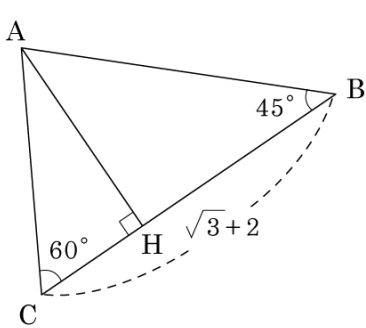
해설

$$\begin{aligned}
 \overline{BC} &= \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 10^2} \\
 &= \sqrt{108 + 100} \\
 &= \sqrt{208} = 4\sqrt{13}
 \end{aligned}$$



9. 다음 그림과 같은 삼각형에서 $\overline{AH}$ 의 길이는?

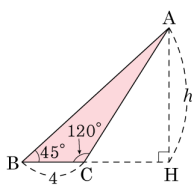
- ① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6} - 9}{3}$
- ② $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$
- ③ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- ④ $\frac{3 + 5\sqrt{3}}{2}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{3}$



해설

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \frac{\sqrt{3} + 2}{\tan(90^\circ - 45^\circ) + \tan(90^\circ - 60^\circ)} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 2}{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 2}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}} \\ &= \frac{3(\sqrt{3} + 2)}{3 + \sqrt{3}} \\ &= \frac{(\sqrt{3} + 2)(3 - \sqrt{3})}{(3 + \sqrt{3})(3 - \sqrt{3})} \\ &= \frac{3 + \sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

10. 다음 그림에서 $\overline{AH} = h$ 라 할 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 h 로 나타낸 것은?

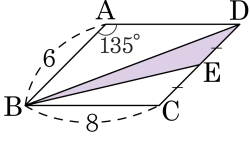


- ① $\frac{h}{\sin 45^\circ}$ ② $h \cos 30^\circ$
 ③ $h \tan 60^\circ - h \tan 45^\circ$ ④ $h \tan 30^\circ$
 ⑤ h

해설

$\angle ACB = 120^\circ$ 이므로 $\angle ACH = 60^\circ$, $\angle CAH = 30^\circ$
 $\therefore \overline{CH} = h \tan 30^\circ$

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A = 135^\circ$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 이다. $\overline{CD}$ 의 중점을 E 라 할 때, $\triangle BDE$ 의 넓이를 구하면?



- ① $24\sqrt{2}\text{cm}^2$ ② $24\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $12\sqrt{2}\text{cm}^2$
 ④ $12\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $6\sqrt{2}\text{cm}^2$

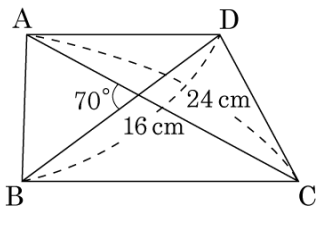
해설

구하는 넓이는 평행사변형의 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이다.

$$\text{평행사변형의 넓이는 } 6 \times 8 \times \sin 45^\circ = 48 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{구하는 넓이는 } 24\sqrt{2} \times \frac{1}{4} = 6\sqrt{2}(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

12. 다음 그림의 □ABCD 에서 두 대각선의 길이가 24cm, 16cm 이고 두 대각선이 이루는 각의 크기가 70° 일 때, □ABCD 의 넓이를 반올림하여 일의 자리까지 구하여라. (단, $\sin 70^\circ = 0.94$)



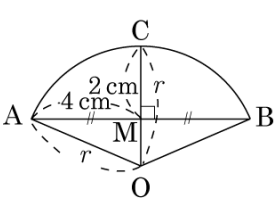
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 180cm²

해설

$$\begin{aligned}(\text{넓이}) &= \frac{1}{2} \times 16 \times 24 \times \sin 70^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 16 \times 24 \times 0.94 \\ &= 180.48 \approx 180(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

13. 다음 그림은 원의 일부이다. $\overline{AM} = \overline{BM} = 4\text{ cm}$, $\overline{CM} = 2\text{ cm}$, $\overline{AB} \perp \overline{CM}$ 일 때, 원의 반지름의 길이를 구하여라.



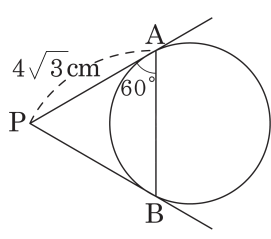
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

직각삼각형 AOM 에서
 $r^2 = (r - 2)^2 + 4^2$, $r = 5\text{ cm}$

14. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60^\circ$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



- ① $36\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ② 24 cm^2 ③ $24\sqrt{2}\text{ cm}^2$
 ④ $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ⑤ 12 cm^2

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABP$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60^\circ$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로

넓이 $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

15. $\sin A : \cos A = 4 : 5$ 일 때 $\tan A$ 의 값은?

- ① 0 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$\sin A : \cos A = 4 : 5$ 이므로 $5 \sin A = 4 \cos A$ 이다.

양변을 $5 \cos A$ 로 나누면 $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{4}{5}$ 이다.

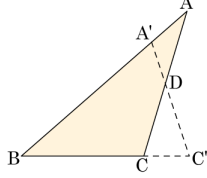
따라서 $\tan A = \frac{4}{5}$ 이다.

16. 함수 $y = \sin^2 x - 2 \sin x + 2$ 의 최댓값과 최솟값은? (단, $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$)
- ① 최댓값 2, 최솟값 1 ② 최댓값 3, 최솟값 1
③ 최댓값 2, 최솟값 -1 ④ 최댓값 4, 최솟값 1
⑤ 최댓값 1, 최솟값 -3

해설

$\sin x = A$ ($0 \leq A \leq 1$) 라 하면
 $y = A^2 - 2A + 2 = (A - 1)^2 + 1$
 $A = 0$ 일 때, 최댓값 2
 $A = 1$ 일 때, 최솟값 1 ($0 \leq A \leq 1$)

17. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 한 변의 길이를 30% 줄이고 다른 한 변의 길이는 늘여서 새로운 삼각형 $A'B'C'$ 를 만들었더니 그 넓이는 줄고 $\triangle AA'D$ 와 $\triangle CC'D$ 의 넓이의 차이가 $\triangle ABC$ 의 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이었다. 늘인 한 변은 몇 % 늘었는지 구하여라.

▶ 답: %

▶ 정답 : 25%

해설

$\overline{AB} = x$, $\overline{BC} = y$ 라 하고 $\overline{BC}$ 의 길이를 $a\%$ 늘였다면

$$\begin{aligned} (\triangle ABC \text{ 의 넓이}) &= \frac{1}{2}xy \sin B \\ &= \triangle AA'D + \square A'BCD \cdots \textcircled{7} \end{aligned}$$

$$= \Delta AA'D + \square A'BCD \dots (7)$$

$$(\triangle A'BC' \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times \frac{7}{10}x \times \frac{(100+a)}{100}y \times \sin B$$

$$= \Delta CC'D + \square A'BCD \dots \textcircled{L}$$

㉠- ㉡을 하면

$$(\angle ABC = \angle A'BC') \Rightarrow (\angle AA'D = \angle CC'D)$$

$$= \frac{1}{2}xy \sin B \times \frac{1}{8}$$

$$(\triangle A'BC' \text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2}xy \sin B \times \frac{7}{8}$$

$$= \frac{1}{2}xy \sin B \times \left(\frac{7}{10} \times \frac{100+a}{100} \right)$$

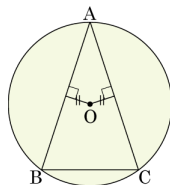
따라서

$$\frac{7}{8} = \frac{700 + 7a}{1000}$$

$$7000 - 5600 = 56a \quad \therefore a = 25$$

따라서 25% 늘였다.

18. 다음 그림의 원 O에서 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5\pi$, $\angle BAC = 20^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}24.88\text{pt}\widehat{ABC}$ 의 길이는?



- ① 18π ② 22π ③ 25π ④ 30π ⑤ 32π

해설

원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변 삼각형이다.

$\angle A = 20^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 80^\circ$

또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

$$\widehat{5.0\text{ptAB}} : \widehat{5.0\text{ptBC}} = \angle\text{ACB} : \angle\text{BAC}$$

$$5.0\text{pt}\widehat{\text{AB}} : 5\pi = 80^\circ : 20^\circ$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{\text{AB}} = 20\pi$$

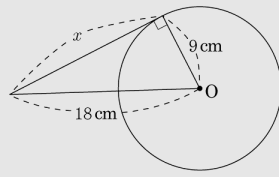
$$5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}_{\text{ABC}} = 5.0\text{pt}\widehat{\text{AB}} + 5.0\text{pt}\widehat{\text{BC}} \text{ 이므로}$$

$$\therefore 5.0\text{pt}24.88\text{pt}_{\text{ABC}} = 20\pi + 5\pi = 25\pi$$

19. 반지름의 길이가 9cm인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

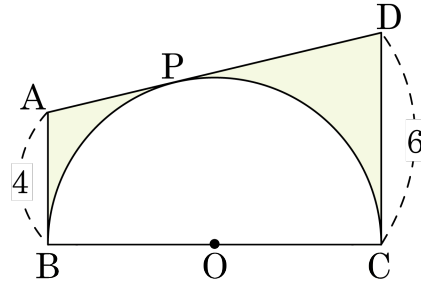
- ① $9\sqrt{3}\text{cm}$ ② $10\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $11\sqrt{3}\text{cm}$
④ $12\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $13\sqrt{3}\text{cm}$

해설



$$x = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{9^2 (4 - 1)} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$$

20. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 는 원 O의 지름이고 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$ 는 모두 원 O의 접선일 때, 색칠한 부분의 둘레는?



- ① 20
- ② $10 + 21\pi$
- ③ $12 + 2\sqrt{3}\pi$
- ④ $20 + 2\sqrt{6}\pi$
- ⑤ $20 + 5\pi$

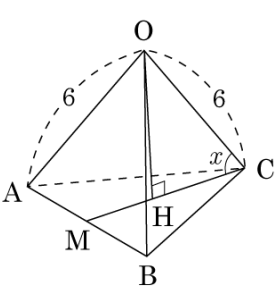
해설

$$\overline{AB} = \overline{AP}, \overline{DP} = \overline{DC}$$

$$\overline{AD} = \overline{AP} + \overline{DP} = 10$$

반원의 둘레는 $\frac{1}{2} \times \pi \times 4\sqrt{6} = 2\sqrt{6}\pi$
따라서, 색칠한 부분의 둘레는 $2\overline{AD} + 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 20 + 2\sqrt{6}\pi$

21. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 6 인 정사면체의 한 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle OCH = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

$$\overline{CM} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{OH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore \tan x = \frac{\overline{OH}}{\overline{CH}} = \frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = \sqrt{2}$$

22. $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \cdots + \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$ 의 값을 구하여라.

① 45

② $\frac{91}{2}$

③ 46

④ $\frac{93}{2}$

⑤ 47

해설

$$\sin^2 1^\circ = \cos^2 89^\circ$$

$$\sin^2 2^\circ = \cos^2 88^\circ$$

$\vdots$

$$\sin^2 44^\circ = \cos^2 46^\circ$$

$$\therefore (\text{준식}) = \cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cdots + \cos^2 44^\circ$$

$$+ \sin^2 44^\circ + \cdots + \sin^2 2^\circ + \sin^2 1^\circ$$

$$+ \sin^2 45^\circ + \sin^2 90^\circ$$

$$= 1 \times 44 + \frac{1}{2} + 1$$

$$= \frac{91}{2}$$

23. $\sin A = \frac{1}{3}$ 일 때, 직선 $x \sin A + y \cos A = 0$ 과 수직인 직선의 기울기를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$$y = -\frac{\sin A}{\cos A}x = -x \tan A \text{ 이므로 기울기는 } -\tan A$$

$$\sin A = \frac{1}{3} \text{ 이므로 } \cos A = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \tan A = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

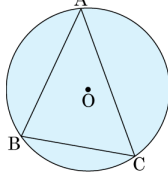
따라서 두 직선이 수직으로 만나려면 기울기의 곱이 -1 이어야 하므로

$$-\tan A \times (\text{수직인 직선의 기울기}) = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \times$$

(수직인 직선의 기울기) $= -1$ 이다.

따라서 수직인 직선의 기울기는 $2\sqrt{2}$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC의 외접원 O에 대하여 호 AB, 호 BC, 호 CA의 길이의 비가 4 : 3 : 5 이고, $\overline{AB} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

호의 길이의 비가 4 : 3 : 5 이므로

$$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 4 : 3 : 5$$

따라서 $\angle AOB = 120^\circ$, $\angle BOC = 90^\circ$,

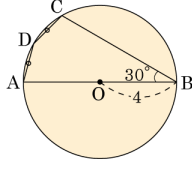
$\angle COA = 150^\circ$ 이고, 원주각인 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 는 각각 45° , 75° , 60°

사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{AB}}{\sin C} = \frac{\overline{BC}}{\sin A}, \overline{BC} = \frac{\sin A}{\sin C} \overline{AB} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times \sqrt{3} = \sqrt{2} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{2}$$

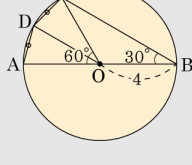
25. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4 인 원 O 에 내접하는 사각형 ABCD 에서 $\angle B = 30^\circ$, $\overline{AD} = \overline{DC}$ 일 때, □ABCD 의 넓이는?



- ① 8 ② $6 + 2\sqrt{3}$ ③ $8 + 2\sqrt{3}$
 ④ $8 + 4\sqrt{3}$ ⑤ $9 + 3\sqrt{3}$

해설

중심 O 에서 점 C 와 D 에 보조선을 그으면



$\overline{OA} = \overline{OD} = \overline{OC}$, $\overline{AD} = \overline{CD} \Rightarrow \triangle AOD \cong \triangle COD$ (SSS 합동)

$\angle AOC = 60^\circ$ 이므로 $\angle AOD = \angle COD = 30^\circ$

□ABCD 의 넓이 = $\triangle AOD + \triangle COD + \triangle BOC$

$\triangle AOD = \triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 30^\circ = 4$, $\triangle BOC = \frac{1}{2} \times 4 \times$

$4 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) = 4\sqrt{3}$

따라서 □ABCD 의 넓이 = $4 + 4 + 4\sqrt{3} = 8 + 4\sqrt{3}$ 이다.