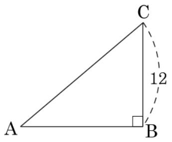
**1.** 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\sin A = \frac{4}{5}$ 이고, $\overline{BC} = 12$ 라고 한다. 직각삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{4}{5}$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{AC} \times \sin A$ 이다.

$\Rightarrow 12 = \overline{AC} \times \frac{4}{5}$, $\overline{AC} = 15$

피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $9 \times 12 \times \frac{1}{2} = 54$ 이다.

**2.** 다음 식의 값은?

$$\frac{1}{2}\tan 45° - 3\sqrt{2}\cos 60° + \sqrt{3}\sin 60°$$

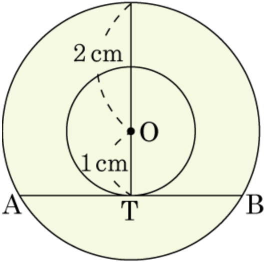
① $1$ ② $\frac{4-3\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{4+3\sqrt{2}}{2}$

④ $\frac{4-3\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $0$

**해설**

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{1}{2}\times 1 - 3\sqrt{2}\times\frac{1}{2} + \sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\\ &= \frac{1}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{2} + \frac{3}{2}\\ &= \frac{4-3\sqrt{2}}{2}\ \text{이다.}\end{aligned}$$

**3.** 다음 그림과 같이 원 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 2cm, 1cm 인 두 원이 있다. 작은 원에 접하는 $\overline{AB}$ 의 길이는?




① 2 cm
② $2\sqrt{2}$ cm
③ $2\sqrt{3}$ cm
④ 4 cm
⑤ $4\sqrt{3}$ cm

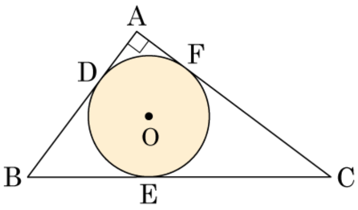
해설

$\overline{OA} = 2\,\text{cm}, \overline{OT} = 1\,\text{cm}$

$\overline{AT} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AT} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

**4.** 다음 그림에서 원 O 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\text{cm}$, $\overline{CA} = 16\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?




① $4\pi\,\text{cm}^2$ ② $\frac{9}{2}\pi\,\text{cm}^2$ ③ $6.5\pi\,\text{cm}^2$

④ $12\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\,\text{cm}^2$

해설

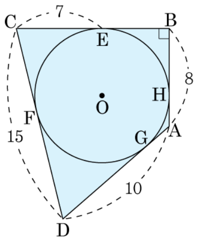
내접원의 반지름을 $r$라 하면

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = \frac{1}{2} \times (12 + 16 + 20) \times r$$

$\therefore r = 4(\text{cm})$

따라서, 원의 넓이는 $16\pi\text{cm}^2$

**5.** 다음 그림과 같이 사각형 $ABCD$는 원 $O$의 외접사각형이고 점 $E, F, G, H$는 접점이다. 이 때, $\angle B = 90°$ 이고 $\overline{AB} = 8$, $\overline{CD} = 15$, $\overline{AD} = 10$ 일 때, 원 $O$의 반지름은?

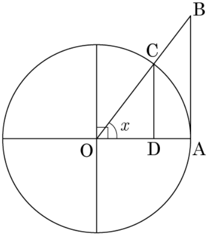



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

외접사각형의 성질에 의해 $15 + 8 = 10 + \overline{BC}$ $\therefore \overline{BC} = 13$
따라서 $\overline{BE} = 6$ 이다.
이 때, 원의 중심에서 두 접점 $E, H$에 선을 그으면 원의 반지름과
접선은 수직으로 만나므로
사각형 $BEOH$는 정사각형이 된다.
그러므로 원의 반지름은 6 이다.

**6.** 다음 그림은 반지름이 1 인 원이다. $\cos x$ 를 나타내는 선분은?

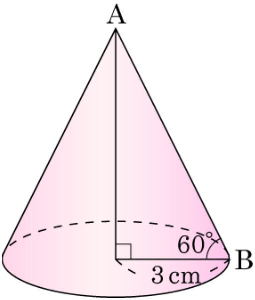



① $\overline{AB}$ ② $\overline{CD}$ ③ $\overline{OB}$ ④ $\overline{OD}$ ⑤ $\overline{BD}$

해설

$$\cos x = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{OD}}{1} = \overline{OD}$$

**7.** 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3 cm 이고 모선과 밑면이 이루는 각의 크기가 60 인 원뿔의 부피를 구하면?




① $6\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$　② $7\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$　③ $9\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

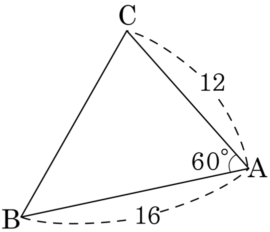
④ $11\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$　⑤ $27\pi\,\mathrm{cm}^3$

**해설**

원뿔의 높이는 $3\cdot\tan 60° = 3\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

원뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\times 9\pi\times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$ 이다.

**8.** 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 60°$, $\overline{AC} = 12$, $\overline{AB} = 16$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



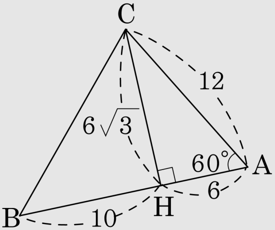

① $4\sqrt{13}$ ② $6\sqrt{13}$

③ $8\sqrt{13}$ ④ $10\sqrt{13}$

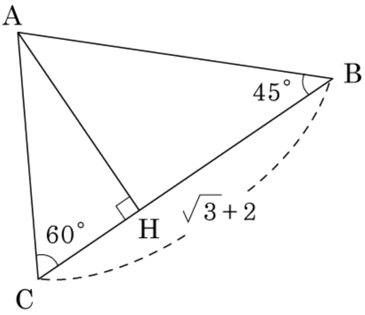
⑤ $12\sqrt{13}$

**해설**

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= \sqrt{(6\sqrt{3})^2 + 10^2} \\ &= \sqrt{108 + 100} \\ &= \sqrt{208} = 4\sqrt{13}\end{aligned}$$



**9.** 다음 그림과 같은 삼각형에서 $\overline{AH}$ 의 길이는?




① $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{6}-9}{2}$

② $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$

③ $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

④ $\dfrac{3+5\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{3}$

**해설**

$$\overline{AH}=\frac{\sqrt{3}+2}{\tan(90°-45°)+\tan(90°-60°)}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+2}{\tan 45°+\tan 30°}$$

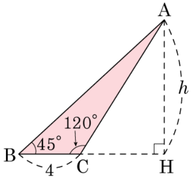
$$=\frac{\sqrt{3}+2}{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}$$

$$=\frac{3(\sqrt{3}+2)}{3+\sqrt{3}}$$

$$=\frac{(\sqrt{3}+2)(3-\sqrt{3})}{2}$$

$$=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$$

**10.** 다음 그림에서 $\overline{AH} = h$ 라 할 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 $h$ 로 나타낸 것은?




① $\dfrac{h}{\sin 45°}$　　② $h\cos 30°$

③ $h\tan 60° - h\tan 45°$　　④ $h\tan 30°$

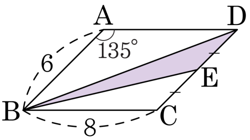
⑤ $h$

해설

$\angle ACB = 120°$ 이므로 $\angle ACH = 60°$, $\angle CAH = 30°$

$\therefore \overline{CH} = h\tan 30°$

**11.** 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A = 135°$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 이다. $\overline{CD}$ 의 중점을 E 라 할 때, $\triangle BDE$ 의 넓이를 구하면?




① $24\sqrt{2}\,\text{cm}^2$　② $24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　③ $12\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

④ $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　⑤ $6\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

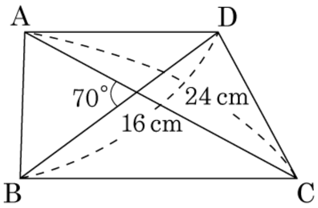
**해설**

구하는 넓이는 평행사변형의 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이다.

평행사변형의 넓이는 $6 \times 8 \times \sin 45° = 48 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2}$

$\therefore$ 구하는 넓이는 $24\sqrt{2} \times \frac{1}{4} = 6\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ 이다.

**12.** 다음 그림의 □ABCD 에서 두 대각선의 길이가 24cm, 16cm 이고 두 대각선이 이루는 각의 크기가 $70^\circ$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 반올림하여 일의 자리까지 구하여라. (단, $\sin 70^\circ = 0.94$ )



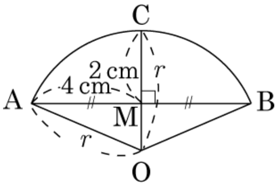

▶ 답 : ______ $\text{cm}^2$

▷ 정답 : $180\,\text{cm}^2$

해설

$$(\text{넓이}) = \frac{1}{2} \times 16 \times 24 \times \sin 70^\circ$$
$$= \frac{1}{2} \times 16 \times 24 \times 0.94$$
$$= 180.48 \fallingdotseq 180(\text{cm}^2)$$

**13.** 다음 그림은 원의 일부이다. $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{BM}} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CM}} = 2\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AB}} \perp \overline{\mathrm{CM}}$ 일 때, 원의 반지름의 길이를 구하여라.




▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}}$

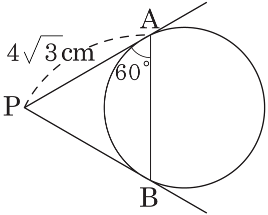
▷ 정답 : 5 $\underline{\mathrm{cm}}$

해설

직각삼각형 AOM 에서

$r^2 = (r-2)^2 + 4^2$, $r = 5\,\mathrm{cm}$

**14.** 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60°$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?




① $36\sqrt{3}\,cm^2$ ② $24\,cm^2$ ③ $24\sqrt{2}\,cm^2$
④ $12\sqrt{3}\,cm^2$ ⑤ $12\,cm^2$

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABP$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60°$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로

넓이$= \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}(\,cm^2)$ 이다.

**15.** $\sin A : \cos A = 4 : 5$ 일 때 $\tan A$ 의 값은?

① $0$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

**해설**

$\sin A : \cos A = 4 : 5$ 이므로 $5\sin A = 4\cos A$ 이다.

양변을 $5\cos A$ 로 나누면 $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{4}{5}$ 이다.

따라서 $\tan A = \frac{4}{5}$ 이다.

**16.** 함수 $y = \sin^2 x - 2\sin x + 2$ 의 최댓값과 최솟값은? (단, $0° \leq x \leq 90°$ )

① 최댓값 2 , 최솟값 1

② 최댓값 3 , 최솟값 1

③ 최댓값 2 , 최솟값 $-1$

④ 최댓값 4 , 최솟값 1

⑤ 최댓값 1 , 최솟값 $-3$

**해설**

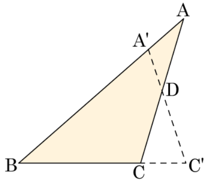
$\sin x = A$ $(0 \leq A \leq 1)$ 라 하면

$y = A^2 - 2A + 2 = (A-1)^2 + 1$

$A = 0$ 일 때, 최댓값 2

$A = 1$ 일 때, 최솟값 1 $(0 \leq A \leq 1)$

**17.** 다음 그림과 같은 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 한 변의 길이를 $30\%$ 줄이고 다른 한 변의 길이는 늘여서 새로운 삼각형 $\mathrm{A'BC'}$ 를 만들었더니 그 넓이는 줄고 $\triangle\mathrm{AA'D}$ 와 $\triangle\mathrm{CC'D}$ 의 넓이의 차가 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이었다. 늘인 한 변은 몇 $\%$ 늘였는지 구하여라.




▶ 답 : $\underline{\quad\quad\%}$

▷ 정답 : $25\,\underline{\%}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}=x$ , $\overline{\mathrm{BC}}=y$ 라 하고 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이를 $a\%$ 늘였다면

$$(\triangle\mathrm{ABC}\text{ 의 넓이})=\frac{1}{2}xy\sin B$$
$$=\triangle\mathrm{AA'D}+\square\mathrm{A'BCD}\cdots㉠$$
$$(\triangle\mathrm{A'BC'}\text{ 의 넓이})=\frac{1}{2}\times\frac{7}{10}x\times\frac{(100+a)}{100}y\times\sin B$$
$$=\triangle\mathrm{CC'D}+\square\mathrm{A'BCD}\cdots㉡$$

㉠- ㉡을 하면

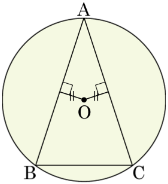
$$(\triangle\mathrm{ABC}-\triangle\mathrm{A'BC'})=(\triangle\mathrm{AA'D}-\triangle\mathrm{CC'D})$$
$$=\frac{1}{2}xy\sin B\times\frac{1}{8}$$
$$(\triangle\mathrm{A'BC'}\text{ 의 넓이})=\frac{1}{2}xy\sin B\times\frac{7}{8}$$
$$=\frac{1}{2}xy\sin B\times\left(\frac{7}{10}\times\frac{100+a}{100}\right)$$

따라서

$$\frac{7}{8}=\frac{700+7a}{1000}$$
$$7000-5600=56a\quad\therefore\ a=25$$

따라서 $25\%$ 늘였다.

**18.** 다음 그림의 원 O 에서 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}} = 5\pi, \angle\mathrm{BAC} = 20^\circ$ 일 때, 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ABC}}$ 의 길이는?




① $18\pi$ ② $22\pi$ ③ $25\pi$ ④ $30\pi$ ⑤ $32\pi$

해설

원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변 삼각형이다.

$\angle\mathrm{A} = 20^\circ$ 이므로 $\angle\mathrm{ABC} = 80^\circ$

또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ : 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}} = \angle\mathrm{ACB} : \angle\mathrm{BAC}$

5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} : 5\pi = 80^\circ : 20^\circ$

$\therefore$ 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 20\pi$

5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ABC}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ + 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$ 이므로

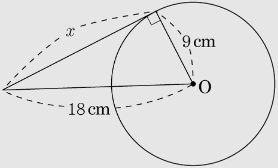
$\therefore$ 5.0pt24.88pt$\overset{\frown}{\mathrm{ABC}} = 20\pi + 5\pi = 25\pi$

**19.** 반지름의 길이가 9cm 인 원의 중심으로부터 18cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는?

① $9\sqrt{3}$cm ② $10\sqrt{3}$cm ③ $11\sqrt{3}$cm

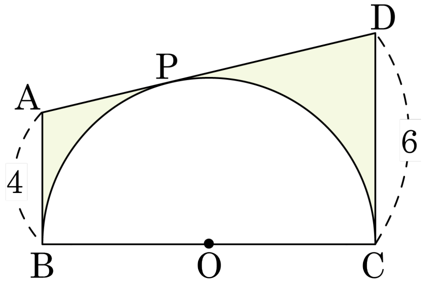
④ $12\sqrt{3}$cm ⑤ $13\sqrt{3}$cm

해설




$$x = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{9^2(4-1)} = 9\sqrt{3}(\text{cm})$$

**20.** 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{\mathrm{AB}}$ , $\overline{\mathrm{CD}}$ , $\overline{\mathrm{AD}}$ 는 모두 원 O 의 접선일 때, 색칠한 부분의 둘레는?



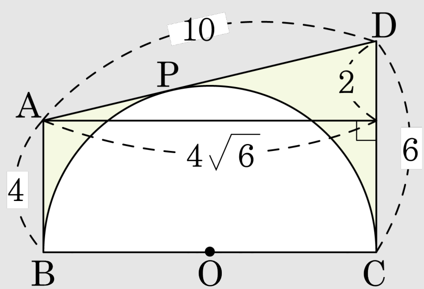

① 20　　② $10+21\pi$　　③ $12+2\sqrt{3}\pi$

④ $20+2\sqrt{6}\pi$　　⑤ $20+5\pi$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AP}}, \overline{\mathrm{DP}}=\overline{\mathrm{DC}}$

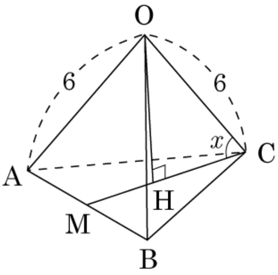
$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{DP}}=10$




반원의 둘레는 $\frac{1}{2}\times\pi\times4\sqrt{6}=2\sqrt{6}\pi$

따라서, 색칠한 부분의 둘레는 $2\overline{\mathrm{AD}}+5.0\mathrm{pt}\overparen{\mathrm{BC}}=20+2\sqrt{6}\pi$

**21.** 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 6 인 정사면체의 한 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle OCH = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

$$\overline{CM} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 3\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{OH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore \tan x = \frac{\overline{OH}}{\overline{CH}} = \frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = \sqrt{2}$$

**22.** $\sin^2 1° + \sin^2 2° + \sin^2 3° + \cdots + \sin^2 89° + \sin^2 90°$ 의 값을 구하여라.

① 45 ② $\dfrac{91}{2}$ ③ 46 ④ $\dfrac{93}{2}$ ⑤ 47

**해설**

$\sin^2 1° = \cos^2 89°$

$\sin^2 2° = \cos^2 88°$

$\vdots$

$\sin^2 44° = \cos^2 46°$

$$\begin{aligned}\therefore\ (\text{준식}) &= \cos^2 1° + \cos^2 2° + \cdots + \cos^2 44° \\ &\quad + \sin^2 44° + \cdots + \sin^2 2° + \sin 1° \\ &\quad + \sin^2 45° + \sin^2 90° \\ &= 1 \times 44 + \frac{1}{2} + 1 \\ &= \frac{91}{2}\end{aligned}$$

**23.** $\sin A = \frac{1}{3}$ 일 때, 직선 $x \sin A + y \cos A = 0$ 과 수직인 직선의 기울기를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$y = -\frac{\sin A}{\cos A}x = -x\tan A$ 이므로 기울기는 $-\tan A$

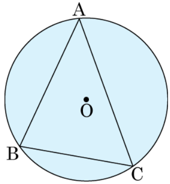
$\sin A = \frac{1}{3}$ 이므로 $\cos A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan A = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

따라서 두 직선이 수직으로 만나려면 기울기의 곱이 $-1$ 이어야 하므로

$-\tan A \times$ (수직인 직선의 기울기) $= -\frac{1}{2\sqrt{2}} \times$ (수직인 직선의 기울기) $= -1$ 이다.

따라서 수직인 직선의 기울기는 $2\sqrt{2}$ 이다.

**24.** 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 의 외접원 O 에 대하여 호 AB, 호 BC, 호 CA 의 길이의 비가 4 : 3 : 5 이고, $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

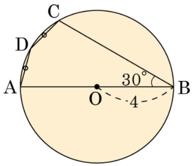
해설

호의 길이의 비가 4 : 3 : 5 이므로
$\angle\mathrm{AOB} : \angle\mathrm{BOC} : \angle\mathrm{COA} = 4 : 3 : 5$
따라서 $\angle\mathrm{AOB} = 120\,^\circ$, $\angle\mathrm{BOC} = 90\,^\circ$,
$\angle\mathrm{COA} = 150\,^\circ$ 이고, 원주각인 $\angle\mathrm{A}$, $\angle\mathrm{B}$, $\angle\mathrm{C}$ 는 각각 $45\,^\circ$, $75\,^\circ$, $60\,^\circ$
사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\sin\mathrm{C}} = \frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\sin\mathrm{A}},\ \overline{\mathrm{BC}} = \frac{\sin\mathrm{A}}{\sin\mathrm{C}}\overline{\mathrm{AB}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times \sqrt{3} = \sqrt{2} \text{ 이다.}$$

$\therefore\ \overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{2}$

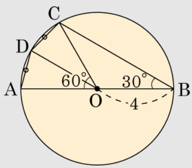
**25.** 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4 인 원 O 에 내접하는 사각형 ABCD 에서 $\angle B = 30°$ , $\overline{AD} = \overline{DC}$ 일 때, □ABCD 의 넓이는?




① 8
② $6 + 2\sqrt{3}$
③ $8 + 2\sqrt{3}$
④ $8 + 4\sqrt{3}$
⑤ $9 + 3\sqrt{3}$

해설

중심 O 에서 점 C 와 D 에 보조선을 그으면




$\overline{OA} = \overline{OD} = \overline{OC}$, $\overline{AD} = \overline{CD} \Rightarrow \triangle AOD \equiv \triangle COD$(SSS 합동)

$\angle AOC = 60°$ 이므로 $\angle AOD = \angle COD = 30°$

□ABCD 의 넓이$= \triangle AOD + \triangle COD + \triangle BOC$

$\triangle AOD = \triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 30° = 4$ , $\triangle BOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180° - 120°) = 4\sqrt{3}$

따라서 □ABCD 의 넓이$= 4 + 4 + 4\sqrt{3} = 8 + 4\sqrt{3}$ 이다.