

1. 분모를 유리화한다고 할 때, $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{45}} = \frac{\sqrt{6} \times \square}{3 \times \square \times \square}$ 에서, $\square$ 안에 공통으로 들어갈 수는?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{15}$

해설

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{45}} = \frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{30}}{15}$$

$\therefore \square = \sqrt{5}$

2. 다음 그림에서 사다리꼴의 넓이는?

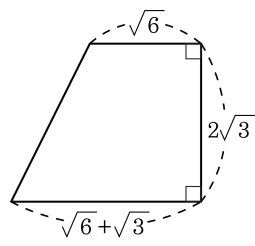
① $2\sqrt{6} + 3$

② $3\sqrt{6} + 3$

③ $4\sqrt{2} + 3$

④ $5\sqrt{2} + 3$

⑤ $6\sqrt{2} + 3$



해설

$$(\text{사다리꼴의 넓이}) = (\text{윗변} + \text{아랫변}) \times (\text{높이}) \times \frac{1}{2}$$

$$(\sqrt{6} + \sqrt{6} + \sqrt{3}) \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = (2\sqrt{6} + \sqrt{3})\sqrt{3} = 6\sqrt{2} + 3$$

3. $(x+5)(x-6)+10$ 을 인수분해하면?

① $(x-2)(x+10)$

② $(x+2)(x-10)$

③ $(x+2)(x+10)$

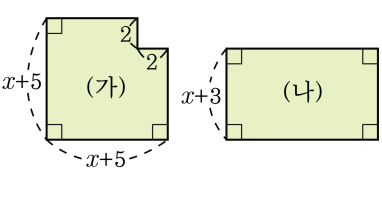
④ $(x-4)(x+5)$

⑤ $(x+4)(x-5)$

해설

$$\begin{aligned}(x+5)(x-6)+10 &= x^2-x-30+10 \\ &= x^2-x-20 \\ &= (x+4)(x-5)\end{aligned}$$

4. 그림에서 두 도형 (가)와 (나)의 넓이는 같다. 도형 (나)의 세로의 길이를 $x+3$ 라고 할 때 가로 길이를 x 에 관한 식으로 나타내면?



- ① 2 ② $x+2$ ③ $x+3$ ④ $x+5$ ⑤ $x+7$

해설

(가)의 넓이는 $(x+5)^2 - 2^2 = (x+5-2)(x+5+2) = (x+3)(x+7)$ 이므로
(나)의 가로 길이는 $x+7$ 이다.

5. n 각형의 대각선의 총수가 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개일 때, 대각선이 모두 35 개인 다각형은?

① 육각형

② 칠각형

③ 팔각형

④ 구각형

⑤ 십각형

해설

$$\begin{aligned}\frac{n(n-3)}{2} &= 35 \\ n^2 - 3n - 70 &= 0 \\ \therefore n &= 10 (\because n > 0)\end{aligned}$$

6. 다음 <보기>의 이차함수 그래프 중 포물선의 폭이 가장 넓은 것부터 차례대로 적은 것으로 옳은 것은?

보기

㉠ $y = \frac{1}{2}x^2$

㉡ $y = \frac{1}{3}x^2$

㉢ $y = 2x^2$

㉣ $y = -5x^2$

① ㉢, ㉡, ㉠, ㉣

② ㉢, ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉠, ㉣, ㉢

⑤ ㉡, ㉣, ㉢, ㉠

해설

$y = ax^2$ 에서 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

7. 다음 포물선 중에 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -\frac{1}{3}x^2$

④ $y = -\frac{5}{4}x^2$

⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

8. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① (1, 3)

② (1, -3)

③ (-1, -3)

④ (-1, 3)

⑤ (-3, 3)

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\&= -\frac{1}{3}(x^2+2x-8) \\&= -\frac{1}{3}(x^2+2x+1-1)+\frac{8}{3} \\&= -\frac{1}{3}(x+1)^2+\frac{1}{3}+\frac{8}{3} \\&= -\frac{1}{3}(x+1)^2+3\end{aligned}$$

9. $\sqrt{50-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$\sqrt{49}$ 이므로 $x = 1$ 이다.

10. $\sqrt{0.24} \div \sqrt{0.06} \div \sqrt{0.04}$ 를 간단히 하면?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$$\sqrt{\frac{24}{100}} \times \sqrt{\frac{100}{6}} \times \sqrt{\frac{100}{4}} = \sqrt{100} = 10$$

11. $\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{15}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}}$ 를 간단히 하였더니 $\sqrt{a}$ 이었다. 이 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 44$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{15}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}} &= \frac{\sqrt{2^2 \times 7}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{2^2 \times 11} = \sqrt{44}\end{aligned}$$

$\therefore a = 44$ 이다.

12. 수학 수업시간에 민지는 선생님께서 칠판에 적어준 이차식을 잘못보고 다음과 같이 필기하였다. 선생님께서 처음에 적어주신 이차식을 바르게 인수분해하면?

(가) 민지는 x 항의 계수와 상수항을 바꾸어 필기하였다.
(나) 경돈이는 민지의 노트를 보고 필기를 하다가 x 의 계수의 부호를 반대로 하였더니 $x^2 - 8x + 6$ 이었다.

- ① $(x + 1)(x + 2)$ ② $(x + 2)(x + 3)$ ③ $(x + 2)(x + 4)$
- ④ $(x + 3)(x + 5)$ ⑤ $(x + 2)(x + 6)$

해설

$x^2 - 8x + 6 \rightarrow x^2 + 8x + 6 \rightarrow x^2 + 6x + 8 \rightarrow (x + 2)(x + 4)$

13. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1개가 아닌 것은?

① $-x^2 + 10x - 1 = 24$

② $x^2 - 8x - 14 = -30$

③ $2x^2 - 8x + 18 = 4x$

④ $x^2 + 2x + 15 = -8x - 1$

⑤ $-3x^2 + 18x - 15 = 12$

해설

근의 개수가 1개이려면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식)=0의 꼴이어야 한다.

① $-(x-5)^2 = 0$

② $(x-4)^2 = 0$

③ $2(x-3)^2 = 0$

⑤ $-3(x-3)^2 = 0$

14. 이차방정식 $x^2 - 6x + a = -3$ 이 중근으로 b 를 가질 때, ab 의 값은?

① 3

② 6

③ 15

④ 18

⑤ 21

해설

주어진 방정식이 중근 $x = b$ 를 가지면

$$x^2 - 6x + a = -3 \leftrightarrow (x - b)^2 = 0$$

$$x^2 - 6x + a + 3 = 0 \leftrightarrow x^2 - 2bx + b^2 = 0$$

$$-6 = -2b, a + 3 = b^2$$

$$b = 3, a = 6$$

$$\therefore ab = 18$$

15. 이차방정식 $2(x+1)^2 = 10$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$2(x+1)^2 = 10$$

$$(x+1)^2 = 5$$

$$\therefore x+1 = \pm\sqrt{5}$$

$$x = -1 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore (-1 + \sqrt{5}) + (-1 - \sqrt{5}) = -2$$

16. y 가 x^2 에 비례하고, $x = 3$ 일 때, $y = 3$ 이다. y 와 x 의 관계식을 $y = ax^2$ 의 꼴로 나타낼 때, a 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$y = ax^2$$

$$3 = 9a$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

17. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면

$y = 3(x - 2)^2$ 전개하면

$y = 3(x^2 - 4x + 4)$

$y = 3x^2 - 12x + 12$

$a = 3, b = -12, c = 12$

$\therefore a - b + c = 3 + 12 + 12 = 27$

18. $x, y > 0$ 이고 $3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = 126$, $2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = 84$ 일 때, 상수 $\frac{1}{x} \times y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} &= \sqrt{9 \times 2x \times 3x \times 6} \\ &= \sqrt{18 \times 18 \times x^2} \\ &= 18x \end{aligned}$$

$$18x = 126$$

$$\therefore x = 7$$

$$\begin{aligned} 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} &= \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times y} \\ &= \sqrt{6^2 \times 14 \times y} \\ &= 6\sqrt{14y} \end{aligned}$$

$$6\sqrt{14y} = 84$$

$$\sqrt{14y} = 14, y = 14$$

$$\therefore \frac{1}{x} \times y = \frac{1}{7} \times 14 = 2$$

19. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이일 때, $b^3+b^2c+bc^2-a^2b+c^3-a^2c=0$ 이다. 이때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이다.)
- ① 삼각형이 될 수 없다. ② 이등변삼각형
- ③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형 ④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형
- ⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & b^3 + b^2c + bc^2 - a^2b + c^3 - a^2c \\ &= b^2(b+c) + b(c^2 - a^2) + c(c^2 - a^2) \\ &= b^2(b+c) + (b+c)(c^2 - a^2) \\ &= (b+c)(b^2 + c^2 - a^2) = 0 \end{aligned}$$

b, c 는 삼각형의 변의 길이이므로 양수이다.
따라서 $b^2 + c^2 - a^2 = 0$, $b^2 + c^2 = a^2$
 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.

20. $[x]$ 를 x 를 넘지 않는 가장 큰 정수라고 하면 $-2 \leq x < -1$ 일 때,
방정식 $-[x]x^2 - x + 3[x] = 0$ 의 근이 $-\frac{a}{b}$ 라고 하면 $a+b$ 의 값을
구하여라. (단, a, b 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$-2 \leq x < -1$ 이므로 $[x] = -2$ 이다.
따라서 $[x] = -2$ 를 대입하면 주어진 방정식은
 $2x^2 - x - 6 = 0$ 이고, 인수분해하여 정리하면
 $(2x+3)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -\frac{3}{2}$ ($\because -2 \leq x < -1$)
따라서 $a = 3, b = 2$ 이므로 $a+b = 5$ 이다.

21. 이차방정식 $x^2 + (-m + 3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠

주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.
- ㉡

작은 근을 α 라 하고 $\alpha < 0$ 이면 $m > 0$ 이다.
- ㉢

작은 근을 α 라 하고 $\alpha > 0$ 이면 $m = 13$ 이다.
- ㉤

주어진 식을 만족하는 모든 m 의 값의 합은 6이다.

- ① 0 개
- ② 1 개
- ③ 2 개
- ④ 3 개
- ⑤ 4 개

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면
 $\alpha(\alpha + 2) = 24$ 에서 $\alpha = 4$ 또는 -6
㉠ $\{4, 6\}$ 또는 $\{-6, -4\}$
㉡ $\alpha < 0$ 이면 두 근은 $-6, -4$ 이고 $m - 3 = -6 - 4 = -10$
 $m = -7$ 이므로 $m < 0$ 이다.
㉢ $\alpha > 0$ 이면 두 근은 4, 6이고
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$
 $\therefore m = 13$
㉤ $m = -7, 13$ 이므로 모든 m 의 값의 합은 6이다

22. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore c = -\frac{9}{2}$

23. 정수 n 에 대하여 $f(n) = \sqrt{(2n-2)(2n+2)+4}$ 이라고 할 때, $f(-5)+f(-4)+\cdots+f(4)+f(5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$f(-5) = \sqrt{(-12) \times (-8) + 4} = 10 = 2 \times 5$$

$$f(-4) = \sqrt{(-10) \times (-6) + 4} = 8 = 2 \times 4$$

⋮

$$f(0) = \sqrt{(-4) + 4} = 0 = 2 \times 0$$

⋮

$$f(5) = \sqrt{8 \times 12 + 4} = 10 = 2 \times 5$$

$$f(-5) + f(-4) + \cdots + f(0) + \cdots + f(5)$$

$$= 2(5 + 4 + \cdots + 0 + 1 + \cdots + 5)$$

$$= 2 \times 30 = 60$$

24. x 에 관한 이차식 $x^2 + 9x + k$ 가 $(x + a)(x + b)$ 로 인수분해될 때, 상수 k 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$x^2 + 9x + k = (x + a)(x + b)$
 $a + b = 9$ 일 때,
 $(a, b) = (1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1)$
 $k = ab$ 이므로 상수 k 의 최댓값은 20이다.

25. 연속하는 다섯 개의 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱에서 가장 작은 수의 제곱을 뺀 값을 a , 다섯 개의 수를 모두 더한 값을 b 라 할 때, $a + b = 104$ 이다. 이때, 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

연속하는 다섯 개의 자연수를 $n - 2, n - 1, n, n + 1, n + 2$ (단, $n > 2$ 인 자연수)라 하면

$$(n + 2)^2 - (n - 2)^2 = 8n = a$$

$$(n - 2) + (n - 1) + n + (n + 1) + (n + 2) = 5n = b$$

$$8n + 5n = 104$$

$$\therefore n = 8$$

따라서 가장 큰 수는 10 이다.