

1. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$, $B = \{a, \{b\}, \{c, \varnothing\}\}$ 일 때, $n(A) - n(B)$ 를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 0

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이므로 $n(A) = 6$ 이고,
 $B = \{a, \{b\}, \{c, \varnothing\}\}$ 의 원소는 3 개이므로
 $n(A) - n(B) = 3$ 이다.

2. $A = \{x \mid x \text{는 } \{a, b\} \text{의 부분집합}\}$ 이다. 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $\{a\} \in A$ 이다.

② $\emptyset \in A$ 이다.

③ $\emptyset \subset A$ 이다.

④ $\{a, b\} \in A$ 이다.

⑤ $\{\emptyset\} \in A$ 이다.

해설

$A = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$
⑤ $\{\emptyset\}$ 는 집합 A 의 부분집합이지만, 집합 A 의 원소는 아니다.

3. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 미만의 } 3\text{의 배수}\}$, $B = \{3, a, b, 12, 15, 18\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$A = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 미만의 } 3\text{의 배수}\} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $B = \{3, a, b, 12, 15, 18\}$

$A = B$ 이므로 $a = 6$, $b = 9$ 또는 $a = 9$, $b = 6$ 이다.

$\therefore 6 \times 9 = 9 \times 6 = 54$

4. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) = a$, 집합 A 의 부분집합의 개수를 b 개라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$ 이므로 $a = n(A) = 4$ 이다.

$b = (A \text{의 부분집합의 개수}) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

$\therefore a + b = 4 + 16 = 20$

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중 원소가 홀수로만 이루어진 부분집합은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 15개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

짝수를 제외한 {1, 3, 5, 7}의 부분집합을 먼저 구하면

원소가 0 개인 부분집합 : $\emptyset$

원소가 1 개인 부분집합 : {1}, {3}, {5}, {7}

원소가 2 개인 부분집합 : $\{1, 3\}, \{1, 5\}, \{1, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\},$
 $\{5, 7\}$

이 스기 2 개이 보 버지함 : (1, 2, 5) (1, 2, 7) (1, 5, 7) (2, 5, 7)

원소가 3 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}$
 원소가 4 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7\}$

이것 이 중 원소가 0 개이 분브지하은 호수가 한 개도 포함되어

이고, 이 중 원소가 0 개인 주순접합은 홀수가 한 개도 포함되지
않기 않으므로 위소가 홀수만으로 이루어진 부분집합이 아니다.

따라서 홀수로만 이루어진 부분집합의 갯수는 15개이다.

여러서 볼수 있는 이구이군 구공법들의 숫자는 19개이다.

6. 두 집합 $A = \{1, 2, a + 1\}$ $B = \{3, 5, a\}$ 에서 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, $A - B$ 는?

① $\emptyset$

② $\{1\}$

③ $\{5\}$

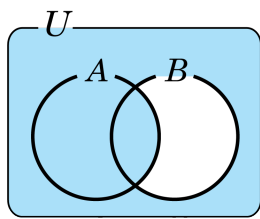
④ $\{1, 5\}$

⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 $a + 1 = 3$, $a = 2$
따라서, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 이므로
 $A - B = \{1\}$ 이다.

7. 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은?



① $A^c \cap B^c$

② $(A \cap B)^c$

③ $A^c \cup B^c$

④ $A \cup B^c$

⑤ $A^c - B$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ④ $A \cup B^c$ 이다.

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $((A-B) \cup (A \cap B)) \cap B = A$ 가 성립할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은? (단, $U \neq \emptyset$)

- ① $A \cup B = A$ ② $A - B = U$ ③ $A \cap B^c = \emptyset$
④ $A^c \subset B^c$ ⑤ $A^c \cup B = \emptyset$

해설

$((A-B) \cup (A \cap B)) \cap B = ((A \cap B^c) \cup (A \cap B)) \cap B = (A \cap (B^c \cup B)) \cap B$
 $= (A \cap U) \cap B = A \cap B \therefore A \cap B = A \rightarrow A \subset B$
※ $A \subset B$ 일 때,
i) $A \cup B = B$
ii) $A \cap B = A$
iii) $A - B = A \cap B^c = \emptyset$
iv) $A^c \cup B = U$
v) $B^c \subset A^c$

9. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, e\}, B = \{b, c\}$ 에 대하여 $(A \cup B)^c \subset X, (A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 4 개

해설

$(A \cup B)^c = \{d\}, (A - B)^c = \{b, c, d\}$
 $(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{d\} \subset X \subset \{b, c, d\}$ 이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

10. 세 집합 $A = \{3, 7, a\}$, $B = \{3, b, 15\}$, $C = \{c, 7, 15\}$ 에 대하여 $(A - B) \cup (B - C) \cup (C - A) = \emptyset$ 이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$(A - B) \cup (B - C) \cup (C - A) = \emptyset$ 에서

$A - B = \emptyset, B - C = \emptyset, C - A = \emptyset$

즉, $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이므로

$A = B = C$

$\therefore a = 15, b = 7, c = 3$

$a + b + c = 25$

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$ 라 할 때, 집합 $A - B^c$ 의 원소의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$$n(A) = n(A_6) = 16$$

$$n(B) = n(A_8) = 12$$

$$\begin{aligned} n(A - B^c) &= n(A \cap B) \\ &= n(A_6 \cap A_8) \\ &= n(A_{24}) = 4 \end{aligned}$$

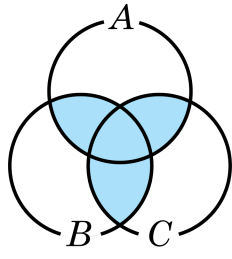
12. 전체 집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cap B^c) \cup A^c$ 로 나타내기로 할 때, 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$)

- ① $A * A = A^c$ ② $A * B = B * A$ ③ $A * U = A^c$
④ $A * \emptyset = U$ ⑤ $A * A^c = \emptyset$

해설

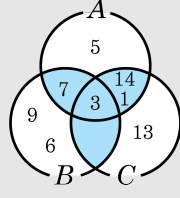
$A * B = (A \cap B^c) \cup A^c = (A \cup A^c) \cap (B^c \cup A^c) = U \cap (A \cap B)^c = (A \cap B)^c$
즉, $A * B = (A \cap B)^c$ 를 나타낸다. 이에 따라 각각 연산을 해보면
① $A * A = (A \cap A)^c = A^c$
② $A * B = (A \cap B)^c = (B \cap A)^c = B * A$
③ $A * U = (A \cap U)^c = A^c$
④ $A * \emptyset = (A \cap \emptyset)^c = \emptyset^c = U$
⑤ $A * A^c = (A \cap A^c)^c = \emptyset^c = U$
 $\therefore$ ⑤가 옳지 않다.

13. 다음 그림에서 세 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 14\}$, $B = \{3, 6, 7, 9\}$, $C = \{1, 3, 13, 14\}$ 일 때, 색칠한 부분의 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?



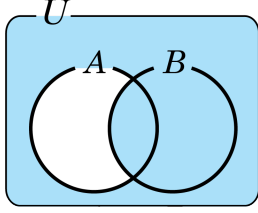
- ① {1}
- ② {1, 3}
- ③ {1, 3, 5, 7}
- ④ {1, 3, 7, 14}
- ⑤ {1, 3, 9, 14}

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{1, 3, 7, 14\}$ 이다.

14. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 22$, $n(A) = 10$, $n(B) = 17$, $n(A \cup B) = 20$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?



- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

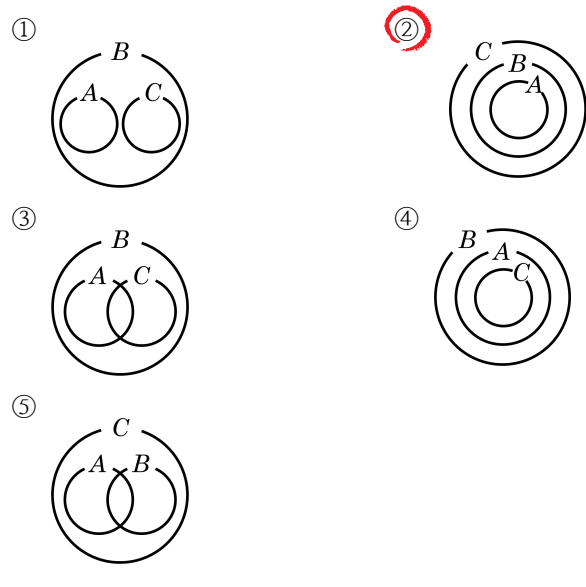
해설

색칠된 부분이 나타내는 집합은 $(A - B)^C$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 10 + 17 - n(A \cap B) = 20$
 $\therefore n(A \cap B) = 7$
 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 10 - 7 = 3$
 $\therefore n((A - B)^C) = n(U) - n(A - B) = 22 - 3 = 19$

15. 다음의 두 명제 p, q 가 참일 때,

$p : x \in A \text{ 이면 } x \in B \text{ 이다.}$ $q : x \notin C \text{ 이면 } x \notin B \text{ 이다.}$

세 집합 A, B, C 사이의 포함관계를 벤다이어그램으로 옳게 나타낸 것은?



해설

조건 $p : A \subset B$ 조건, $q : C^c \subset B^c \Leftrightarrow B \subset C \therefore A \subset B \subset C$

16. 다음 명제의 대우가 참인 명제는?

- ① x 가 3의 배수이면 x 는 9의 배수이다.
- ② $xz = yz$ 이면 $x = y$ 이다. (x, y 는 실수)
- ③ 두 실수 a, b 에 대하여 $a + b > 2$ 이면, $a > 1$ 또는 $b > 1$ 이다.
- ④ $x^2 = xy$ 면 $x = y$ 이다. (x, y 실수)
- ⑤ $|x - 1| = 2$ 이면 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 이다. (x 는 실수)

해설

주어진 명제가 참이면 그 대우도 참이다.

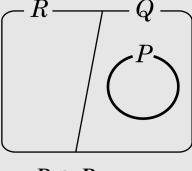
- ① 반례 : 6, 12 등 (거짓)
- ② 반례 : $z = 0, x \neq y$ 인 모든 실수 (거짓)
- ③ 대우 : $a \leq 1$ 이고 $b \leq 1$ 이면 $a + b \leq 2$ 이다 (참)
- ④ 반례 : $x = 0, y \neq 0$ 인 실수 (거짓)
- ⑤ $|x - 1| = 2 \Rightarrow x = 3$ 또는 -1 , 이때의 x 값은 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 해가 아니다. (거짓)

17. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하자. p 는 q 이기 위한 충분조건이고 $\sim r$ 는 q 이기 위한 필요충분조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $R \cap Q = R$
- ② $R \cup Q = R$
- ③ $P \cap Q = \emptyset$
- ④ $P \cup R = R$
- ⑤ $P \cap R = \emptyset$

해설

p 는 q 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q$
 $\sim r$ 는 q 이기 위한 필요충분조건이므로 $R^c = Q$
따라서, 세 집합의 포함 관계를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같으므로



$\therefore P \cap R = \emptyset$

18. 다음 부등식 중 성립하지 않는 것은? (단, 모든 문자는 실수)

① $|a| + |b| \geq |a + b|$

② $a \geq b > 0$ 일 때 $\frac{b}{2+a} \geq \frac{a}{2+b}$

③ $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc (a > 0, b > 0, c > 0)$

④ $\sqrt{3} + \sqrt{13} > \sqrt{2} + \sqrt{14}$

⑤ $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$

해설

$$\begin{aligned}\frac{b}{2+a} - \frac{a}{2+b} &= \frac{2b + b^2 - 2a - a^2}{(2+a)(2+b)} \\ &= \frac{b^2 - a^2 + 2(b-a)}{(2+a)(2+b)} \\ &= \frac{(b-a)(a+b+2)}{(a+2)(b+2)} \text{여기서}\end{aligned}$$

$(a+2)(b+2) > 0$ 이고

$(b-a) \leq 0, a+b+2 > 0$ 이므로

$(\because a \geq b > 0)$

$$\frac{b}{2+a} - \frac{a}{2+b} \leq 0$$

$$\therefore \frac{b}{2+a} \leq \frac{a}{2+b}$$

19. 다음 중 세 수 3^{30} , 4^{20} , 12^{15} 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $3^{30} > 4^{20} > 12^{15}$

② $4^{20} > 3^{30} > 12^{15}$

③ $12^{15} > 4^{20} > 3^{30}$

④ $3^{30} > 12^{15} > 4^{20}$

⑤ $12^{15} > 3^{30} > 4^{20}$

해설

$$\left(\frac{3^{1.5}}{4}\right)^{20} = \left(\frac{3 \times 1.7}{4}\right)^{20} > 1(3^{1.5} = 3\sqrt{3} \approx 3 \times 1.7)$$

따라서 3^{30} 이 4^{20} 보다 크다.

$$\left(\frac{3^2}{12}\right)^{15} = \left(\frac{3}{4}\right)^{15} < 1 \text{ 이 결과에서}$$

12^{15} 이 3^{30} 보다 크다는 것을 알 수 있다.

20. 임의의 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $|a| = -a$
- ② $a > b > 0$ 일 때, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.
- ③ $|a| \geq 0$, $|a| \geq a$, $|a| = |-a|$ 이다.
- ④ $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$
- ⑤ $|a - b| \geq |a| - |b|$

해설

- ① $|a| = a(a \geq 0)$
 $-a(a < 0)$
- ② 참
- ③ 참
- ④ $(|a + b + c|)^2$
 $= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$
 $(|a| + |b| + |c|)^2$
 $= a^2 + b^2 + c^2 + 2(|a||b| + |b||c| + |c||a|)$
 $|a||b| \geq ab, |b||c| \geq bc, |c||a| \geq ca$
 $\therefore |a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$
- ⑤ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 $(|a| - |b|)^2 = a^2 - 2|a||b| + b^2 (\because |a||b| \geq ab)$
 $\therefore |a - b| \geq |a| - |b|$

21. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고, 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 갯수를 구하여라.

$$\begin{aligned} B &\subset A \\ 2 &\in B \\ n(B) &= 3 \end{aligned}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

집합 B 는 원소 2를 반드시 포함하고 원소의 갯수가 3개인 집합 A 의 부분집합이다. 따라서 만족하는 집합 B 를 구하면 $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}$ 이고, 총 6개이다.

22. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 3\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 4개 ② 6개 ③ 8개 ④ 12개 ⑤ 16개

해설

집합 X 는 원소 2, 3을 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이다.
 $\therefore n(X) = 2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

23. 우리 반 학생 35 명 중 빨간색을 좋아하는 학생은 27 명, 초록색을 좋아하는 학생은 15 명, 빨간색과 초록색을 모두 좋아하는 학생이 11 명이다. 이때, 빨간색과 초록색 중 어느 것도 좋아하지 않는 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 4 명

해설

우리 반 학생 : $n(U) = 35$
빨간색을 좋아하는 학생의 수 : $n(A) = 27$
초록색을 좋아하는 학생의 수 : $n(B) = 15$
빨간색과 초록색을 모두 좋아하는 학생의 수 : $n(A \cap B) = 11$
 $n(A \cup B) = 27 + 15 - 11 = 31$
 $\therefore n(U) - n(A \cup B) = 35 - 31 = 4$ (명)

24. 다음 보기 중에서 p 는 q 이기 위한 필요충분조건인 것은 몇 개인가?
(단 x, y 는 실수이다.)

- ㉠

$p : -1 < x < 1 \quad q : x < 3$
- ㉡

$p : |x - 1| = 2 \quad q : x^2 - 2x + 3 = 0$
- ㉢

$p : x^2 + y^2 = 0 \quad q : xy = 0$
- ㉤

$p : A^c \cup B = U \quad q : A \subset B$
- ㉥

$p : |x| = 1 \quad q : x = 1$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

㉠ p 는 q 이기 위한 충분조건만 된다.
㉡ p 는 q 이기 위한 아무 조건도 아니다.
㉢ p 는 q 이기 위한 충분조건만 된다.
㉤ p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
즉, $A^c \cup B = U$ 와 $A \subset B$ 은 동치이다.
㉥ p 는 q 이기 위한 필요조건만 된다.
∴ 1개

25. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 네모 속에서 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- I. $1 + a > \sqrt{1 + 2a}$
II. $\sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b}$
III. $a + \frac{1}{a} \geq 2$
IV. $\frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab}$
V. $(a+b) \left(\frac{2}{a} + \frac{2}{b} \right) \geq 4$
VI. $(2a+b) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right) \geq 25$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- I. $(1+a)^2 - (\sqrt{1+2a})^2$
 $= a^2 > 0 \quad (\because a > 0)$
 $\therefore (1+a) > \sqrt{1+2a} \quad (\bigcirc)$
II. $(\sqrt{2(a+b)})^2 - (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$
 $= 2(a+b) - (a+b+2\sqrt{ab})$
 $= (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$
 $\therefore \sqrt{2(a+b)} \geq \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad (\bigcirc)$
III. $a + \frac{1}{a} \geq 2 \sqrt{a \cdot \frac{1}{a}} = 2 \quad (\bigcirc)$
IV. $\frac{2ab}{a+b} - \sqrt{ab} = \frac{-\sqrt{ab}(a+b-2\sqrt{ab})}{a+b}$
 $= \frac{-\sqrt{ab}(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2}{a+b} \leq 0$
 $\therefore \frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \quad (\bigcirc)$
V. $(a+b) \left(\frac{2}{a} + \frac{2}{b} \right) = 4 + \frac{2a}{b} + \frac{2b}{a}$
 $\frac{2a}{b} + \frac{2b}{a} \geq 2 \sqrt{\frac{2a}{b} \times \frac{2b}{a}} = 4$
 $\therefore 4 + \frac{2a}{b} + \frac{2b}{a} \geq 8 \quad (\times)$
VI. $(2a+b) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right) = 17 + \frac{2a}{b} + \frac{8b}{a}$
 $\frac{2a}{b} + \frac{8b}{a} \geq 2 \sqrt{\frac{2a}{b} \times \frac{8b}{a}} = 8$
 $\therefore (2a+b) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right) = 17 + \frac{2a}{b} + \frac{8b}{a} \geq 25 \quad (\bigcirc)$