

1. $x^2 \neq 1$ 이고, $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 이라 할 때, $f(-x)$ 를 $f(x)$ 를 사용해서 나타내면 무엇인지 고르면?

- ① $f(x)$ ② $-f(x)$ ③ $\{f(x)\}^2$
④ $\frac{1}{f(x)}$ ⑤ $2f(x)$

해설

$$f(-x) = \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}$$

2. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 두 함수 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = x^3 + 1$, $g : X \rightarrow Y$, $g(x) = ax + b$ 가 $f = g$ 일 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ -1 ⑤ -2

해설

f 와 g 의 정의역이 같으므로
 $f(-1) = g(-1)$, $f(0) = g(0)$, $f(1) = g(1)$ 이면 $f = g$ 가 된다
 $f(-1) = 0 = g(-1) = -a + b \cdots \text{㉠}$
 $f(0) = 1 = g(0) = b \cdots \text{㉡}$
 $f(1) = 2 = g(1) = a + b \cdots \text{㉢}$
㉠, ㉡, ㉢에서
 $a = 1$, $b = 1$
따라서 $ab = 1$

3. 다음 보기는 실수 전체의 집합 R 에서 R 로 의 함수이다. 일대일 대응인 것을 모두 고르면?

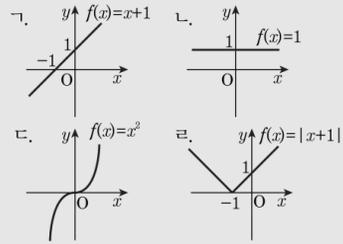
<보기>

- ㉠ $f(x) = x + 1$ ㉡ $f(x) = 1$
 ㉢ $f(x) = x^3$ ㉣ $f(x) = |x + 1|$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

일대일 대응이 되려면 함수의 그래프가 증가함수 또는 감소함수이어야 한다.



따라서 일대일 대응인 것은 ㉠, ㉢이다.

4. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(n) = \begin{cases} n-2 & (n \geq 100 \text{일때}) \\ f(f(n+4)) & (n < 100 \text{일때}) \end{cases} \quad \text{에서 } f(96) \text{의 값을 구하면?}$$

- ① 78 ② 80 ③ 98 ④ 99 ⑤ 100

해설

$$\begin{aligned} f(96) &= f(f(100)), f(100) = 98, \\ f(98) &= f(f(102)), f(102) = 100 \\ \therefore f(96) &= 98 \end{aligned}$$

5. 일대일 함수 $x_1 \neq x_2 \rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ 에서 음이 아닌 정수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 $f(0) = 0$, $f(10n + k) = f(n) + k(k = 0, 1, \dots, 9)$ 를 만족할 때, $f(1994)$ 의 값은?

- ① 11 ② 15 ③ 23 ④ 26 ⑤ 29

해설

$$\begin{aligned} f(1994) &= f(10 \cdot 199 + 4) = f(199) + 4 \\ &= f(10 \cdot 19 + 9) + 4 = f(19) + 9 + 4 \\ &= f(10 \cdot 1 + 9) + 13 = f(1) + 9 + 13 \\ &= f(10 \cdot 0 + 1) + 22 = f(0) + 1 + 22 \\ &= 0 + 1 + 22 = 23 \end{aligned}$$

6. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 $f(x) = a|x-1| + (2-a)x + a$ 가 일대일대응이 되기 위한 실수 a 의 값의 범위는?

① $a < -1$

② $-1 < a < 1$

③ $0 < a < 1$

④ $a < 1$

⑤ $a < -1, a > 1$

해설

$f(x)$ 가 일대일대응이 되기 위해서는
 $x \geq 1$ 에서 $f(x)$ 가 증가함수이므로
 $x < 1$ 에서도 $f(x)$ 는 증가함수이어야 한다.
 $\therefore -2(a-1) > 0$
 $\therefore a < 1$

7. 두 집합 $X = \{1, 2\}$, $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중에서 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때, $f(x_1) \neq f(x_2)$ 인 함수는 몇 개인가?

- ① 2 개 ② 5 개 ③ 10 개
④ 20 개 ⑤ 120 개

해설

$x_1 \neq x_2$ 일 때,
 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 는 일대일 함수를 의미한다.
즉, $X = \{1, 2\}$ 이고 $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 이므로
일대일 함수는 $f(1)$ 이 될 수 있는 것이
 a, b, c, d, e 5 가지
 $f(2)$ 가 될 수 있는 것이 $f(1)$ 을 제외한 4 가지
 $\therefore 5 \times 4 = 20(\text{개})$

8. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에서 집합 $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 로의 함수 f 가 일대일 함수이다. f 중에서 임의의 x 에 대하여 $f(x) \neq x$ 인 것의 개수는?

- ① 14 개 ② 18 개 ③ 20 개 ④ 24 개 ⑤ 27 개

해설

일대일 대응 함수는

$f(1)$: 4 가지

$f(2)$: 3 가지

$f(3)$: 2 가지

$\therefore 4 \times 3 \times 2 = 24$ (가지)

그런데 $f(3) = 3$ 인 것이 6 가지 이므로

$f(x) \neq x$ 인 것은

$\therefore 24 - 6 = 18$ (가지)