

1. 두 자연수 a, b 가 있다. a 를 b 로 나누었을 때의 몫이 9, 나머지가 8 이었다. a 를 3 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a = 9 \times b + 8 = 3 \times b \times 3 + 3 \times 2 + 2$ 이므로 나머지는 2 이다.

2. $x = 5^{15} + 1$, $y = 2^{13} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$
이 때 $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$ 이므로
 $5^{15} + 2^{13} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.
 $5^{15} \times 2^{13} = 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2$
 $= (5 \times 2)^{13} \times 25$
 $= 10^{13} \times 25$
따라서 xy 는 15 자리의 수이다.

3. $3^a = 243$, $7^b = 343$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$3^5 = 243$, $7^3 = 343$ 이므로 $a \times b = 15$ 이다.

4. 다음 중 소인수분해를 바르게 한 것은?

① $30 = 2^2 \times 3 \times 5$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^8 \times 10$

④ $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $200 = 2 \times 10^2$

해설

① $30 = 2 \times 3 \times 5$

② $140 = 2^2 \times 5 \times 7$

③ $80 = 2^4 \times 5$

⑤ $200 = 2^3 \times 5^2$

5. 168의 소인수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

168 을 소인수분해하면 $168 = 2^3 \times 3 \times 7$ 이다.

소인수는 2, 3, 7이다.

$$2 + 3 + 7 = 12$$

6. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

7. 432를 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

- ① 3 ② 6 ③ 12 ④ 27 ⑤ 48

해설

$$\frac{432}{x} = \square^2$$

$$432 = 2^4 \times 3^3$$

나뉘야 할 가장 작은 자연수는 3이다. 그러므로 3 또는 $3 \times$ (지수가 짝수인 수)의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

- ① 3
② 2×3
③ $2^2 \times 3$
④ 3^3
⑤ $2^4 \times 3$

8. $96a = b^3$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 18$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$$96a = 2^5 \times 3 \times a = b^3$$

지수가 3 의 배수가 되도록 작은 수를 곱해주어야 한다.

$$\therefore a = 2 \times 3^2 = 18$$

$$2^6 \times 3^3 = (2^2 \times 3)^3 = 12^3$$

$$\therefore b = 12$$

9. 자연수 n 의 약수의 개수를 $S(n)$ 이라 정의한다. $\frac{S(n)}{S(17)} = S(16)$ 을 만족하는 n 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$S(17) = 2, S(16) = 5$ 이므로, $S(n) = 10$ 이다.
 $n = a^x \times b^y$ 라 두면, $(x+1) \times (y+1) = 10$ 이므로,
 $(x,y) = (1,4), (4,1)$ 이다.
이러한 x,y 의 값을 만족하는 수 중 가장 작은 수는
 $2^1 \times 3^4, 2^4 \times 3^1$ 중의 하나이다.
 $\therefore n$ 중에서 가장 작은 수= 48

10. 504의 약수의 개수와 $3^x \times 7^2 \times 13^y$ 의 약수의 개수가 같다고 한다. 이때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $x = 3$, $y = 1$ 이어야 한다. ($\because x > y$)
 $\therefore x - y = 3 - 1 = 2$

11. 다음 보기 중 6 과 서로소인 수를 모두 찾아라.

보기

3, 9, 11, 12, 15, 17, 25

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 25

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로 소인수로 2 와 3 을 갖지 않는 것을 찾는다.
11, 17 은 소수이며, $25 = 5^2$ 이므로 답은 11 , 17 , 25 이다.

12. 두 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수를 구하면?

- ① $2^2 \times 3^2$ ② $2^2 \times 3^3$ ③ $2^3 \times 3^3 \times 5$
④ $2^3 \times 3^3 \times 5$ ⑤ $2^5 \times 3^5 \times 7$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 최대공약수이다.
 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수: $2^2 \times 3^2$

13. $2^3 \times 3^2 \times 5^2$, $2 \times 3^2 \times 7$, 180 의 공약수가 아닌 것은?

① 3

② 2^2

③ 6

④ 9

⑤ 2×3^2

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5^2$, $2 \times 3^2 \times 7$, $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 2×3^2
공약수는 최대공약수의 약수이므로
주어진 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3 , 3^2 , 2×3^2 이다.

14. 두 수 a, b 의 최대공약수가 12일 때, a, b 의 공약수의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 12

⑤ 24

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 12의 약수와 같다.
12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이므로 6개이다.

15. 두 수 2×3^2 , 3×5^2 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 5$

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 5$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

해설

2×3^2 , 3×5^2
최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.

16. 두 자연수 $6 \times x$, $8 \times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$\begin{array}{l} 6 \times x = 2 \times 3 \times x \\ 6 \times x = 2^3 \times 3 \times x \\ \hline \text{최소공배수 : } 2^3 \times 3 \times x = 216 \cdots \text{①} \\ 24 \times x = 216 \\ x = 216 \div 24 = 9 \end{array}$$

17. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 32 일 때, 다음 중 a, b 의 공배수인 것을 모두 찾아라.

24 , 32 , 48 , 56 , 64 , 78 , 96

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

▷ 정답 : 64

▷ 정답 : 96

해설

두 수의 최소공배수인 32 의 배수들이 두 수의 공배수이므로, <보기>에서의 공배수는 32 , 64 , 96 이다.

18. 가로 길이가 720cm, 세로 길이가 $2^2 \times 3^2 \times 7$ cm 인 벽이 있다. 이 벽면에 정사각형의 타일을 가능한 한 적게 붙이려고 한다. 이때, 필요한 타일의 개수는?

- ① 140 개 ② 160 개 ③ 180 개
④ 200 개 ⑤ 220 개

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 두 수의 최대공약수는

$$2^2 \times 3^2 = 36$$

따라서 정사각형의 타일의 한 변의 길이가 36cm 이므로 필요한 타일의 개수는

$$(720 \div 36) \times \{(2^2 \times 3^2 \times 7) \div 36\} = 20 \times 7 = 140 \text{ (개) 이다.}$$

19. 가로, 세로의 길이가 각각 48m, 32m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 한다. 이때, 나무 그루수를 가능한 적게 하려고 할 때, 나무 사이의 간격은?

① 14m ② 16m ③ 18m ④ 20m ⑤ 22m

해설

나무 사이의 간격을 x 라 할 때,
 $48 = x \times \square$, $32 = x \times \triangle$
 x 는 48과 32의 최대공약수이므로
 $48 = 2^4 \times 3$, $32 = 2^5$
 $\therefore x = 2^4 = 16$ (m)

20. 세 수 124, 156, 204를 어떤 수로 나누었더니 그 나머지가 모두 같았다. 어떤 수 중에서 가장 큰 수와 그 때의 나머지를 구하여라.

① 어떤 수 : 7, 나머지 : 2

② 어떤 수 : 9, 나머지 : 5

③ 어떤 수 : 12, 나머지 : 6

④ 어떤 수 : 16, 나머지 : 2

⑤ 어떤 수 : 16, 나머지 : 12

해설

어떤 수를 x , 나머지를 r 이라 하고 세 수 124, 156, 204의 몫을 각각 Q_1 , Q_2 , Q_3 라 하면

$124 = xQ_1 + r$, $156 = xQ_2 + r$, $204 = xQ_3 + r$ 이므로

각각의 수의 차는 x 로 나누어 떨어진다.

$204 - 124 = 80$, $204 - 156 = 48$, $156 - 124 = 32$

32, 48, 80의 최대공약수는 16이므로 어떤 수는 16이고 그 때의 나머지는 12이다.

21. 민수는 4 일간 일하고 하루 쉬고, 윤희는 5 일간 일하고 이틀간 쉬다고 한다. 같은 날 일을 시작하여 이와 같이 1 년 동안 일을 할 경우 민수, 윤희가 같이 쉬는 날은 며칠인지 구하여라.

▶ 답: 일

▶ 정답 : 20일

해설

5 와 7 의 최소공배수를 구하면 35 이고 35 일 간격으로 같이 쉬게 되며, 그중에서 같이 쉬는 날은 구하여 보면 2 일이다.

민수가 쉬는 날 : 5 일, 10 일, 15 일, 20 일,

25 일, 30 일, 35 일

유희가 쉬는 날 : 6 일 7 일 13 일 14 일

윤의가 쉬는 날 : 6 일, 7 일
 22 원 21 원 25 원 22 원

20 일, 21 일

34 일, 35 일

34 월, 35 월
 $365 = 35 \times 10 + 15$ 이다.

$365 = 35 \times 10 + 15$ 이다.

22. 어떤 수를 15, 24로 나누면 모두 2가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 작은 세 자리의 수는?

- ① 120 ② 121 ③ 122 ④ 123 ⑤ 124

해설

15, 24로 나누면 모두 2가 남는 수 중 가장 작은 수는 24와 15의 최소공배수보다 2가 더 큰 수이다.
따라서 24, 15의 최소공배수는 120 이므로 구하는 수는 122 이다.

23. 두 수 $2^a \times 3^2 \times 5$, $2^3 \times 3^b \times c$ 의 최대공약수가 12, 최소공배수가 2520 일 때, $a + b - c$ 의 값은?

① 9

② 6

③ -4

④ -5

⑤ -7

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 2$, $b = 1$, $c = 7$ 이다.

따라서 $a + b - c = 2 + 1 - 7 = -4$ 이다.

24. 두 자연수의 곱이 1440 이고, 최대공약수가 6 일 때, 이 두 수의 최소 공배수를 구하면?

① 240 ② 300 ③ 360 ④ 480 ⑤ 540

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $1440 = L \times 6$ 이다.
 $\therefore L = 240$

25. $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

- ① 12 ② 10 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.