

1. 다음 집합 중에서 조건제시법을 원소나열법으로, 원소나열법을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은? (정답 2개)

① $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{1, 3, 6, \dots\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8, \dots\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, \dots, 23, 29\}$

④ $\{3, 6, 9, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7, \dots, 99\} = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 홀수}\}$

해설

① $\{1, 3, 5, \dots\}$

② $\{1, 2, 5, 10\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

2. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\emptyset) = 1$

② $X = \{1, 2\}$ 이면 $n(X) = 3$

③ $n(\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}) = 5$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}, B = \{1, 3, 7\}$ 일 때,
 $n(A) + n(B) = 3$

⑤ $A = \{x \mid 6 \times x = 24, x \text{는 홀수}\}$ 일 때, $n(A) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0$

② $X = \{1, 2\}$ 에서 $n(X) = 2$

③ $n(\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}) = n(\{1, 5\}) = 2$

⑤ $A = \{x \mid 6 \times x = 24, x \text{는 홀수}\}$ 일 때, $n(A) = 0$

3. $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$

② $10 \in B$

③ $\emptyset \subset A$

④ $2 \subset B$

⑤ $7 \in B$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\},$$

$$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

① $B \subset A$

④ $2 \in B$

⑤ $7 \notin B$

4. 다음 중 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\emptyset$

② $\{2\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$

④ $\{5, 7\}$

⑤ $\{x \mid 2 < x < 8 \text{인 홀수}\}$

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$\textcircled{3} \{1, 3, 5\} \not\subset A$$

$$\textcircled{5} \{3, 5, 7\} \subset A$$

5. 두 집합 $A = \{6, a, 1, b, 3\}$, $B = \{8, c, 1, d, 5\}$ 가 서로 같을 때,
 $(a + b) - (c + d)$ 의 값으로 옳은 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A = B$ 이므로

$$\{6, a, 1, b, 3\} = \{8, c, 1, d, 5\}$$

이 중 1 은 공통이므로 제외하면

$$a = 8, b = 5 \text{ 또는 } a = 5, b = 8$$

$$\text{따라서 } a + b = 13$$

$$c = 3, d = 6 \text{ 또는 } c = 6, d = 3$$

$$\text{따라서 } c + d = 9$$

$$\therefore (a + b) - (c + d) = 4$$

6. 집합 $A = \{1, 2, 4\}$ 의 부분집합 중 원소 2 또는 4 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6개

해설

원소 2 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-1} = 4 \text{ (개)}$$

원소 4 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-1} = 4 \text{ (개)}$$

원소 2, 4 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{3-2} = 2 \text{ (개)}$$

원소 2 또는 4 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$4 + 4 - 2 = 6 \text{ (개)}$$

7. 집합 B 와 서로소인 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $A - B$

㉡ $A^c \cap B^c$

㉢ $A - (A - B)$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 집합 A 에서 B 와 공통되는 원소를 모두 제거했기 때문에 $A - B$ 는 B 와 서로소 관계에 있다.

㉡ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$ 이므로 원소들은 집합 A 와 B 에 공통되는 원소가 없다.

따라서 서로소 관계가 된다.

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cup B = B \cup A$

② $A \cup \emptyset = A$

③ $(A \cap B) \subset A$

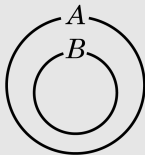
④ $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$

⑤ $B \subset A$ 이면 $A \cap B = A$

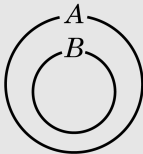
해설

③ $(A \cap B) \subset A, (A \cap B) \subset B$

④ $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$



⑤ $B \subset A$ 이면 $A \cap B = B$



9. 학생 35명 중에서 제주도에 가 본 학생이 13명, 경주에 가 본 학생이 19명, 두 곳 모두 가 본 적이 없는 학생이 8명일 때, 경주에만 가 본 학생 수를 구하여라.



답:

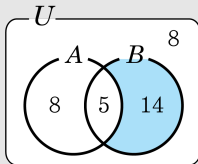
명



정답: 14명

해설

전체 학생을 U , 제주도에 가 본 학생을 A , 경주에 가 본 학생을 B 라 할 때, 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 경주에만 가 본 학생은 14명이다.

10. 명제 ‘ $x \leq -1$ 이면 $3x + 2 \leq k$ 이다.’ 가 참일 때, 다음 중 상수 k 의 값으로 옳은 것은?

① -5

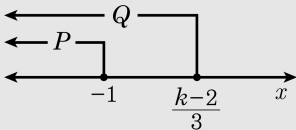
② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설



$p : x \leq -1$, $q : 3x + 2 \leq k$ 라 하고, 조건 p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 할 때 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다.

$$-1 \leq \frac{k-2}{3}, \quad -3 \leq k-2$$

$$\therefore k \geq -1$$

11. 실수 x 에 대하여 다음 명제가 참일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

$$x > a \text{ 이면 } |x - 2| > 4$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 명제가 참이므로

대우 ' $|x - 2| \leq 4$ 이면 $x \leq a$ 이다.' 가 참이다.

$|x - 2| \leq 4$ 에서

$-4 \leq x - 2 \leq 4$, $-2 \leq x \leq 6$ 이므로

$\therefore a \geq 6$

따라서 a 의 최솟값은 6이다.

12. $x \leq -2$ 또는 $0 < x \leq 3$ 이기 위한 필요조건이 $x \leq a$ 이고, 충분조건이 $x \leq b$ 일 때, a 의 최솟값을 m , b 의 최댓값을 M 이라 할 때, $m + M$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

문제에서 주어진 조건에 의하여 $\{x \mid x \leq b\} \subset \{x \mid x \leq -2 \text{ 또는 } 0 < x \leq 3\} \subset \{x \mid x \leq a\}$ 가 되어야 하므로

$$\therefore a \geq 3, b \leq -2$$

따라서 a 의 최솟값은 3, b 의 최댓값은 -2이다.

$$\therefore m + M = 3 + (-2) = 1$$

13. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하자. 이때, 다음 식을 만족시키는 조건 p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$$



답:

조건



정답: 충분조건

해설

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$$

$$\{P \cap (Q \cup Q^c)\} \cap Q = P$$

$$(P \cap U) \cap Q = P$$

$$P \cap Q = P$$

$$P \subset Q$$

$$\therefore p \Rightarrow q$$

따라서, p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

14. 다음 ㉠, ㉡에 알맞은 것끼리 짝지어진 것은?

네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건일 때, s 는 p 이기 위한 (㉠) 조건이며 p 는 q 이기 위한 (㉡) 조건이다.

① 필요, 필요

② 필요, 충분

③ 충분, 필요

④ 충분, 충분

⑤ 필요충분, 충분

해설

네 조건 p, q, r, s 를 만족하는 집합은 각각 P, Q, R, S 라고 하면
 $p \subset R, Q \subset R, S \supset R, Q \supset S, P \subset R, R \subset S$ 이므로 $P \subset S$
따라서 S 는 r 이기 위한 필요조건이다.

$Q \subset R, R \subset S, S \subset Q$ 이므로 $Q = R = S$

$P \subset R$ 이므로 $P \subset Q$

따라서 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

15. $a > 0, b > 0$ 일 때, $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 산술기하평균의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned}(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) &= 1 + \frac{b}{a} + \frac{a}{b} + 1 \\ &= \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right) + 2 \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} + 2 = 4\end{aligned}$$

16. 집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 99, 100\}$ 이다. 다음 U 의 부분집합 A 중 아래 조건 ㉠과 ㉡를 만족시키며 원소의 개수가 가장 적은 것은?

㉠ $3 \in A$

㉡ $m, n \in A$ 이고 $m + n \in U$ 이면, $m + n \in A$ 이다.

① $A = \{1, 2, \dots, 100\}$

② $A = \{1, 3, 5, \dots, 99\}$

③ $A = \{3, 4, 5, \dots, 100\}$

④ $A = \{3, 6, 9, \dots, 99\}$

⑤ $A = \{3, 9, 15, \dots, 99\}$

해설

$3 \in A$, $3 + 3 \in A$, $3 + 3 + 3 \in A$, ... 이므로 U 의 원소 중 3의 배수가 된다.

따라서 원소의 개수가 가장 적은 A 는 ④

17. 집합 $N = \{n_1, n_2, \dots, n_7\}$ 의 부분집합 중에서 n_1, n_3, n_7 중 적어도 하나를 포함하는 부분집합의 개수는?

① 3×2^4

② 4×2^4

③ 7×2^4

④ 8×2^4

⑤ 5×2^5

해설

n_1, n_3, n_7 중 적어도 하나를 포함하는 N 의 부분집합은 n_1, n_3, n_7 을 하나도 포함하지 않는 부분집합의 여집합이므로 $2^7 - 2^4 = 2^4 (2^3 - 1) = 7 \times 2^4$

18. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 12\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 5, 6, 9, 12\}$, $A \cap B = \{6, 9, 12\}$ 가 성립할 때 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{6, 8, 9, 12\}$

② $\{6, 8, 9, 10, 12\}$

③ $\{5, 6, 8, 12\}$

④ $\{1, 5, 6, 9\}$

⑤ $\{6, 9, 12\}$

해설

$\{6, 9, 12\} \subset B \subset \{3, 6, 8, 9, 10, 12\}$ 이므로 집합 B 는 원소 6, 9, 12 은 반드시 포함하는 집합이다.

따라서 ③, ④ 은 B 가 될 수 없다.

19. $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5$ 를 만족하는 자연수 $a_k (k = 1, 2, \dots, 5)$ 를 원소로 하는 집합 A 와 집합 $B = \{a_1^2, a_2^2, a_3^2, a_4^2, a_5^2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{a_1, a_4\}$ 이고 $a_1 + a_4 = 10$ 이다. $A \cup B$ 의 원소의 합이 224 일 때, $a_2 + a_3 + a_5 + a_2^2 + a_3^2 + a_5^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 142

해설

$A \cap B = \{a_1, a_4\}$ 에서 a_1, a_4 모두 제곱수이고, 두 수의 합이 10 이므로 $a_1 = 1, a_4 = 9$

9 가 집합 B 의 원소이므로 집합 A 의 원소 중에는 3 이 포함되고, 또 9 가 집합 A 의 원소이므로 집합 B 의 원소 중에는 81 이 포함된다. 또, a_5 가 a_4 보다 크지만 a_5 가 10 보다 커지면 합집합이 224 보다 커지므로 a_5 는 10 이 되고, 차례로 대입하면 $a_3 = 4$ 가 된다.

$$A = \{1, 3, 4, 9, 10\}$$

$$B = \{1, 9, 16, 81, 100\}$$

$$\therefore a_2 + a_3 + a_5 + a_2^2 + a_3^2 + a_5^2 = 3 + 4 + 10 + 9 + 16 + 100 = 142$$

20. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $X \cap A = X$, $X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x | x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}, B = \{3, 5, 7\}$$

① 2개

② 4개

③ 6개

④ 8개

⑤ 10개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, A \cap B = \{3, 5\},$$

$$X \cap A = X \text{이므로 } X \subset A,$$

$$X \cup (A \cap B) = X \text{이므로 } (A \cap B) \subset X$$

$$\{3, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\},$$

따라서 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 3, 5를 반드시 포함하는 집합이므로

$$2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{이다.}$$

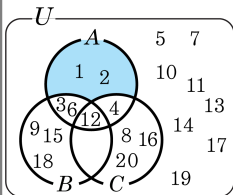
21. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x|x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$,
 $C = \{x|x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $(A - B) \cap C^C$ 을 원소나열법으로 나타내어라.

▶ 답:

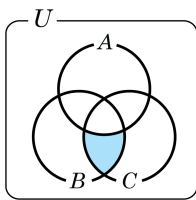
▷ 정답: $\{1, 2\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 18, 19, 20\}$,
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $C = \{4, 8, 12, 16, 20\}$
 이므로 $(A - B) \cap C^C$ 을 벤 다이어그램
 으로 나타내면 다음과 같다.
 $\therefore (A - B) \cap C^C = \{1, 2\}$



22. 전체집합 U 에 대하여 세 부분집합 A, B, C 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 색칠된 부분을 나타내는 집합을 모두 고르면?



① $A^c \cap B \cap C$

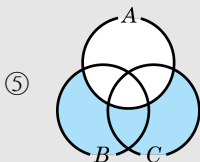
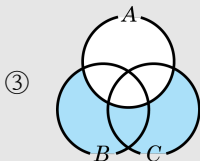
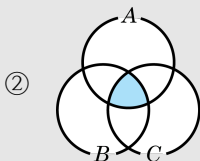
② $A \cap B \cap C$

③ $(B \cup C) - A$

④ $(B \cap C) - A$

⑤ $(B - A) \cup (C - A)$

해설



23. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) < n(B)$

② $A \cap B = \emptyset$ 이면 $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A = B$

④ $A \cup B = B$ 이면 $B - A = \emptyset$

⑤ $A \cap B^c = A$ 이면 $n(A \cap B) = 0$

해설

① $A \cap B = A$ 이면 $n(A) \leq n(B)$

③ $A - B = \emptyset$ 이면 $A \subset B$

④ $A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$

24. $0 < a < b$, $a + b = 1$ 일 때, 다음 네 수 또는 식의 대소를 비교한 것 중 잘못된 것은?

$$1, \quad \sqrt{a} + \sqrt{b}, \quad \sqrt{b} - \sqrt{a}, \quad \sqrt{b-a}$$

- ① $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a}$ ② $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$
 ③ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$ ④ $\sqrt{b-a} < 1$
 ⑤ $\sqrt{b-a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

주어진 네 수는 모두 양수이므로 제곱의 대소 관계를 알아보자.

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 1^2 &= a + 2\sqrt{ab} + b - 1 \\ &= 2\sqrt{ab} > 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 &> 1 \\ \therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} &> 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad 1^2 - (\sqrt{b-a})^2 &= 1 - b + a \\ &= (a+b) - b + a \\ &= 2a > 0 \end{aligned}$$

$$\therefore 1 > \sqrt{b-a}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad (\sqrt{b-a})^2 - (\sqrt{b} - \sqrt{a})^2 &= b - a - (b - 2\sqrt{ab} + a) \\ &= 2\sqrt{ab} - 2a \\ &= 2\sqrt{a}(\sqrt{b} - \sqrt{a}) > 0 \\ \therefore \sqrt{b-a} &> \sqrt{b} - \sqrt{a} \end{aligned}$$

$$\text{(i)}, \text{(ii)}, \text{(iii)} \text{에서 } \sqrt{a} + \sqrt{b} > 1 > \sqrt{b-a} > \sqrt{b} - \sqrt{a}$$

25. 무한집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B$ 는 무한집합, A 는 유한집합일 때, 다음 중 반드시 유한집합을 모두 고르면 ? (정답 2 개)

① $A^c \cap B$

② $(A \cap B)^c$

③ $B \cup X = X$ 일 때, 집합 X

④ $A - B$

⑤ $A^c \cap B^c = \emptyset$ 일 때, B^c

해설

$A \cup B$ 는 무한집합, A 는 유한집합이므로 B 는 무한집합이다.

① $A^c \cap B \rightarrow A^c$ 도 B 도 무한집합이지만, 두 무한집합의 교집합은 무한집합일 수도 유한집합일 수도 있다.

② $(A \cap B)^c \rightarrow A \cap B$ 가 유한집합이므로 $(A \cap B)^c$ 는 무한집합이다.

③ $B \cup X = X$ 일 때, 집합 $X \rightarrow B \subset X$ 이므로 무한집합이다.

④ $A - B$ 는 유한집합 차집합 무한집합이므로 항상 유한집합이다.

⑤ $A^c \cap B^c = \emptyset$ 일 때, $(A \cup B)^c = \emptyset$, $A \cup B = U$ 이므로 B^c 는 유한집합이다.