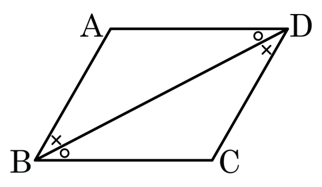
1. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



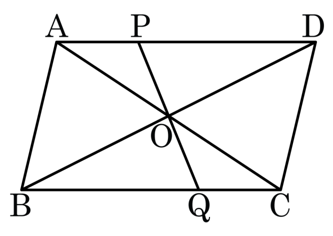
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$, $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) ⋯ ㉠
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \boxed{}$ (엇각) ⋯ ㉡
$\boxed{}$는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB ($\boxed{}$ 합동) ∴ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS
② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS
③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA
④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA
⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

△ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),
$\overline{DB}$는 공통 이므로 △ABD = △CDB (ASA 합동)이다.

2. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

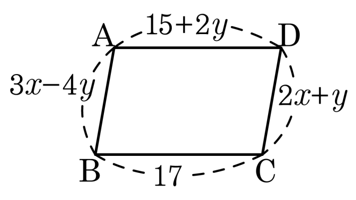


① $\overline{OA} = \overline{OC}$
② $\overline{OB} = \overline{OC}$
③ $\overline{OP} = \overline{OQ}$
④ $\overline{OD} = \overline{OB}$
⑤ $\triangle AOP \equiv \triangle COQ$

해설

$\overline{AO} = \overline{OC}$, $\angle AOP = \angle COQ$, $\angle OAP = \angle OCQ$이므로 $\triangle AOP \equiv \triangle COQ$이다.
또한, 평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{OB} \neq \overline{OC}$이다.

3. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?

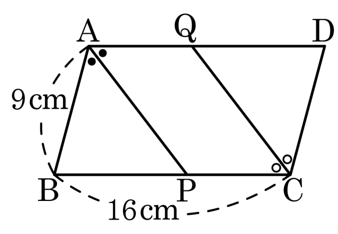


① $x=4,\ y=1$ ② $x=3,\ y=1$ ③ $x=4,\ y=1$
④ $x=5,\ y=1$ ⑤ $x=5,\ y=2$

해설

$15+2y=17,\ 2y=2$
$\therefore y=1$
$3x-4=2x+1$
$\therefore x=5$

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AP}}, \overline{\mathrm{CQ}}$ 는 각각 $\angle\mathrm{A}, \angle\mathrm{C}$ 의 이등분선이다.
$\overline{\mathrm{AB}} = 9\,\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{BC}} = 16\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AQ}} + \overline{\mathrm{PC}}$ 의 길이는?

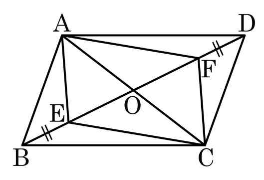


① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

□APCQ 는 평행사변형이므로
$\angle\mathrm{QAP} = \angle\mathrm{APB}$ (엇각)
$\therefore \overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AB}} = 9(\mathrm{cm}), \overline{\mathrm{PC}} = 16 - 9 = 7(\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{PC}} = 7(\mathrm{cm})$ 이므로
$\overline{\mathrm{AQ}} + \overline{\mathrm{PC}} = 14(\mathrm{cm})$

5. 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 평행사변형이다.
이를 증명하기 위해 사용하기에 가장 적합한 평행사변형의 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

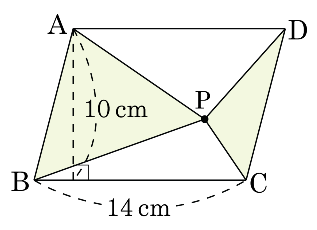
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변의 길이가 같고 평행하다.

해설

(가정) □ABCD 는 평행사변형, $\overline{BE} = \overline{DF}$
(결론) □AECF 는 평행사변형
(증명) □ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$
가정에서 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.

6. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 P를 잡을 때, △ABP 와 △CDP 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 70 $\underline{\text{cm}^2}$

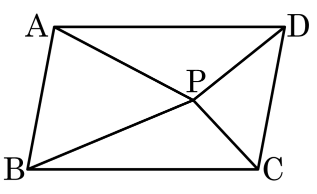
해설

$\square ABCD = 14 \times 10 = 140(\text{cm}^2)$

$\triangle ABP + \triangle CDP = \triangle ADP + \triangle BCP$ 이므로

$$\begin{aligned}\triangle ABP + \triangle CDP &= \frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{2} \times 140 \\ &= 70(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

7. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡을 때, $\square\mathrm{ABCD}$의 넓이는 $60\mathrm{cm}^2$이고, $\triangle\mathrm{ABP}$의 넓이는 $\triangle\mathrm{CDP}$의 넓이의 2 배일 때, $\triangle\mathrm{CDP}$의 넓이를 구하면 ?



① $5\mathrm{cm}^2$ ② $10\mathrm{cm}^2$ ③ $15\mathrm{cm}^2$
④ $20\mathrm{cm}^2$ ⑤ $25\mathrm{cm}^2$

해설

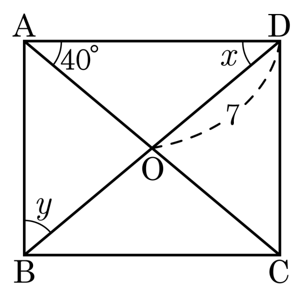
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC}$이므로

$\triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{CDP} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}$이다.

$\triangle\mathrm{ABP} = 2\triangle\mathrm{CDP}$이므로 $3\triangle\mathrm{CDP} = \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{CDP} = \frac{1}{6}\square\mathrm{ABCD} = 10(\mathrm{cm}^2)$

8. 직사각형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

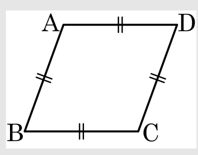
$\triangle$OAD 는 이등변삼각형이므로 $\angle x = 40^\circ$ 이다. $\angle AOB = 80^\circ$ 이다. $\triangle$OAB 는 이등변삼각형이므로 $(180^\circ - 80^\circ) \div 2 = 50^\circ = \angle y$ 이다. $\angle x + \angle y = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$ 이다.

9. 평행사변형 ABCD 에 다음 조건을 추가할 때, 직사각형이 되지 <u>않는</u> 것은?

① $\angle A = \angle B$ ② $\overline{AC} = \overline{BD}$ ③ $\angle A = 90°$
④ $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ ⑤ $\overline{AB} = \overline{BC}$

해설

평행사변형 ABCD 에 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 를 추가할 때, 마름모가 된다.



10. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

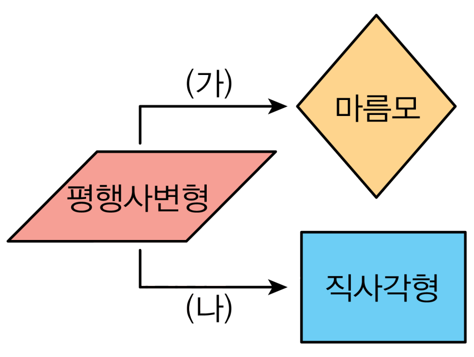
H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형 V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴 P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형 Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형 R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형 S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

① S는 R이다. ② S는 Q이다. ③ Q는 V이다.
④ R은 Q이다. ⑤ P는 H이다.

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
④ : $R \not\subset Q$

11. 다음 그림에서 평행사변형에 조건 (가)를 붙이면 마름모가 되고, (나)를 붙이면 직사각형이 된다. (가), (나)에 들어가는 조건으로 알맞은 것을 모두 고르면?



① (가) 이웃하는 대변의 길이가 같다. (나) 한 내각의 크기가 직각이다.

② (가) 두 대각선의 길이가 같다. (나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

③ (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다. (나) 한 내각의 크기가 직각이다.

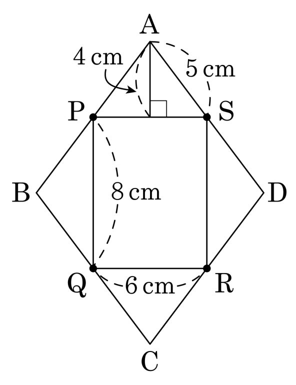
④ (가) 한 내각의 크기가 직각이다. (나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다. (나) 두 대각선의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 대변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 직각이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

12. 다음과 같은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 이라 할 때, □PQRS 의 둘레의 길이를 구하여라.



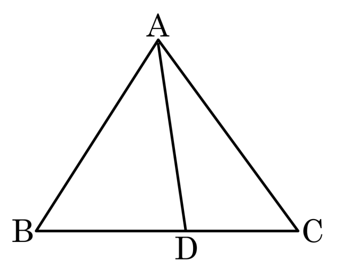
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 28 cm

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 네 각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이 된다.
직사각형은 마주보는 변의 길이가 같으므로
□PQRS 의 둘레의 길이는 $2(8+6)=28(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$의 넓이가 70cm^2이고 $\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 3$일 때, $\triangle ADC$의 넓이는?

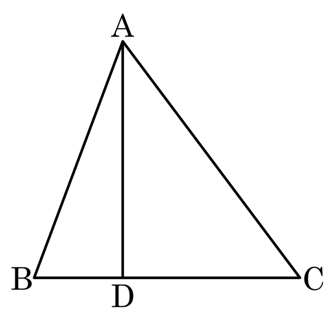


① 15cm^2 ② 20cm^2 ③ 25cm^2
④ 30cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

$\triangle ADC$의 넓이는 $= 70 \times \dfrac{3}{4+3} = 30(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림에서 $\overline{BD} : \overline{CD} = 1 \ : \ 2$, $\triangle ABC = 9$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



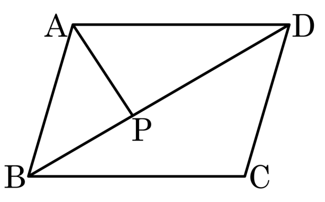
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\triangle ABD = 9 \times \dfrac{1}{1+2} = 3$

15. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $70\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{\mathrm{BP}} : \overline{\mathrm{PD}} = 2 : 3$ 이다. $\triangle\mathrm{ABP}$ 의 넓이는?



① $5\mathrm{cm}^2$ ② $10\mathrm{cm}^2$ ③ $14\mathrm{cm}^2$
④ $21\mathrm{cm}^2$ ⑤ $25\mathrm{cm}^2$

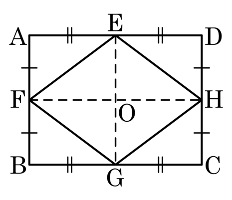
해설

$\triangle\mathrm{ABD} = \frac{70}{2} = 35(\mathrm{cm}^2) = \triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{ADP}$

$2 : 3 = \triangle\mathrm{ABP} : \triangle\mathrm{APD}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABP} = 35 \times \frac{2}{5} = 14(\mathrm{cm}^2)$

16. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 이고, $\overline{EG}$ 와 $\overline{FH}$ 의 교점을 O 라고 할 때, $\triangle$EFO 의 넓이를 구하여라.



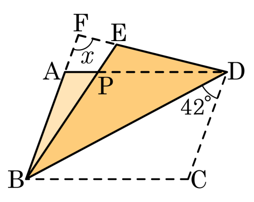
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $6\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 이므로 직사각형 ABCD 의 넓이는 $6 \times 8 = 48(\text{cm}^2)$ 이다.
직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 되고, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 48 = 24(\text{cm}^2)$ 이다.
따라서 $\triangle$EFO 의 넓이는 $\frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm}^2)$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 를 대각선 BD 를 따라 접어 $\triangle$DBC 가 $\triangle$DBE 로 옮겨졌다. $\overline{\mathrm{DE}}$, $\overline{\mathrm{BA}}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하고 $\angle \mathrm{BDC} = 42°$ 일 때, $\angle x = \square°$ 이다. $\square$ 의 값은?

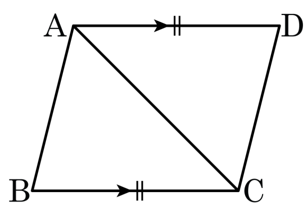


① 94　　② 96　　③ 98　　④ 100　　⑤ 102

해설

$\overline{\mathrm{AD}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로
$\angle \mathrm{CBD} = \angle \mathrm{ABD} = 42°$ 이고,
$\triangle$EDB 는 $\triangle$CDB 를 접어올린 것이므로
$\angle \mathrm{CDB} = \angle \mathrm{EDB} = 42°$ 이다.
$\triangle$FBD 의 내각의 합이 180° 임을 이용하면
$\angle x + 42° \times 2 = 180°$
$\therefore \angle x = 96°$

18. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$

결론) $\overline{AB} // \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

△ABC와 △CDA에서

ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ⋯㉠

ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ⋯㉡

ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. $\underline{\text{SAS}}$ 합동)

ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로

∴ $\overline{AB} // \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

□ABCD는 평행사변형이다.

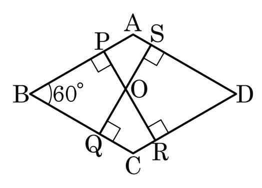
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

19. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60°$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?

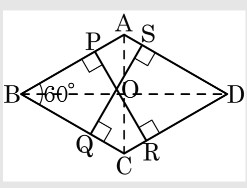


① $\overline{AC}$　　② $\overline{BD}$　　③ $\overline{OA}+\overline{OC}$

④ $\overline{OB}+\overline{OD}$　　⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



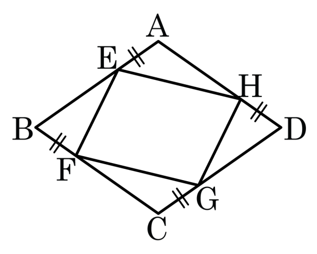
$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$
$= \frac{a}{2}\times\overline{OP} + \frac{a}{2}\times\overline{OQ} + \frac{a}{2}\times\overline{OR} + \frac{a}{2}\times\overline{OS}$
$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS})$ $\cdots$ ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ $\therefore$ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$

20. 다음 그림에서 □ABCD는 마름모이다. $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$일 때, □EFGH는 어떤 사각형인가?



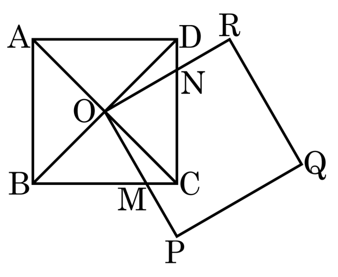
▶ 답:

▷ 정답: 평행사변형

해설

△AEH ≡ △CGF(SAS합동)
△EBF ≡ △GDH(SAS합동)
∴ $\overline{EH} = \overline{FG}$, $\overline{EF} = \overline{HG}$이므로
□EFGH는 평행사변형이다.

21. 오른쪽 그림에서 O 는 두 대각선 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 의 중점이며 또, 두 정사각형 □ABCD 와 □OPQR 은 합동이다. □OPQR 이 점 O 를 중심으로 회전을 하며, $\overline{OP}$ 와의 교점 M 이 $\overline{BC}$ 위를 움직일 때, □OMCN 의 넓이는 얼마인가? (단, $\overline{AB} = 4\text{cm}$)



① 2cm^2　② 3cm^2　③ 4cm^2　④ 5cm^2　⑤ 6cm^2

해설

$\triangle$OMC 와 $\triangle$OND 에서 $\overline{OC} = \overline{OD}$

$\angle OCM = \angle ODN = 45°$

$\angle COM = 90° - \angle CON = \angle DON$

$\therefore \angle COM = \angle DON$

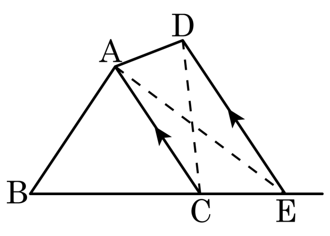
$\therefore \triangle OMC \equiv \triangle OND$(SAS 합동)

즉, $\triangle OMC = \triangle OND$

따라서 □OMCN 의 넓이는 $\triangle$OBC 의 넓이와 같다.

$\therefore$ □OMCN $= \dfrac{1}{4}$□ABCD $= 4(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$, $\overline{BC} : \overline{CE} = 2 : 1$ 이고, $\triangle ABC = 24cm^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① $30cm^2$　② $36cm^2$　③ $40cm^2$

④ $48cm^2$　⑤ $50cm^2$

해설

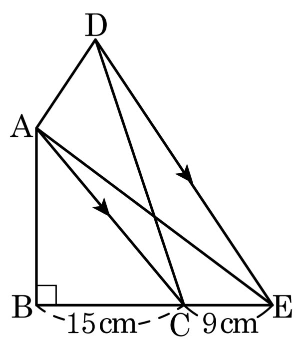
$\triangle ABC = 24cm^2$ 이고 $\overline{BC} : \overline{CE} = 2 : 1$ 이므로 $\triangle ACE = 24 \times \frac{1}{2} = 12(cm^2)$

$\triangle ACD = \triangle ACE$ ($\because \overline{AC} // \overline{DE}$, $\overline{AC}$ 는 공통)

$\therefore$ $\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACE$

$= 24 + 12 = 36(cm^2)$

23. 다음 그림에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 이고 $\triangle ABC = 135cm^2$ 이다. $\overline{BC} = 15cm$, $\overline{CE} = 9cm$ 일 때, $\triangle ACD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

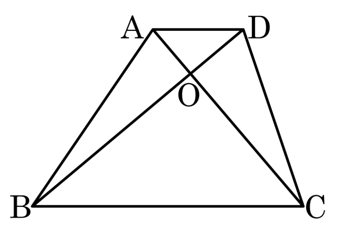
▷ 정답 : 81 cm^2

해설

$\overline{AB} = 135 \times 2 \div 15 = 18(cm)$

$\triangle ACD = \triangle ACE = \frac{1}{2} \times 9 \times 18 = 81(cm^2)$

24. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴에서 $\overline{OA}:\overline{OC}=1:3$ 이다. $\square ABCD = 64\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



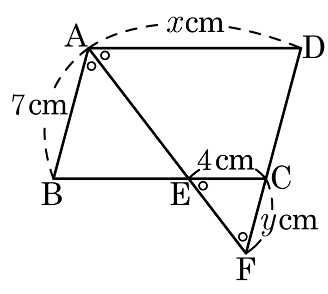
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO$ 이다.
$\triangle AOD$ 의 넓이를 a 라고 하면, $1:3 = a:\triangle DOC$, $\triangle DOC = 3a$
$\triangle DOC = \triangle ABO = 3a$, $1:3 = 3a:\triangle BOC$, $\triangle BOC = 9a$
$\square ABCD = a + 3a + 3a + 9a = 16a = 64\text{cm}^2$, $a = 4\text{cm}^2$
$\therefore\ \triangle ABO = 3a = 12\text{cm}^2$.

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{EC} = 4\text{cm}$ 이고 $\overline{AF}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이라고 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 15 cm

해설

$\angle DAE = \angle AEB$(엇각) 이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{BE} = 7$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $x = 7 + 4 = 11(\text{cm})$
$\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이므로 $y = 4\text{cm}$
따라서 $x + y = 11 + 4 = 15(\text{cm})$