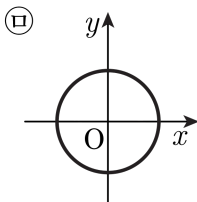
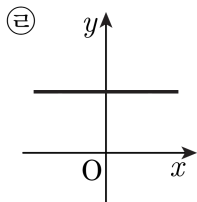
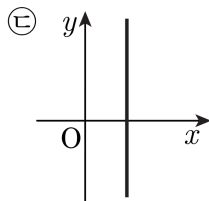
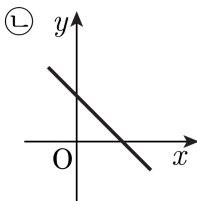
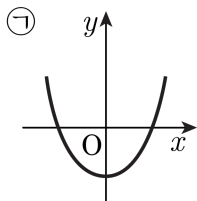


1. 다음 그래프 중 함수인 것은 모두 몇 개인가?



① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

주어진 그래프가 함수가 되기 위해서는 집합 X 의 각 원소 x 의 함수값 $f(x)$ 가 하나로 결정되어야 한다. 그러나 ㉢, ㉤은 x 의 함수값 $f(x)$ 가 두개 이상인 점이 존재하므로 함수가 될 수 없다.

2. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 중 일대일 대응인 것의 개수를 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

a, b, c 에 대응하는 원소를

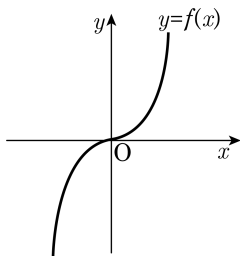
순서쌍 $(f(a), f(b), f(c))$ 으로 나타내면

$(1, 2, 3), (1, 3, 2), (2, 1, 3), (2, 3, 1), (3, 1, 2),$

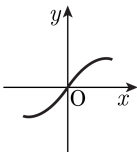
$(3, 2, 1)$ 이므로

X 에서 Y 로의 함수 중 일대일 대응인 것의 개수는 6개이다.

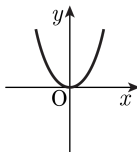
3. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
다음 중 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프로 적당한 것은
무엇인가?



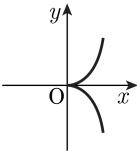
①



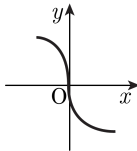
②



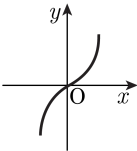
③



④



⑤



해설

$y = f(x)$ 의 그래프와
그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

4. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1) \\ ax + b & (x > 1) \end{cases} \text{가 일대일대응이 되도록 하는 두 상수 } a, b$$

의 값으로 적당한 것은 무엇인가?

① $a = 1, b = -1$

② $a = 1, b = 1$

③ $a = 2, b = -1$

④ $a = 2, b = 0$

⑤ $a = -1, b = 2$

해설

f 가 일대일대응이 되려면

$y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같아야 한다.

즉, 직선 $y = ax + b$ 가

점 $(1, 1)$ 을 지나야 하므로

$$a + b = 1 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

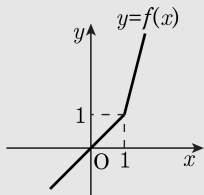
또, 직선 $y = x$ 의 기울기가 양이므로 직선

$y = ax + b$ 의 기울기도 양이어야 한다.

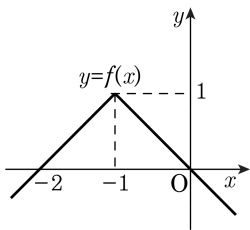
$$\therefore a > 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

따라서 주어진 보기 중 ㉠, ㉡을

모두 만족시키는 것은 ③이다.



5. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 관계식을 구하면?



① $y = |x - 1| - 1$

② $y = |x + 1| - 1$

③ $y = |x - 1| + 1$

④ $y = -|x + 1| + 1$

⑤ $y = -|x + 1| - 1$

해설

주어진 그래프는 함수 $y = -|x|$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1 만큼,

y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로

$y = -|x|$ 에 x 대신 $x + 1$,

y 대신 $y - 1$ 을 대입하면 $y - 1 = -|x + 1|$

즉, $f(x) = -|x + 1| + 1$ 이므로 $y = -|x + 1| + 1$

6. 다음 중 우함수인 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{\text{㉠}} y = x^4 - 3x^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{1}{x}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} y = 4x$$

$$\textcircled{\text{㉥}} y = \frac{3}{x^2}$$

$$\textcircled{\text{㉦}} y = x^3$$

$$\textcircled{1} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$$

$$\textcircled{2} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉥}}$$

$$\textcircled{3} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉥}}, \textcircled{\text{㉦}}$$

$$\textcircled{4} \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉦}}$$

$$\textcircled{5} \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉤}}, \textcircled{\text{㉥}}$$

해설

우함수인 것은 $y = x^4 - 3x^2$, $y = \sqrt{x^2 + 1}$, $y = \frac{3}{x^2}$ 이고, 나머지는 모두 기함수이다.

7. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 f 는 X 에서 X 로의 일대일 대응이다. $f(1) = 4$ 일 때, $f(2) + f(3) + f(4)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여

함수 f 는 X 에서 X 로의 일대일 대응이고

$f(1) = 4$ 이므로 $\{f(2), f(3), f(4)\} = \{1, 2, 3\}$

$\therefore f(2) + f(3) + f(4) = 1 + 2 + 3 = 6$

8. $X = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y \mid -3 \leq y \leq 3\}$ 에서 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = ax + b$ (단, $a > 0$) 로 정의되는 함수 f 가 일대일 대응이 되도록 a , b 의 값을 정하면?

- ① $a = \frac{3}{2}$, $b = 0$ ② $a = \frac{1}{2}$, $b = 0$ ③ $a = \frac{3}{2}$, $b = 1$
④ $a = \frac{5}{2}$, $b = 0$ ⑤ $a = 2$, $b = 0$

해설

f 가 일대일 대응이고 $a > 0$ 이므로

$$\begin{cases} f(-2) = -2a + b = -3 \\ f(2) = 2a + b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = 0$$

9. 실수전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 f 는 항등함수이고 $g(x) = -3$ (x 는 실수) 일 때, $f(2) + g(4)$ 의 값은?

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

f 는 항등함수이므로 $f(x) = x$

$$\therefore f(2) = 2$$

모든 실수 x 에 대하여

$g(x) = -3$ 이므로 g 는 상수함수이다.

$$\therefore g(4) = -3$$

$$\therefore f(2) + g(4) = 2 + (-3) = -1 \text{ 이다.}$$

10. 두 함수 $f(x) = x + 2$, $g(x) = 2x - 3$ 일 때, 합성함수 $g \circ f$ 의 역함수 $(g \circ f)^{-1}(x)$ 를 구하면 무엇인가?

① $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

② $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

③ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

④ $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

⑤ $y = \frac{1}{2}x + 1$

해설

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(x + 2) \\ &= 2(x + 2) - 3 = 2x + 1\end{aligned}$$

합성함수 $g \circ f$ 는 일대일대응이므로
역함수가 존재한다.

$y = 2x + 1$ 로 놓고 x 에 대하여 풀면

$$x = \frac{y}{2} - \frac{1}{2} \text{ 이 된다.}$$

따라서, $(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ 이다.