

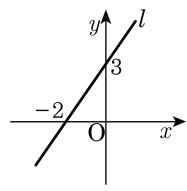
1. 점 $(2, 3)$ 을 지나고, 기울기가 -2 인 직선의 방정식은?

- ① $y = 2x + 7$ ② $y = 2x - 7$ ③ $y = -2x + 7$
④ $y = -2x - 7$ ⑤ $y = -7x + 2$

해설

점 (x_1, y_1) 을 지나고, 기울기가 m 인 직선의 방정식은
 $y - y_1 = m(x - x_1)$
점 (x_1, y_1) 을 지나고, 기울기가 m 인 직선의 방정식은
 $y - y_1 = m(x - x_1)$ 이므로
 $y - 3 = -2(x - 2)$, 즉 $y = -2x + 7$

2. 직선 l 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 직선의 기울기는?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

직선 l 이 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표가 각각 $(-2, 0)$, $(0, 3)$ 이므로

$$(\text{기울기}) = \frac{3-0}{0-(-2)} = \frac{3}{2}$$

3. 다음 <보기> 중 직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 과 서로 수직인 직선을 모두 고른 것은?

보기

- ☐ ㉠ $y = 2x + 1$
- ☐ ㉡ $y = -2(x - 1)$
- ☐ ㉢ $y = -2x + 3$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉡, ㉢

해설

서로 수직인 두 직선의 기울기의 곱은 -1 이므로
직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 과 수직인 직선의 기울기는 -2 이다.
기울기가 -2 인 직선은 ㉡, ㉢이다.

4. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$ 의 반지름의 길이는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 &= 0 \\ \Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 &= 4 = 2^2 \end{aligned}$$

5. 두 원 O_1 , O_2 의 중심거리가 $d = 7$ 이고, 그 각각 반지름의 길이 r_1 , r_2 가 2, 5일 때, 두 원은 어떤 위치에 관계에 있는가?

- ① 외접한다. ② 내접한다.
③ 두 점에서 만난다. ④ 만나지 않는다.
⑤ 네 점에서 만난다.

해설

$d = r_1 + r_2$ 이므로 두 원은 외접한다.

6. 평행이동 $T : (x, y) \rightarrow (x + 4, y - 3)$ 에 의하여 점 $(2, 5)$ 가 옮겨지는 점의 좌표를 구하면?

① $(2, 1)$ ② $(4, 6)$ ③ $(6, 2)$ ④ $(5, 3)$ ⑤ $(9, 1)$

해설

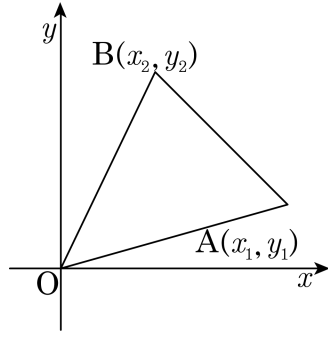
평행이동 T 로부터 얻어지는 관계식

$$\begin{cases} x' = x + 4 \\ y' = y - 3 \end{cases}$$

에 주어진 점의 좌표를 대입하여 구하면 된다.

$(2 + 4, 5 - 3)$, 즉 $(6, 2)$

7. 원점 $O(0, 0)$ 와 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 로 이루어진 삼각형 OAB 의 넓이는?



- ☒ ① $\frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$
 ☐ ② $\frac{1}{2}|x_1y_1 - x_2y_2|$
 ☐ ③ $\frac{1}{2}|x_1y_1 + x_2y_2|$
☐ ④ $\frac{1}{2}|x_1x_2 - y_1y_2|$
 ☐ ⑤ $\frac{1}{2}|x_1x_2 + y_1y_2|$

해설

$$\overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

직선 OA 의 방정식은 $y = \frac{y_1}{x_1}x$

$\therefore y_1x - x_1y = 0$

점 $B(x_2, y_2)$ 에서

직선 $y_1x - x_1y = 0$ 까지의 거리 h 는

$\frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$ 이다.

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot \overline{OA} \cdot h$$

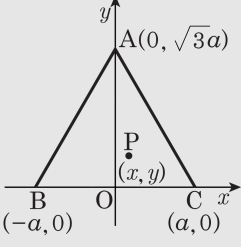
$$= \frac{1}{2} \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$$

$$= \frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$$

8. 좌표평면 위의 정삼각형 ABC에 대하여 $2\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 을 만족시키는 점 P의 자취는 어떤 도형을 그리는가?
- ① 삼각형 ② 직선 ③ 선분
④ 원 ⑤ 원 아닌 곡선

해설

그림과 같이 변 BC의 중점을 원점으로 하는 좌표축을 설정하고 점 C의 좌표를 $C(a, 0)$ 이라고 두면, $B(-a, 0)$, $A(0, \sqrt{3}a)$ 이다.



이 때, 점 P의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$$\begin{aligned} 2\overline{PA}^2 &= \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \text{ 이므로} \\ 2\{x^2 + 2(y - \sqrt{3}a)^2\} &= (x + a)^2 + y^2 + (x - a)^2 + y^2 \end{aligned}$$

$$\text{정리하여 간단히 하면, } y = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

∴ 직선

9. 방정식 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + c = 0$ 의 그래프가 원이 되도록 상수 c 의 값의 범위를 정하면?

① $c < 1$ ② $c < 2$ ③ $c < 3$ ④ $c < 4$ ⑤ $c < 5$

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) = 5 - c$$

$$\therefore (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5 - c \quad \leftarrow \quad 5 - c = r^2$$

이 방정식의 그래프가 원이 되려면

$$5 - c > 0 \quad \leftarrow \quad r^2 > 0$$

$$\therefore c < 5$$

10. 직선 $y = -2x + a$ 가 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 에 의하여 잘려지는 선분의 길이를 최대로 하는 a 의 값은 ?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 에서

$$(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$$

직선 $y = -2x + a$ 가 원의 중심 (2, 1)을 지날 때, 잘린 선분의 길이가 최대이므로

$$a = 2 \times 2 + 1 = 5$$

11. 직선 $x+ay+1=0$ 이 $x-y+1=0$ 과는 수직이고, $x+(2-b)y-1=0$ 과는 평행일 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x+ay+1=0 \cdots \textcircled{1}$$

$$x-y+1=0 \cdots \textcircled{2}$$

$$x+(2-b)y-1=0 \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \perp \textcircled{2} : 1 \times 1 + a \times (-1) = 0$$

$$\therefore a = 1$$

$$\textcircled{1} // \textcircled{3} : \frac{1}{1} = \frac{a}{2-b} \neq \frac{1}{-1}$$

$$\Rightarrow a = 2 - b$$

$$\Rightarrow 1 = 2 - b$$

$$\therefore b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

12. 좌표평면 위의 두 점 A(-1, 4), B(3, 2) 를 이은 선분 AB 의 수직이등분선의 방정식은?

① $y = -2x - 5$

② $y = -2x + 5$

③ $y = 2(x - 5)$

④ $y = 2x + 1$

⑤ $y = 2x - 1$

해설

선분 AB 의 기울기 : $\frac{2-4}{3-(-1)} = -\frac{1}{2}$

따라서, 선분 AB 의 수직이등분선의 기울기는 2 이다.

또, 선분 AB 의 수직이등분선은 두 점 A, B 의 중점을 지난다.

중점의 좌표는 $\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{4+2}{2}\right) = (1, 3)$ 이므로

구하는 직선의 방정식은 $y - 3 = 2(x - 1)$

$\therefore y = 2x + 1$

13. 두 점 $(-2, 1)$, $(6, 5)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을 구하면?

① $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 7 = 0$

② $x^2 + y^2 + 4x + 8y - 15 = 0$

③ $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 5 = 0$

④ $x^2 + y^2 + 4x + 8y + 15 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 7 = 0$

해설

i) 원의 중심은 두 점의 중점과 같다.

$$\Rightarrow \left(\frac{-2+6}{2}, \frac{1+5}{2} \right) = (2, 3)$$

ii) 반지름 길이는 중심과 한 점 사이의 거리와 같 다.

$$\Rightarrow \sqrt{(2-6)^2 + (3-5)^2} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \text{원의 방정식은 } (x-2)^2 + (y-3)^2 = (2\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 6y - 7 = 0$$

14. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

① $k < -5$ 또는 $k > 5$

② $-5 < k < 5$

③ $k < -\sqrt{5}$ 또는 $k > 5$

④ $-\sqrt{5} < k < \sqrt{5}$

⑤ $-2 < k < 2$

해설

$x^2 + y^2 = 5$ 에 $y = 2x + k$ 를 대입하면

$$x^2 + (2x + k)^2 = 5$$

$$5x^2 + 4kx + k^2 - 5 = 0$$

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로 위의 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 $D > 0$ 이다.

$$\frac{D}{4} = (2k)^2 - 5(k^2 - 5) > 0$$

$$-k^2 + 25 > 0$$

$$(k - 5)(k + 5) < 0$$

$$\therefore -5 < k < 5$$

15. 원 $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$ 위의 점 C에서 두 점 A(6, -4), B(10, 0)을 지나는 직선 l 에 이르는 거리의 최댓값은?

① $5 + 4\sqrt{2}$

② $5 + \frac{9}{2}\sqrt{2}$

③ $10 + \sqrt{2}$

④ 11

⑤ 12

해설

직선 AB의 방정식은

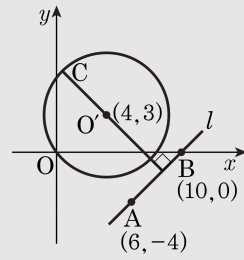
기울기가 $m = \frac{-4-0}{6-10} = 1$ 이므로

$y = x - 10$ 즉, $x - y - 10 = 0$ 이고

원의 중심 (4, 3)에서 직선 AB에 이르는 거리는

$$\frac{|4-3-10|}{\sqrt{1+1}} = \frac{9\sqrt{2}}{2} \text{ 이므로 원 위의 점 C에서}$$

직선 l 에 이르는 거리의 최댓값은 $\frac{9\sqrt{2}}{2} + 5$ 이다.



16. 평행이동 $T : (x, y) \rightarrow (x + 3, y + 2)$ 에 의하여 점 $(-1, 3)$ 이 옮겨지는 점의 좌표를 구하면?

① $(1, 3)$ ② $(4, 6)$ ③ $(2, 5)$ ④ $(3, 9)$ ⑤ $(5, 6)$

해설

평행이동 T 는 x 축의 방향으로 3 만큼,
 y 축의 방향으로 2 만큼 옮기는 것이다.
구하는 점의 좌표는 $(-1 + 3, 3 + 2)$,
즉 $(2, 5)$

17. 원 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$ 를 x 축에 대하여 대칭이동시켜 얻어진 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = 4$

② $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$

③ $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$

④ $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 4$

⑤ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$

해설

x 축에 대하여 대칭이동시켰으므로
주어진 방정식에 y 대신 $-y$ 를 대입하면
 $(x+2)^2 + (-y-1)^2 = 4$
 $\therefore (x+2)^2 + (y+1)^2 = 4$

18. 두 원 $x^2 + y^2 - 4y - 1 = 0$, $(x - 1)^2 + y^2 = 3$ 의 중심거리를 구하면?

① 1

② $\sqrt{3}$

③ $\sqrt{5}$

④ 3

⑤ 5

해설

$$x^2 + y^2 - 4y - 1 = 0 \Rightarrow x^2 + (y - 2)^2 = 5$$

$$\therefore \text{중심사이의 거리는 } \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

19. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 (1, 2) 에서의 접선의 방정식은?

① $x + y = 3$

② $2x - y = 0$

③ $x - 2y = -3$

④ $2x + y = 4$

⑤ $x + 2y = 5$

해설

원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 (1, 2) 에서의 접선의 방정식은

$$1 \cdot x + 2 \cdot y = 5$$

$$\therefore x + 2y = 5$$

20. 방정식 $y = -3x + 1$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y = -x + 4$

② $y = -2x + 6$

③ $y = -3x + 11$

④ $y = -4x + 9$

⑤ $y = -5x + 13$

해설

$$y + 2 = -3(x - 4) + 1 \quad \therefore y = -3x + 11$$