

1. 등식 $2x^2 - 6x - 2 = a(x+1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x+1)$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

$x = 0$ 을 대입하면 : $a = 1$

$x = -1$ 을 대입하면 : $b = 2$

$x = 2$ 을 대입하면 : $c = -1$

$\therefore a + b + c = 2$

2. 등식 $(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)(x+yi) = 8-2i$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 xy 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 4

⑤ 8

해설

$(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)(x+yi) = 8-2i$ 에서 $4x+4yi = 8-2i$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$4x = 8, 4y = -2$$

$$\therefore x = 2, y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore xy = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$$

3. 복소수 $\frac{2+3i}{1-i}$ 를 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때, $a+b$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\frac{2+3i}{1-i} = \frac{(2+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{-1+5i}{2}$$

$$\therefore a+b = \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2} = 2$$

4. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = -\sqrt{12}$

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = -\sqrt{12}$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = -\sqrt{\frac{3}{4}}$

해설

② $\sqrt{-3} \times \sqrt{-4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4}i = -\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3} \times \sqrt{4} = \sqrt{3}i \times \sqrt{4} = \sqrt{12}i$

④ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$

⑤ $\frac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}i$

5. 이차방정식 $5x^2 - 6x + a - 5 = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$D' = 9 - 5(a - 5) = -5a + 34 < 0$$

$$\therefore a > \frac{34}{5}$$

6. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 이 x 에 관한 항등식이 되도록 할 때, $2ab$ 의 값은?

① -6

② -4

③ -2

④ 2

⑤ 4

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면, $-2 = 2a \quad \therefore a = -1$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $-3 = -b \quad \therefore b = 3$

$\therefore 2ab = -6$

7. $i(x + 2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$$\begin{aligned} i(x + 2i)^2 &= i(x^2 + 4ix - 4) = x^2i - 4x - 4i \\ &= -4x + (x^2 - 4)i \end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

8. α, β 가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{\beta}$ 는 β 의 켤레복소수이다.)

㉠ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉡ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.

㉢ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 반례 : $\alpha = 1, \beta = i$

㉡ (생략)

㉢ $\alpha = x + yi$ 라 하면

$$\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2 \quad (x, y \text{는 실수})$$

$$x^2 + y^2 = 0 \text{ 이려면 } x = 0, y = 0$$

$$\text{즉, } \alpha = 0$$

9. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, \quad a - 1 = 0$$

$$\text{공통근} : a = 1$$

10. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -\sqrt{2}$

② $x = \sqrt{2}$

③ $x = 0$

④ $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

11. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

$$(1) x(5x - 4) = 4(x - 1)$$

$$(2) x^2 - 3\sqrt{2}x + 6 = 0$$

① (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

② (1) $\frac{3 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

③ (1) $\frac{4 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{6}i}{2}$

④ (1) $\frac{1 \pm 2i}{5}$, (2) $\frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

⑤ (1) $\frac{4 \pm 3i}{5}$, (2) $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 푼다.

$$(1) x(5x - 4) = 4(x - 1)$$

$$\therefore 5x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 20}}{5} = \frac{4 \pm 2i}{5}$$

$$(2) x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18 - 24}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$$

12. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2, α 일 때, $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

해가 2, α 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고 α 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

13. x 가 실수 일 때, 다음 중 $x + \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 없는 것은? (단, $x \neq 0$)

① -5

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$x + \frac{1}{x} = t \text{ 라 하고,}$$

양변에 x 를 곱하면

$$x^2 + 1 = tx$$

$x^2 - tx + 1 = 0$ 에서 x 는 실수이므로

$$D = t^2 - 4 \geq 0 \quad \therefore t^2 \geq 4, t \leq -2 \text{ 또는 } t \geq 2$$

14. 이차식 $ax^2 + 4x + 2a$ 가 x 에 대한 완전제곱식이 되도록 하는 실수 a 의 값은?

① ± 1

② $\pm \sqrt{2}$

③ ± 2

④ $\pm \sqrt{3}$

⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

주어진 식이 x 에 대한 완전제곱식이 되려면
판별식 $D = 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = 2^2 - a \cdot 2a = 0$$

$$4 - 2a^2 = 0, a^2 = 2$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{2}$$

15. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 20

해설

근과 계수와의 관계로부터

$$\alpha + \beta = 3, \quad \alpha\beta = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) \\ &= 27 - 9 = 18\end{aligned}$$

16. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 - i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 실수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

다른 한 근은 복소수의 켤레근인 $1 + i$ 이므로

두 근의 합: $(1 + i) + (1 - i) = -a \quad \therefore a = -2$

두 근의 곱: $(1 + i)(1 - i) = b \quad \therefore b = 2$

$\therefore a + b = -2 + 2 = 0$

17. 다항식 $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 가 $x^2 + 2$ 로 나누어 떨어질 때, $3a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + ax + b$$

$= (x^2 + 2)(x - \alpha)$ 라 놓을 수 있다.

$$x^3 - \alpha x^2 + 2x - 2\alpha = x^3 - 4x^2 + ax + b$$

$$\therefore \alpha = 4, \quad a = 2, \quad b = -8$$

$$\therefore 3a + b = -2$$

18. $z = (1 + i)x^2 + (2 - i)x - 8 - 2i$ 에 대하여 $z^2 < 0$ 을 만족하는 실수 x 의 값을 구하면?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① -4

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

$$z = (x^2 + 2x - 8) + (x^2 - x - 2)i$$

$$= (x - 2)(x + 4) + (x + 1)(x - 2)i$$

그런데, $z^2 < 0$ 에서 z 는 순허수이므로

$$\therefore x = -4$$

19. 일차방정식 $a^2x + 1 = a^4 - x$ 의 해는? (단, a 는 실수)

① a

② $a + 1$

③ $a - 1$

④ $a^2 - 1$

⑤ $a^2 + 1$

해설

$$a^2x + 1 = a^4 - x \text{ 에서 } a^2x + x = a^4 - 1$$

$$(a^2 + 1)x = (a^2 - 1)(a^2 + 1)$$

$$\therefore x = a^2 - 1 (\because a^2 + 1 > 0)$$

20. 다음 보기는 방정식 $(ax - 1)a = x - 1$ 의 해에 대한 설명이다. 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $a = -1$ 이면 해가 없다.
- ㉡ $a = 1$ 이면 오직 하나의 해를 갖는다.
- ㉢ $a \neq \pm 1$ 이 아니면 해는 무수히 많다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$(ax - 1)a = x - 1$ 에서

$(a^2 - 1)x = a - 1$

$(a - 1)(a + 1)x = a - 1$

㉠ $a = -1$ 이면 $0 \cdot x = -2$ 이므로 해가 없다.

㉡ $a = 1$ 이면 $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.

㉢ $a \neq \pm 1$ 이면 $x = \frac{1}{a + 1}$

따라서 옳은 것은 ㉠뿐이다.

21. 0이 아닌 두 실수 a, b 가 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 를 만족할 때, 다음 [보기]의 x 에 대한 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $ax^2 - bx + 1 = 0$

㉡ $x^2 - ax - b = 0$

㉢ $x^2 + 2(a+b)x + (a^2 + b^2) = 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이므로 $a < 0, b < 0$

㉠ $ax^2 - bx + 1 = 0$ 에서

$$D = b^2 - 4a > 0$$

㉡ $x^2 - ax - b = 0$ 에서

$D = a^2 + 4b$ 는 음수, 양수를 판별할 수 없다.

㉢ $x^2 + 2(a+b)x + (a^2 + b^2) = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = (a+b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab > 0$$

22. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 합은 2이다.

② 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 차는 4이다.

③ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 곱은 5이다.

④ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때,
 $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은 -6이다.

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서

두근의 합 : $-\frac{b}{a}$

두근의 곱 : $\frac{c}{a}$

두근의 차 : $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$

$\therefore$ ② (두근의 차) = $4i$

23. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (a-1)x + a+1 = 0$ 의 두 근이 정수가 되도록 하는 정수 a 값들의 곱은?

① -7

② -4

③ -1

④ 2

⑤ 5

해설

$$\alpha + \beta = 1 - a, \alpha\beta = a + 1$$

$$\alpha\beta - 1 = 1 - \alpha - \beta$$

$$\alpha\beta + \alpha + \beta = 2$$

$$\text{즉, } (\alpha + 1)(\beta + 1) = 3$$

$$\therefore (\alpha, \beta) = (0, 2), (2, 0), (-2, -4), (-4, -2)$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } 7$$

24. $4x^2 - 8x + 7$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(2x - 2 - \sqrt{3}i)(2x - 2 + \sqrt{3}i)$

② $(2x + 2 - \sqrt{3}i)(2x - 2 + \sqrt{3}i)$

③ $(x - 2 - \sqrt{3}i)(x + 2 + \sqrt{3}i)$

④ $(x - 2 - \sqrt{3}i)(x - 2 + \sqrt{3}i)$

⑤ $\left(x - \frac{2 + \sqrt{3}i}{2}\right)\left(x - \frac{2 - \sqrt{3}i}{2}\right)$

해설

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 28}}{4} = 1 \pm \frac{2\sqrt{3}i}{4} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}i}{2}$$

$$4 \left(x - 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) \left(x - 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$$

$$= (2x - 2 - \sqrt{3}i)(2x - 2 + \sqrt{3}i)$$

25. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a+b+c+d$ 의 값을 구하면? (단, $a < c$)

$$(x-a)^2(bx-x^2-1) = (x-c)^2(dx-x^2-1)$$

① -4

② 4

③ 5

④ -5

⑤ 0

해설

$a < c$ 에서 $a \neq c$ 이므로 주어진 등식에서

$$x^2 - bx + 1 = (x - c)^2 \quad \therefore b = 2c, 1 = c^2$$

$$x^2 - dx + 1 = (x - a)^2 \quad \therefore d = 2a, 1 = a^2$$

$$\therefore a = -1, b = 2, c = 1, d = -2$$

$$\therefore a + b + c + d = 0$$

26. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $(x-a)(x+b)$, $(x+b)(x-c)$, $(x-c)(x-a)$ 로 나눈 나머지가 각각 $x+2$, $-x+4$, 0 일 때, 상수 a, b, c 의 곱을 구하면?

① 8

② -8

③ 12

④ -12

⑤ 16

해설

$$f(x) = (x-a)(x+b)P(x) + x+2 \cdots \textcircled{1}$$

$$= (x+b)(x-c)Q(x) - x+4 \cdots \textcircled{2}$$

$$= (x-c)(x-a)R(x) \cdots \textcircled{3}$$

나머지 정리에 의해

i) ① 에서 $f(a) = a+2$, ③ 에서

$$f(a) = 0$$

$$\Rightarrow a = -2$$

ii) ① 에서 $f(-b) = -b+2$, ② 에서

$$f(-b) = b+4$$

$$\Rightarrow b = -1$$

iii) ② 에서 $f(c) = -c+4$, ③ 에서

$$f(c) = 0$$

$$\Rightarrow c = 4$$

$$\therefore abc = 8$$

27. 양의 실수 a, b 에 대하여 다음 복소수 중 $z = a(1+i) + b(1-i)$ (i 는 허수단위)의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

① $-3 + i$

② $2 + 3i$

③ $5 - 2i$

④ $1 - 3i$

⑤ $-4 - 2i$

해설

$$z = (a+b) + (a-b)i \in A \quad (a > 0, b > 0)$$

① $a+b = -3, a-b = 1$

$$\therefore a = -1, b = -2 \text{ (부적당)}$$

② $a+b = 2, a-b = 3$

$$\therefore a = \frac{5}{2}, b = -\frac{1}{2} \text{ (부적당)}$$

③ $a+b = 5, a-b = -2$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = \frac{7}{2} \text{ (양의 실수)}$$

④ $a+b = 1, a-b = -3$

$$\therefore a = -1, b = 2 \text{ (부적당)}$$

⑤ $a+b = -4, a-b = -2$

$$\therefore a = -3, b = -1 \text{ (부적당)}$$

28. $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

㉠ $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$

㉡ $1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^{15} = 1$

㉢ $z = \frac{\alpha + 3}{2\alpha + 1}$ 일 때, $z\bar{z} = \frac{7}{3}$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ : $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$, $2\alpha + 1 = \sqrt{3}i$

양변을 제곱해서 정리하면 $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0$

㉡ : $(\alpha - 1)(\alpha^2 + \alpha + 1) = 0$, $\alpha^3 = 1$

$1 + \alpha + \alpha^2 + \cdots + \alpha^{15}$

$= 1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3(1 + \alpha + \alpha^2) + \cdots + \alpha^{15} = \alpha^{15}$

$= (\alpha^3)^5 = 1$ ($\because \alpha^2 + \alpha + 1 = 0$)

㉢ : $\bar{\alpha} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$, $\alpha + \bar{\alpha} = -1$, $\alpha\bar{\alpha} = 1$

$z = \frac{\alpha + 3}{2\alpha + 1}$, $\bar{z} = \frac{\bar{\alpha} + 3}{2\bar{\alpha} + 1}$

$z\bar{z} = \frac{\alpha\bar{\alpha} + 3(\alpha + \bar{\alpha}) + 9}{4\alpha\bar{\alpha} + 2(\alpha + \bar{\alpha}) + 1} = \frac{1 - 3 + 9}{4 - 2 + 1} = \frac{7}{3}$

해설

㉢ 이 성립함을 다음과 같이 직접 계산할 수 있다.

$\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

$\Rightarrow 2\alpha + 1 = \sqrt{3}i, \alpha + 3 = \frac{5 + \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore \frac{\alpha + 3}{2\alpha + 1} = \frac{5 + \sqrt{3}i}{2\sqrt{3}i}$
 $= -\frac{5i - \sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$

$z \cdot \bar{z} = \frac{\sqrt{3} - 5i}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3} + 5i}{2\sqrt{3}} = \frac{7}{3}$

29. 방정식 $x^2 + 2(m-1)x - m + 3 = 0$ 의 두 근을 모두 음이 되게 하는 실수 m 의 범위를 정하면?

① $-2 < m < 3$

② $2 \leq m < 3$

③ $-1 < m < 3$

④ $1 < m \leq 3$

⑤ $3 < m \leq 4$

해설

두 근을 α, β 라 할 때 두 근이 모두 음수이므로

$$(i) \quad \frac{D}{4} = (m-1)^2 + m - 3 \geq 0$$

$$m^2 - m - 2 \geq 0, (m-2)(m+1) \geq 0$$

$$\therefore m \leq -1, m \geq 2$$

$$(ii) \quad \alpha + \beta = -2(m-1) < 0 \quad \therefore m > 1$$

$$(iii) \quad \alpha\beta = -m + 3 > 0 \quad \therefore m < 3$$

$\therefore (i), (ii), (iii)$ 의 공통범위는 $2 \leq m < 3$