1. $\dfrac{2}{6\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하면, $\dfrac{\sqrt{2}}{3a}$ 일 때, a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\frac{2}{6\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{6\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{6\times 2} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

$\therefore\ 3a = 6,\ a = 2$

2. $\frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{6}}$ 의 분모를 유리화하였더니 $\frac{\sqrt{15}}{2}$ 가 되었다. 이 때, 자연수 a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 12

해설

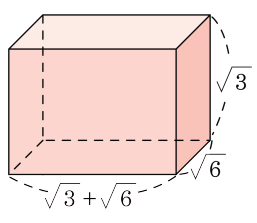
$\frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6a}}{2\times 6} = \frac{\sqrt{6a}}{4}$

$\frac{\sqrt{6a}}{4} = \frac{\sqrt{15}}{2}$ 이므로

$\sqrt{6a} = 2\sqrt{15} = \sqrt{60}$

$\therefore a = 10$

3. 가로의 길이가 $\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)$, 세로의 길이가 $\sqrt{6}$, 높이가 $\sqrt{3}$ 인 직육면체의 겉넓이는?



① $6\sqrt{6}+12$ ② $9\sqrt{2}+6$

③ $12\sqrt{3}+12$ ④ $18\sqrt{2}+18$

⑤ $24\sqrt{2}+21$

해설

(직육면체의 겉넓이)

$= 2\times\left\{(\sqrt{3}+\sqrt{6})\times\sqrt{6}+\sqrt{3}\times\sqrt{6}+(\sqrt{3}+\sqrt{6})\times\sqrt{3}\right\}$

$= 2\left(\sqrt{18}+6+\sqrt{18}+3+\sqrt{18}\right)$

$= 2(3\sqrt{18}+9)$

$= 18\sqrt{2}+18$

4. 길이가 24 인 끈을 잘라서 넓이의 비가 3: 1 인 두 개의 정사각형을 만들려고 한다. 작은 사각형의 한 변의 길이를 구하면?

① $2\sqrt{3}+3$ ② $3\sqrt{3}-3$ ③ $3\sqrt{3}+3$
④ $4-4\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}-2$

해설

작은 정사각형 한 변의 길이 : a
큰 정사각형 한 변의 길이 : b
$4(a+b)=24 \Rightarrow a+b=6$
$b=\sqrt{3}a \Rightarrow a+\sqrt{3}a=6$
$(1+\sqrt{3})a=6$

$\therefore a=\dfrac{6}{1+\sqrt{3}}=\dfrac{6(\sqrt{3}-1)}{2}=3\sqrt{3}-3$

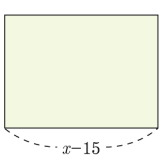
5. 정사각형 모양의 땅의 넓이가 $16a^2-24a+9$ 일 때, 한 변의 길이는?

① $3a+5$　② $4a-3$　③ $4a+3$
④ $3a-3$　⑤ $2a+5$

해설

$16a^2-24a+9=(4a-3)^2$
따라서 한 변의 길이는 $4a-3$ 이다.

6. 다음 그림에서 사각형의 넓이가 $x^2 - 11x - 60$ 일 때, 세로의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $(x+4)$

해설

(가로의 길이) × (세로의 길이) = (직사각형의 넓이)
$(x-15)(x+4) = (x^2 - 11x - 60)$

7. 다음 이차함수의 그래프를 폭이 좁은 것부터 나열하여라.

㉠ $y=\frac{1}{2}x^2$	㉡ $y=-\frac{1}{5}x^2$	㉢ $y=x^2$
㉣ $y=3x^2$	㉤ $y=-2x^2$	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉢

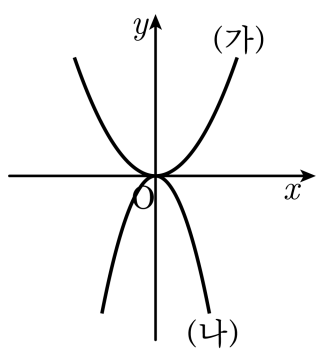
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.

8. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나)의 식으로 적당한 것은?



① $y = -2ax^2$ ② $y = -ax^2$ ③ $y = 2ax^2$
④ $y = -\frac{1}{2}ax^2$ ⑤ $y = \frac{1}{2}ax^2$

해설

$y = bx^2$, $b < 0$
$|\,b\,| > |\,a\,|$

9. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(a,\ b)$ 이고, y 절편이 c 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$y = 2x^2 + 4x + 1$
$= 2\left(x^2 + 2x + 1 - 1\right) + 1$
$= 2(x + 1)^2 - 1$
꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -1)$ 이므로 $a = b = -1$
y절편이 c이므로
$c = 2 \times 0^2 + 4 \times 0 + 1$
$\therefore c = 1$
$\therefore\ a + b + c = -1$

10. $y = 2x^2 + 4x - 1$ 을 $a(x-p)^2 + q$ 꼴로 고치는 과정 중 처음 <u>틀린</u> 곳을 찾아라.

$$
\begin{aligned}
y &= 2x^2 + 4x - 1 \\
&= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉠ \\
&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉡ \\
&= 2(x+1)^2 - 3 - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉢ \\
&= 2(x+1)^2 - 4 \quad \cdots\cdots\cdots ㉣
\end{aligned}
$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$$
\begin{aligned}
y &= 2x^2 + 4x - 1 \\
&= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉠ \\
&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉡ \\
&= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \quad \cdots\cdots\cdots ㉢ \\
&= 2(x+1)^2 - 3 \quad \cdots\cdots\cdots ㉣
\end{aligned}
$$

따라서 처음으로 틀린 곳은 ㉢이다.

11. $\sqrt{52-x}=7$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x=3$

해설

$\sqrt{52-x}=7$

$52-x=49$

$\therefore x=3$

12. $\sqrt{48a}$ 와 $\sqrt{52-a}$ 모두 정수가 되도록 하는 양의 정수 a 의 개수는?

① 0 개　② 1 개　③ 2 개　④ 3 개　⑤ 4 개

해설

$\sqrt{48a} = \sqrt{2^4 \times 3 \times a}$ … ①

$52 - a = 0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 49$ … ②

②를 만족하는 $a = 52,\ 51,\ 48,\ 43,\ 36,\ 27,\ 3$

이 중 ①을 만족하는 것은 3, 27, 48

13. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 위로 볼록하다.

② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

③ y 축과 점 $(0, 5)$ 에서 만난다.

④ 제 $2, 3, 4$ 사분면을 지난다.

⑤ 평행이동하면 $y = 2x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어진다.

해설

$y = 2\left(x^2 - 4x + 4 - 4\right) + 2 = 2\left(x - 2\right)^2 - 6$

14. $y = 2x^2 - 8x + 4$

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 2(x-2)^2 - 4$, $(2,\ -4)$, $x = 2$

해설

$y = 2x^2 - 8x + 4$
$= 2(x^2 - 4x) + 4$
$= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 4$
$= 2(x-2)^2 - 4$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -4)$ 이고 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

15. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{3}\sqrt{5} = \sqrt{15}$

② $-\sqrt{5}\sqrt{7} = -35$

③ $2\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 14$

④ $\sqrt{\frac{2}{5}} \times \sqrt{\frac{7}{2}} = \sqrt{\frac{7}{5}}$

⑤ $\sqrt{2} \times 2\sqrt{6} = 4\sqrt{3}$

해설

② $-\sqrt{5}\sqrt{7} = -\sqrt{35}$

16. $x,\ y > 0$ 이고, $\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$, $y = x + 2$ 일 때, $3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$\sqrt{\frac{6}{x}} \times \sqrt{3x^2} \times \sqrt{18x} = 90$

$\sqrt{\frac{6}{x} \times 3x^2 \times 18x} = 90$

$\sqrt{18^2 \times x^2} = 90$

$18x = 90$

$\therefore x = 5$

$y = x + 2$ 이므로 $\therefore y = 7$

$\therefore 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{y}} \times \sqrt{y-3} = 3\sqrt{7} \times \frac{1}{\sqrt{7}} \times \sqrt{4}$

$= 3 \times 2 = 6$ 이다.

17. 반지름의 길이가 5 cm 인 원에서 반지름의 길이를 x cm 만큼 늘릴 때, 늘어난 넓이를 x 에 대한 식으로 나타내면?

① $5\pi x^2\,\mathrm{cm}^2$ ② $\pi x(x+5)\,\mathrm{cm}^2$

③ $\pi x(x+10)\,\mathrm{cm}^2$ ④ $\pi x(2x+5)\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $\pi x(2x+10)\,\mathrm{cm}^2$

해설

(반지름의 길이가 5 cm 인 원의 넓이)
$= \pi \times 5^2 = 25\pi(\,\mathrm{cm}^2)$
(반지름의 길이를 x cm 만큼 늘인 원의 넓이)
$= \pi \times (x+5)^2$
따라서, 늘어난 넓이는
$\pi \times (x+5)^2 - 25\pi = \pi(x^2+10x+25) - 25\pi$
$= \pi x^2 + 10\pi x + 25\pi - 25\pi$
$= \pi x(x+10)(\,\mathrm{cm}^2)$

18. 밑면의 넓이가 x^2-3y+1 인 직육면체의 부피가 $x^3+2x^2-3xy+x-6y+2$ 일 때, 이 직육면체의 높이가 $ax+b$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=3$

해설

$x^3+2x^2-3xy+x-6y+2$
$=x^2(x+2)-3y(x+2)+x+2$
$=(x+2)(x^2-3y+1)$
따라서 $a=1,\ b=2$ 이므로
$a+b=3$ 이다.

19. 두 근이 2, -3 이고, 이차항의 계수가 -1 인 이차방정식의 상수항을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$-(x-2)(x+3)=0$
$-(x^2+x-6)=0$
$-x^2-x+6=0$
따라서 상수항은 6 이다.

20. 이차방정식 $4x^2+px-5p=0$ 을 $(2x-A)^2=B$ 의 꼴로 변형하였더니 $B=0$ 이 되었다. 이 때, A 의 값을 구하여라. $(p\neq 0)$

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$4x^2+px-5p=0$ 을 변형하면

$\left(2x+\frac{p}{4}\right)^2=5p+\frac{p^2}{16}$

즉, $B=0$ 이므로

$5p+\frac{p^2}{16}=0$

$80p+p^2=0$

$p(p+80)=0$

$p\neq 0$ 이므로

$\therefore\ p=-80$

따라서 $A=-\frac{p}{4}=20$ 이다.

21. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 2k + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖기 위한 k 값의 범위를 구하면?

① $k < -\frac{3}{4}$ ② $k < -\frac{1}{2}$ ③ $k < 0$
④ $k < \frac{1}{2}$ ⑤ $k < \frac{3}{4}$

해설

$\frac{D}{4} = 9 - 2 \times (2k + 3) > 0,\ k < \frac{3}{4}$

22. x 에 대한 방정식 $x^4 + 2(p-2)x^2 + p = 0$이 서로 다른 4 개의 실근을 가지기 위한 실수 p 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $0 < p < 1$

해설

$x^4 + 2(p-2)x^2 + p = 0$ 에서 $x^2 = t$ 로 치환하면

$t^2 + 2(p-2)t + p = 0 \cdots$㉠

㉠의 근을 α, β 라 하면 $t = \alpha$ 또는 $t = \beta$, 즉 $x^2 = \alpha$ 또는 $x^2 = \beta$ 이므로 서로 다른 네 실근을 가지려면

(1) $\alpha + \beta = -2(p-2) > 0 \therefore\ p < 2$

(2) $\alpha\beta = p > 0 \therefore\ p > 0$

(3) $\alpha \neq \beta$, 즉 $\frac{D}{4} = (p-2)^2 - p > 0$ 이므로 $p^2 - 5p + 4 > 0$,

$(p-1)(p-4) > 0$

$\therefore\ p < 1$ 또는 $p > 4$

따라서 (1), (2), (3) 에 의해서 $0 < p < 1$ 이다.

23. 다음 식을 간단히 하면?

$\sqrt{225}-\sqrt{(-6)^2}+\sqrt{(-3)^2\times 2^4}-\sqrt{5^2}-\left(-\sqrt{3}\right)^2$

① -11 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 19

해설

$\sqrt{225}-\sqrt{(-6)^2}+\sqrt{(-3)^2\times 2^4}-\sqrt{5^2}-\left(-\sqrt{3}\right)^2$

$=15-6+\sqrt{(3\times 2^2)^2}-5-3$

$=9+12-8=13$

24. $2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$\begin{aligned}
2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{1024}}} &= 2\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{(2^5)^2}}} \\
&= 2\sqrt{4\sqrt{8\times 2^5}} \\
&= 2\sqrt{4\times 2^4} \\
&= 2\times 2^3 \\
&= 2^4
\end{aligned}$$

25. ax^2+5x+b는 $x+3, 2x-1$을 인수로 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=-1$

해설

$$(x+3)(2x-1) = 2x^2 - x + 6x - 3$$
$$= 2x^2 + 5x - 3$$

$a=2,\ b=-3$

$\therefore a+b=2-3=-1$

26. $x^2+ax+15$가 $(x+b)(x+c)$로 인수분해될 때, 상수 a의 최댓값을 구하여라.(단, a, b, c는 정수)

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$(x+b)(x+c)=x^2+(b+c)x+bc$
$bc=15$인 b와 c의 조합을 찾는다.
b, c가 $1, 15$일 때, $a=16$
b, c가 $3, 5$일 때, $a=8$
따라서 a의 최댓값은 16이다.

27. 원 위의 움직이는 점 P 와 점 Q 가 동일한 위치에서 서로 반대방향으로 출발하여 이동하고 있다. 각 점들이 움직인 시간을 t 라 하면 점 P 가 움직인 거리는 $2t$ 에 비례하고, 점 Q 가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}t^2$ 에 비례한다. 점 P 가 점 Q 보다 3 초 일찍 출발하여 P 가 출발한지 5초 후에 두 점이 만나게 되고, P 가 출발한지 9 초 후에 다시 한번 만나게 된다고 할 때, 점 P 가 움직인 거리와 점 P 가 움직인 거리가 같아지는 시각은 점 P 가 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라. (단, 원둘레의 길이는 72 이다.)

▶ 답: 초

▷ 정답: $17+2\sqrt{70}$ 초

해설

점 P 와 점 Q 가 움직인 시간을 t 라 하면 점 P 가 움직인 거리는 $s = a \times 2t$, 점 Q 가 움직인 거리 $s' = b \times \frac{1}{2}t^2$ 이다. (a, b는 상수)
점 P 가 이동하기 시작한지 5 초 후와 9 초 후에 각각 한 번씩 만나고 점 P 는 Q 보다 3 초 일찍 출발하므로
$10a + 2b = 72$
$18a + 18b = 144$
$\therefore\ a = 7,\ b = 1$
따라서 x 초 동안 P 가 움직인 거리는 $14x$, Q 가 움직인 거리는 $\frac{1}{2}x^2$ 이다.
P 가 3 초 먼저 출발하므로
$14x = \frac{1}{2}(x-3)^2$
$x^2 - 34x + 9 = 0$
$x = 17 + 2\sqrt{70}$
따라서 구하는 시각은 출발한지 $17 \pm 2\sqrt{70}$ 초 후이다.