1. 전체집합 U 에서 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $\sim p \rightarrow q$ 가 참일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? (단, $U \neq \varnothing$)

① $P^c \subset Q$　　② $P \cap Q = \varnothing$　　③ $P^c \cap Q^c = \varnothing$

④ $P \cap Q^c = Q^c$　　⑤ $P \cup Q = U$

해설

$\sim p \rightarrow q$를 확인하기 위해 대우의 참, 거짓을 판별하거나 포함 관계를 본다.
$P^c \subset Q$ 이려면 $(P \cup Q)^c = \varnothing$ 이어야 한다.
$\therefore P \cup Q = U, P^c \cap Q^c = \varnothing$
$P \cap Q = \varnothing$ 는 알 수 없다.

2. 명제 'p 이면 q 가 아니다.' 의 역인 명제의 대우를 구하면?

① q 가 아니면 p 이다.
② q 이면 p 가 아니다.
③ p 가 아니면 q 가 아니다.
④ p 가 아니면 q 이다.
⑤ q 이면 p 이다.

해설

$p \rightarrow \sim q \Rightarrow \sim q \rightarrow p \Rightarrow \sim p \rightarrow q \Rightarrow$ p가 아니면 q 이다.

3. 조건 p가 조건 q이기 위한 충분조건일 때, 조건 q는 조건 p이기 위한 (가) 조건이고, 조건 $\sim p$는 조건 $\sim q$이기 위한 (나) 조건이다. (가), (나)에 각각 알맞은 것은?

① 필요, 필요　　② 충분, 충분

③ 필요, 충분　　④ 충분, 필요

⑤ 필요충분, 충분

해설

p가 q이기 위한 충분조건 : $p \Rightarrow q$

(가) : $p \Rightarrow q$ 이면 q는 p이기 위한 필요조건

(나) : $p \Rightarrow q$ 이면 그 대우 $\sim q \Rightarrow \sim p$ $\therefore \sim p$는 $\sim q$이기 위한 필요조건

4. 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은?

① 자연수 n에 대하여, n^2이 짝수이면 n도 짝수 이다.

② 자연수 n, m에 대하여 n^2+m^2이 홀수이면, nm은 짝수이다.

③ 자연수 n에 대하여, n^2이 3의 배수이면, n은 3의 배수이다.

④ a, b가 실수일 때, $a+b\sqrt{2}=0$이면, $a=0$이다.

⑤ 두 실수 a, b에 대하여, $a+b>2$이면, $a>1$ 또는 $b>1$

해설

①, ③ : n^2이 p 의 배수이면, n은 p의 배수이다. (참)
② : 대우는 'nm 은 홀수이면 n^2+m^2 이 짝수이다.' nm은 홀수, 즉 n, m 모두 홀수이면 n^2, m^2 모두 홀수이므로 n^2+m^2은 짝수이다.
∴ 주어진 명제는 참
④ 반례 : $a=2\sqrt{2}, b=-1$
※ 주의) 주어진 명제가 참일 때는 a, b가 유리수라는 조건일 때임을 명심해야 한다.
⑤ 대우 : $a \leqq 1$ 그리고 $b \leqq 1$이면 $a+b \leqq 2$ (참)

5. 다음 중에서 명제 '자연수 n 의 각 자리 숫자의 합이 6 의 배수이면, n 은 6 의 배수이다.'가 거짓임을 보여주는 n 의 값은?

① 30 ② 33 ③ 40
④ 42 ⑤ 답 없음

해설

실제로 주어진 명제는 참이 아니다. 33 의 경우 $3+3=6$ 이지만, 33 은 6 의 배수가 아니다.

6. 다음 중 p가 q이기 위한 필요충분조건인 것은?(a, x, y, z는 모두 실수)

① $p : a < b$, $q : |a| < |b|$

② $p : 2x + 3 = 5$, $q : x^2 - 2x + 1 = 0$

③ $p : a > 3$, $q : a^2 > 9$

④ $p : x > 0$ 이고 $y > 0$, $q : x + y > 0$

⑤ $p : xy = yz$, $q : x = z$

해설

주어진 명제도 참이고 역도 참인 것을 고른다.
① 주어진 명제, 역 모두 거짓이다.
② p, q를 만족하는 값이 모두 $x = 1$이므로 필요충분조건이다.
③, ④ 주어진 명제만 참이고 역은 성립하지 않는다. $\therefore$ p는 q이기 위한 충분조건이다.
⑤ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.
$\therefore$ p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

7. 실수 x 에 대하여 $x+1=0$ 이 $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건일 때, 상수 a 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$x+1=0$ 이 $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건이므로 명제 '$x+1=0$ 이면 $x^2+2x+a=0$ 이다.' 가 참이다.

$x+1=0$ 에서 $x=-1$ 을 $x^2+2x+a=0$ 에 대입하면

$(-1)^2+2\cdot(-1)+a=1-2+a=0$

$\therefore a=1$

8. 명제 p, q, r 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, r 은 q 이기 위한 충분조건일 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인가?

① 필요　② 충분
③ 필요충분　④ 아무 조건도 아니다.
⑤ q 에 따라 다르다.

해설

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $p \Leftarrow q$.
즉 $q \Rightarrow p$ 가 성립하고 r 은 q 이기 위한 충분조건,
즉 $r \Rightarrow q$ 가 성립하므로 $r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 이다.
그러나 $p \Rightarrow r$ 인지는 알 수 없다.
따라서 $r \Rightarrow p$ 이므로 p 는 r 이기 위한 필요조건이다.

9. 다음 두 조건 p, q 에 대하여 '$\sim p$ 또는 q '의 부정은?

p : $-1 < x \le 3$, q : $0 < x \le 2$

① $-1 < x \le 0$ 또는 $2 < x \le 3$

② $-1 < x < 0$ 또는 $2 \le x \le 3$

③ $-1 < x \le 3$

④ $0 < x \le 2$

⑤ x 는 모든 실수

해설

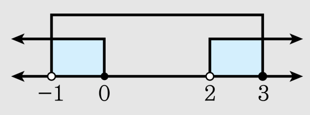
$\sim(\sim p$ 또는 $q) \leftrightarrow p$ 이고 $\sim q$ 그런데

$\sim q$: $x \le 0$ 또는 $x > 2$ 이므로 p 이고 $\sim q$

$\leftrightarrow (-1 < x \le 3)$ 이고 $(x \le 0$ 또는 $x > 2)$

$\leftrightarrow (-1 < x \le 3$ 이고 $x \le 0)$ 또는 $(-1 < x \le 3$ 이고 $x > 2)$

$\leftrightarrow -1 < x \le 0$ 또는 $2 < x \le 3$



10. $p(x) : x > 0$, $q(x) : x < 1$ 일 때, '$p(x)$ 이고 $q(x)$ ' 의 진리집합을 바르게 구한 것은?

① $\{x \mid x > 0\}$
② $\{x \mid 0 < x < 1\}$
③ $\{x \mid x > 1\}$
④ $\{x \mid x < 0$ 또는 $x > 1\}$
⑤ $\{x \mid x < 1\}$

해설

$p(x) : x > 0$, $q(x) : x < 1$ 이므로 $p(x)$ 이고 $q(x)$ 이면 $x > 0$ 이고 $x < 1$ 이다.
즉, $\{x \mid 0 < x < 1\}$

11. 명제 '모든 실수 x 에 대하여 $x^2+4 \geq k$ 이다.' 는 참이고, '어떤 실수 x 에 대하여 $x^2+k \leq 1$ 이다.' 는 거짓일 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-4 \leq k \leq -1$ ② $1 \leq k \leq 4$ ③ $-1 \leq k < 1$
④ $1 < k \leq 4$ ⑤ $-4 \leq k \leq 1$

해설
모든 실수 x 에 대하여 $x^2+4 \geq k$ 가 참이므로 $k \leq 4$
어떤 실수 x 에 대하여 $x^2+k \leq 1$ 이 거짓이므로 $k > 1$
$\therefore\ 1 < k \leq 4$

12. 두 조건 $p : x-2 \neq 0$, $q : x^2 - ax + 2 \neq 0$에서 $q \to p$가 참일 때, a의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$q \Rightarrow p$가 참이면, 대우인 $\sim p \Rightarrow \sim q$ 도 참이다.
$x-2=0 \Rightarrow x^2 - ax + 2 = 0 \therefore a = 3$

13. 세 조건 p, q, r 에 대하여 $p \rightarrow \sim q, r \rightarrow q$가 참일 때, 다음 중 항상 참인 명제는?

① $q \rightarrow p$　② $q \rightarrow r$　③ $\sim r \rightarrow q$

④ $r \rightarrow \sim p$　⑤ $q \rightarrow \sim r$

해설

$r \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim r$, $\sim p \rightarrow \sim q, \rightarrow q \rightarrow p$에서 $r \rightarrow g \rightarrow p$ $\Leftrightarrow r \rightarrow \sim p$

14. 다음 명제 중 p 가 q 이기 위한 필요조건인 것은? (a, b, x, y는 실수)

① $p : a > 3$, $q : a^2 > 9$

② $p : x$ 는 3 의 배수, $q : x$ 는 6 의 배수

③ $p : x = 1$ 이고 $y = 1$, $q : x + y = 2$ 이고 $xy = 1$

④ $p : |x - 1| = 2$, $q : x^2 - 2x + 3 = 0$

⑤ $p : a < b$, $q : |a| < |b|$

해설

$q \Rightarrow p$ 즉 $Q \subset P$ 인 것을 고른다.
② $q : x$ 는 6 의 배수 $\Rightarrow p : x$는 3 의 배수 (참)

15. 두 명제 '겨울이 오면 춥다.' '눈이 오지 않으면 춥지 않다.'가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 <u>없는</u> 것은?

① 추우면 눈이 온다.

② 눈이 오면 겨울이 온다.

③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.

④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.

⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다. ↔ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
눈이 오지 않으면 춥지 않다. ↔ 추우면 눈이 온다. ⇒ 겨울이 오면 눈이 온다.
②에서 '눈이 오면 겨울이 온다'는 참, 거짓을 판별할 수 없다.