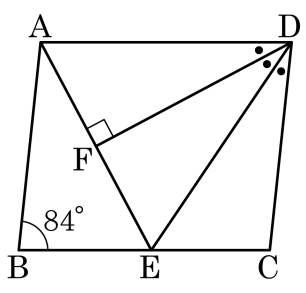
1. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DE}, \overline{DF}$ 는 $\angle D$ 의 삼등분선이다. $\angle AFD = 90°, \angle ABE = 84°$ 일 때, $\angle AEB$ 와 $\angle DEC$ 의 크기의 차를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 6 °

해설

$\angle D = \angle B = 84°$ 이므로

$\angle DAF = 180° - (90° + 84° \div 3)$

$= 180° - 118° = 62°$

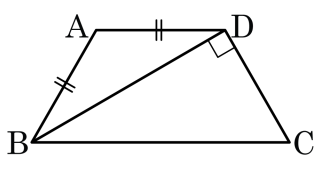
$\angle AEB = \angle DAF = 62°$

$\angle DEC = 180° - 62° \times 2$

$= 180° - 124° = 56°$

$\therefore 62° - 56° = 6°$

2. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 90°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

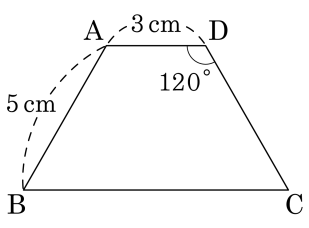
▷ 정답 : 60°

해설

$\angle ADB = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle C$

$\frac{1}{2}\angle C + \angle C = 90°$ 이므로, $\angle C = 60°$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD에서 $\angle D = 120°$일 때, □ABCD의 둘레의 길이를 구하여라.

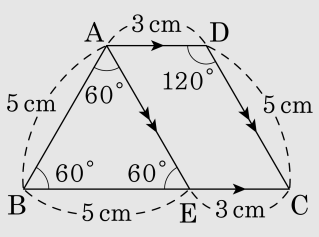


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 21 cm

해설

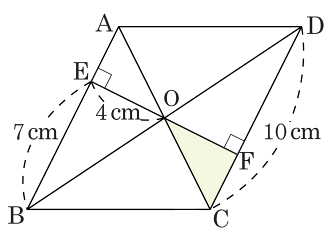
다음 그림과 같이 $\overline{AE}//\overline{DC}$가 되도록 변 BC 위에 점 E를 잡으면 □AECD는 평행사변형이고 △ABE는 정삼각형이다.



$\overline{BE} = \overline{AB} = 5\,\text{cm}$이고
$\overline{EC} = \overline{AD} = 3\,\text{cm}$이므로
$\overline{BC} = 5 + 3 = 8(\text{cm})$

∴ (□ABCD의 둘레의 길이)
$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD}$
$= 5 + 8 + 5 + 3$
$= 21(\text{cm})$

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$와 수직으로 만나는 점을 각각 E, F라 하자. 이 때, △OCF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

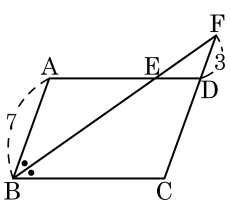
▷ 정답 : $6\,cm^2$

해설

△OAE와 △OCF 에서
평행사변형의 성질에 의하여 $\overline{OA} = \overline{OC}$
$\angle AEO = \angle CFO = 90°$(엇각)
$\angle AOE = \angle COF$(맞꼭지각)
$\therefore$ △OAE ≡ △OCF (RHA 합동)
$\therefore\ \overline{OE} = \overline{OF} = 4(cm)$

$\overline{AE} + 7 = 10$, $\overline{AE} = 3(cm)$
$\overline{CF} = \overline{AE}$이므로
$\therefore\ \overline{CF} = 3(cm)$
따라서 △OCF 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6(cm^2)$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 E , $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라고 한다. $\overline{AB} = 7$, $\overline{FD} = 3$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



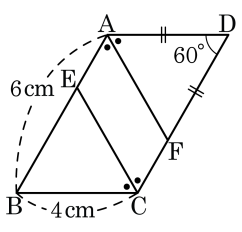
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{AB}//\overline{CF}$ 이므로 $\angle ABE = \angle BFC$ (엇각) 이다.
그러므로 삼각형 BCF 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 의 길이는 $\overline{CF}$ 의 길이와 같으므로 $7 + 3 = 10$ 이다.

6. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\angle ADC = 60°$ 일 때, $\square AECF$ 의 둘레의 길이는?

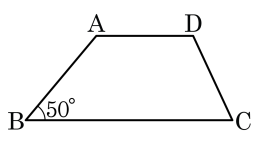


① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm
④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.
$\angle ADF = 60°$, $\angle BAD = 120°$, $\angle FAD = 60°$ 이므로, $\angle AFD = 60°$ 이므로
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.
$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\,(\text{cm})$ 이다.
그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는
$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\,(\text{cm})$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AD}$ 일 때, $\angle D$ 의 크기를 구하면?



① 110° ② 115° ③ 120°

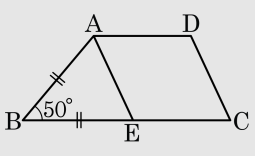
④ 125° ⑤ 130°

해설

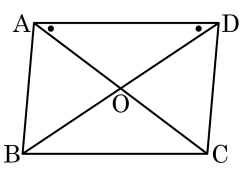
$\overline{AB} = \overline{BE}$ 인 점 E 를 $\overline{BC}$ 위에 잡으면 □AECD 는 평행사변형이다.

$\angle BEA = (180° - 50°) \div 2 = 65°$

$\angle D = \angle AEC = 180° - 65° = 115°$



8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 다음 조건을 추가할 때, 직사각형이 되지 <u>않는</u> 것은?

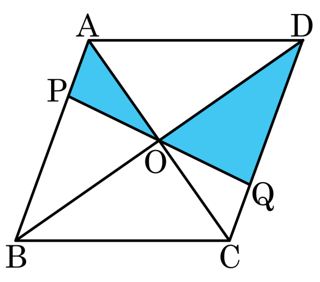


① $\angle A = \angle B$
② $\overline{AC} = \overline{BD}$
③ $\overline{AO} = \overline{DO}$
④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
⑤ $\angle DAO = \angle ADO$

해설

④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 는 평행사변형이 마름모가 되는 조건

9. 넓이가 $60\,\mathrm{cm}^2$ 인 다음 평행사변형 ABCD 에서 어두운 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 15 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle\mathrm{APO} \equiv \triangle\mathrm{CQO}$ (ASA 합동)
한편, $\triangle\mathrm{APO} + \triangle\mathrm{DQO} = \triangle\mathrm{OCD}$ 이므로
$\triangle\mathrm{OCD} = \frac{1}{4}\square\mathrm{ABCD} = \frac{1}{4} \times 60 = 15(\mathrm{cm}^2)$

10. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 넓이가 70cm^2 일 때, $\triangle ABP + \triangle DPC$ 의 넓이를 구하여라.

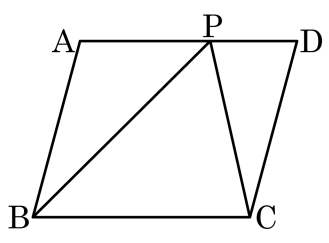
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답: $\underline{35\text{cm}^2}$

해설

$$\triangle ABP + \triangle DPC = \square ABCD \times \frac{1}{2}$$
$$= 70 \times \frac{1}{2} = 35(\text{cm}^2)$$

11. 평행사변형 ABCD 에서 △ABP 의 넓이가 18이고 $\overline{AP} : \overline{PD} = 3 : 2$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이를 구하시오.



▶ 답:

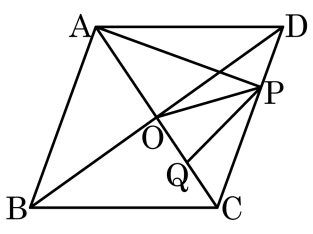
▷ 정답: 60

해설

$\overline{AP} : \overline{PD} = 3 : 2 = \triangle ABP : \triangle PCD$ 이므로 $\therefore \triangle PCD = 12$

$\square ABCD = 2(\triangle ABP + \triangle PCD) = 2(18 + 12) = 60$

12. 다음 그림의 평행사변형 □ABCD 에서 $\overline{DP} : \overline{PC} = 1 : 2$ 이고 $\triangle APC = 90°$ 라고 한다. $\overline{OQ} = \overline{QC}$ 일 때, $\triangle OQP$ 의 넓이는 □ABCD 의 넓이의 몇 배인가?



▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{1}{12}$ 배

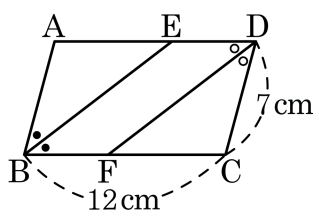
해설

$$\triangle OQP = \square ABCD \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \square ABCD \times \frac{1}{12}$$

$\therefore \frac{1}{12}$ (배)

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$, $\overline{DF}$ 가 각각 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이고, $\overline{DC} = 7\,\text{cm}$,$\overline{BC} = 12\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{ED}$ 의 길이를 구하여라.



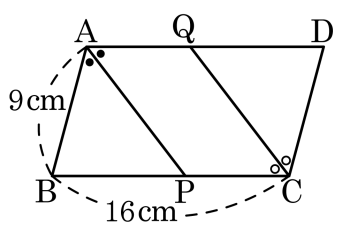
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\angle EBC = \angle AEB$(엇각)
$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로
$\overline{AB} = \overline{AE} = 7(\text{cm})$
$\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 12 - 7 = 5(\text{cm})$

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP}, \overline{CQ}$ 는 각각 $\angle A, \angle C$ 의 이등분선이다.
$\overline{AB} = 9\,\text{cm}, \overline{BC} = 16\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AQ} + \overline{PC}$ 의 길이는?

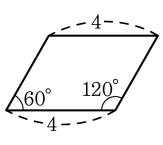


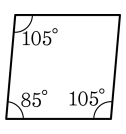
① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

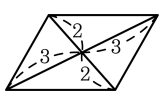
해설

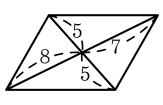
□APCQ 는 평행사변형이므로
$\angle QAP = \angle APB$ (엇각)
$\therefore \overline{BP} = \overline{AB} = 9(\text{cm}), \overline{PC} = 16 - 9 = 7(\text{cm})$
$\overline{AQ} = \overline{PC} = 7(\text{cm})$ 이므로
$\overline{AQ} + \overline{PC} = 14(\text{cm})$

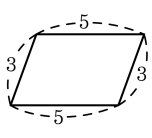
15. 다음 중 평행사변형인 것을 모두 고르면?

① 

② 

③ 

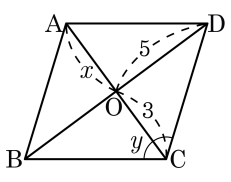
④ 

⑤ 

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이와 대각의 크기가 각각 같다.

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\angle B = 73°$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle y = 73°$ ② $x = 3$

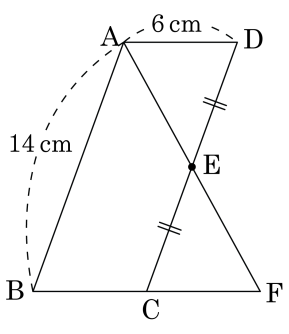
③ $\overline{AB} = \overline{CD}$ ④ $\overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ $\angle D = 73°$

해설

① $180° - 73° = 107°$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{CD}$의 중점을 E라 하고, $\overline{AE}$의 연장선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 F라 하자. 이 때, $\overline{BF}$의 길이를 구하여라.



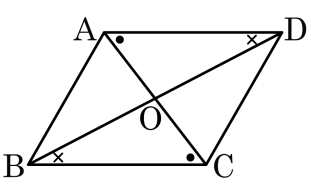
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

△ADE와 △FCE에서
$\overline{ED} = \overline{EC}$
$\angle ADE = \angle FCE$(엇각)
$\angle AED = \angle FEC$(맞꼭지각)
$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle FCE$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{AD} = \overline{FC} = 6\,\text{cm}$
평행사변형이므로 $\overline{BC} = \overline{AD} = 6\,\text{cm}$
$\therefore \overline{BF} = \overline{BC} + \overline{FC} = 6 + 6 = 12(\,\text{cm})$

18. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] ☐
[결론] $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서
$\overline{AD}=\overline{BC}\cdots$㉠
$\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$이므로
$\angle OAD=\angle OCB$ (엇각) $\cdots$㉡
$\angle ODA=\angle OBC$ (엇각) $\cdots$㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD\equiv\triangle OCB$ (ASA 합동)
$\therefore \overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

① □ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

② □ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$

③ □ABCD에서 $\overline{AB}\,//\,\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

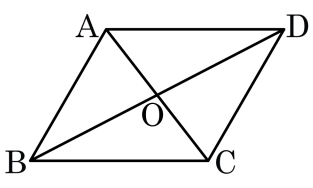
④ □ABCD에서 $\overline{AB}\,//\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$

⑤ □ABCD에서 $\overline{AB}\,//\,\overline{AD}$, $\overline{CD}\,//\,\overline{BC}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AB}\,//\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$를 가정하여 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$를 증명하는 과정이다.

19. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.'를 증명한 것이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, [ㄱ] $= \overline{DO}$
[증명] △OAD와 △OCB에서 [ㄴ] $= \overline{BC}$ ···㉠
$\overline{AD} /\!/$ [ㄷ]이므로
∠OAD = ∠OCB ([ㄹ]) ···㉡
∠ODA = ∠OBC ([ㄹ]) ···㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB ([ㅁ] 합동)
∴ $\overline{AO} = \overline{CO}$, [ㄱ] $= \overline{DO}$

① ㄱ : $\overline{BO}$ ② ㄴ : $\overline{CD}$ ③ ㄷ : $\overline{BC}$
④ ㄹ : 엇각 ⑤ ㅁ : ASA

해설

②에서 $\overline{BC} = \overline{AD} \neq \overline{CD}$이다.

20. 다음 보기 중에서 직사각형의 성질이 옳게 짝지어진 것은?

보기

㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

㉡ 내각의 크기가 모두 90° 이다.

㉢ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

㉣ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

㉤ 두 대각선이 수직으로 만난다.

① ㉠, ㉢ ② ㉣, ㉤ ③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

직사각형은 이웃하는 두 내각의 크기가 같으며.
두 대각선이 수직으로 만나는 것은 마름모이다.

21. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부의 임의의 한 점 P 에 대하여 $\triangle PAD = 15cm^2$, $\triangle PBC = 11cm^2$, $\triangle PCD = 12cm^2$ 일 때, $\triangle PAB$ 의 넓이를 구하여라.

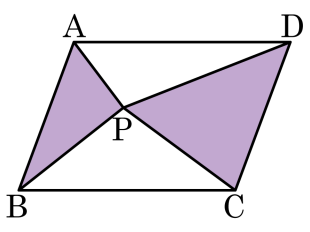
▶ 답 : $\underline{\quad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $\underline{14cm^2}$

해설

$\triangle PAB+\triangle PCD = \triangle PAD+\triangle PBC = \frac{1}{2}\times\square ABCD$, $\triangle PAB+12 =$
$15+11 = 26(cm^2)$
$\therefore \triangle PAB = 14cm^2$

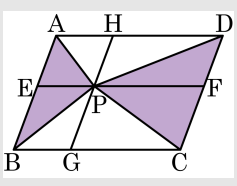
22. 다음 그림과 같은 평행사변형 □ABCD 의 넓이가 52cm^2 일 때, □ABCD 내부의 한 점 P 에 대하여 △ABP + △CDP 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $26\underline{\text{cm}^2}$

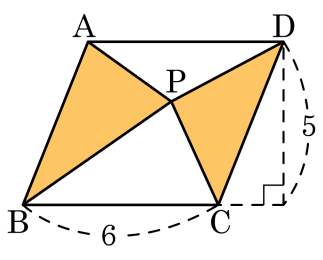
해설



점 P 를 지나고 $\overline{AD}, \overline{AB}$ 에 평행한 직선 $\overline{EF}, \overline{HG}$ 를 그으면 □AEPH , □EBGP , □PGCF , □HPFD 는 모두 평행사변형이다.
△ABP+△PCD = △APD+△PBC 이므로 색칠한 부분의 넓이는 □ABCD 의 $\frac{1}{2}$ 이다.

$\therefore$ △ABP + △CDP $= 52 \times \frac{1}{2} = 26(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림과 같이 평행사변형 내부에 한 점 P를 잡았을 때, 어두운 부분의 넓이의 합은?



① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.
평행사변형의 넓이가 $5 \times 6 = 30$이므로
$\triangle PAB + \triangle PCD = \frac{1}{2} \times 30 = 15$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에 대하여 $\triangle ABP = 18cm^2$, $\triangle PBC = 16cm^2$, $\triangle PCD = 20cm^2$일 때, $\triangle APD$의 넓이는?

① $17cm^2$ ② $22cm^2$ ③ $25cm^2$

④ $30cm^2$ ⑤ $35cm^2$

해설

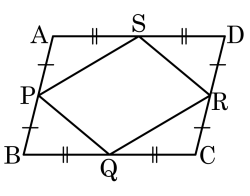
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ABP + \triangle PCD = \triangle APD + \triangle PBC$이다.

$\triangle ABP = 18cm^2$, $\triangle PBC = 16cm^2$, $\triangle PCD = 20cm^2$이므로

$18 + 20 = \triangle APD + 16$이다.

$\therefore \triangle PAD = 22cm^2$

25. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 도형이 되는가?



① 정사각형 ② 마름모

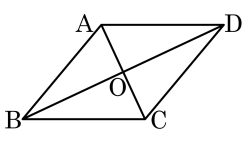
③ 직사각형 ④ 평행사변형

⑤ 사다리꼴

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

26. 다음 중 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 3 개)

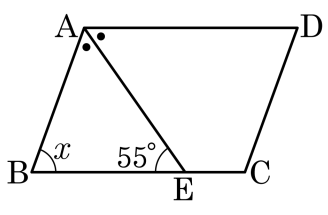


① $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{BC} = \overline{CD}$
② $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
③ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
④ $\angle A = \angle B$, $\angle C = \angle D$
⑤ $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

해설

평행사변형이 되기 위한 조건
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

27. 다음 그림과 같은 □ABCD에서 ∠A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 E라 한다. 이때, □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 ∠x의 크기는?

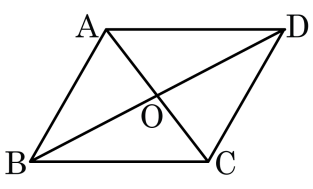


① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

평행선의 엇각의 성질에 의해 • = 55°,
삼각형의 내각의 합은 180°이므로 $x = 70°$이다.

28. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



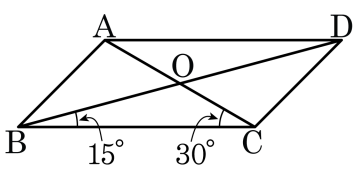
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$ ···㉠
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로
∠OAD = ∠OCB (엇각) ···㉡,
∠ODA = □ (엇각) ···㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △OAD ≡ △OCB (ASA 합동)
∴ $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① ∠ODA ② ∠OAB ③ ∠CDO
④ ∠OBC ⑤ ∠BCO

해설

△OAD 와 △OCB 에서 평행사변형의 대변의 길이는 같으므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이고
∠OAD = ∠OCB (엇각), ∠ODA = ∠OBC (엇각) 이므로
△OAD ≡ △OCB (ASA 합동) 이다.

29. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle ACB = 30°$, $\angle CBD = 15°$ 라고 할 때, $\angle AOB$ 의 크기는?



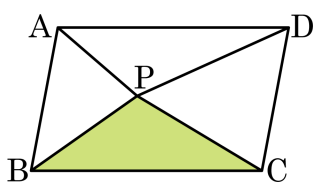
① $25°$ ② $30°$ ③ $35°$ ④ $40°$ ⑤ $45°$

해설

$\overline{AB}//\overline{CD}$ 이므로 $\angle ADO = \angle DBC = 15°$, $\angle DAO = \angle OCB = 30°$

$\angle AOB = \angle DAO + \angle ADO = 15° + 30° = 45°$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 100cm^2이고, $\triangle PAD$의 넓이가 24cm^2일 때, 어두운 부분의 넓이는 얼마인가?



① 24cm^2 ② 25cm^2 ③ 26cm^2

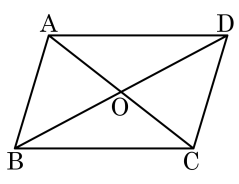
④ 28cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.

$100 \times \frac{1}{2} = 24 + \triangle PBC$이므로 $\triangle PBC = 26(\text{cm}^2)$이다.

31. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 마름모가 될 조건을 골라라.



㉠ $\overline{AB} = \overline{AD}$	㉡ $\overline{AO} = \overline{AD}$	㉢ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
㉣ $\overline{BO} = \overline{OC}$	㉤ $\angle A = 90°$	

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 두 변의 길이가 같고, 두 대각선이 서로 수직으로 만나야 한다.