

1. 이차방정식 $(x-1)(x+3) = 7$ 의 해는?

- ① $\frac{-2 \pm \sqrt{11}}{2}$ ② $\frac{-1 \pm \sqrt{11}}{2}$ ③ $-2 \pm \sqrt{11}$
④ $-1 \pm \sqrt{11}$ ⑤ $1 \pm \sqrt{11}$

해설

$$(x-1)(x+3) = 7, x^2 + 2x - 3 - 7 = 0, \\ x^2 + 2x - 10 = 0 \\ \text{근의 공식에 의해 } x = -1 \pm \sqrt{1^2 + 10} = -1 \pm \sqrt{11}$$

2. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + a(a-1)x + 3a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 근은? (단, a 는 상수)

① -1 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$1^2 + a(a-1) + 3a = 0$$

$$a^2 + 2a + 1 = (a+1)^2 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - 1 \cdot (-2)x - 3 = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x+3)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = 1, -3 \quad \therefore x = -3$$

3. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (a-1)x + \frac{1}{4}a^2 + a - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a 의 조건을 구하면?

- ① $a > 1$ ② $a < \frac{3}{2}$ ③ $a < \frac{3}{4}$ ④ $a > \frac{3}{4}$ ⑤ $a < 2$

해설

판별식을 D 라고 하면,

$$D = (a-1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}a^2 + a - 2\right) = -6a + 9$$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D > 0$ 이어야 하므로

$$-6a + 9 > 0 \text{에서 } a < \frac{3}{2}$$

4. 이차방정식 $x^2 + 4x + k = 0$ 이 허근을 가지도록 상수 k 의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k > 4$

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - k < 0$$

$$\therefore k > 4$$

5. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 5 = 0$ 의 두 근을 α 와 β 라 할 때, $\alpha^3 + \beta^3$ 의 값은?

① -7 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 7

해설

$2x^2 - 4x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \beta^3 &= (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 2^3 - 3 \times \frac{5}{2} \times 2 \\ &= 8 - 15 = -7\end{aligned}$$

6. 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 4 = 0$ 이 증근을 갖도록 하는 상수 k 값들의 합은?

- ① 1 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

증근을 가지려면 판별식 $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 4 = 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = 0, (k-3)(k+1) = 0$$

$$\therefore k = 3, -1$$

7. 이차방정식 $3x^2 - 6x + k = 0$ 이 허근을 갖도록 실수 k 의 범위를 정하면?

- ① $k \leq 3$ ② $k > 3$ ③ $k \leq 2$ ④ $k > 2$ ⑤ $k < 1$

해설

이차방정식이 허근을 가질 조건 : $D < 0$

$$3x^2 - 6x + k = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - 3k < 0$$

$$\therefore k > 3$$

8. 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k-a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로 k 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

9. 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐 $(x+a)^2 = b$ 를 얻었다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$ 를 완전제곱식으로 고치면

$$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x+1)^2 = -2$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

$$\therefore a - b = 3$$

10. $x^2 + ax + b = 0$ (a, b 는 실수)의 한 근이 $1+i$ 일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

한 근이 $1+i$ 이므로,
켈레근 $1-i$ 도 식의 근.
 $(1+i) + (1-i) = -a$
 $\therefore a = -2$

11. 이차함수 $y = x^2 + (k-3)x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $-1 < k < 7$ ② $-1 < k < 8$ ③ $0 < k < 9$
④ $1 < k < 9$ ⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
 x 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k-3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
 $D = (k-3)^2 - 4k < 0$
 $k^2 - 10k + 9 < 0, (k-1)(k-9) < 0$
 $\therefore 1 < k < 9$

12. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 13

해설

$$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0 \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a+2=0, b-1=0$

따라서 $a=-2, b=1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

13. 방정식 $a(ax-1) = 2(ax-1)$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① $a = 0$ 일 때, 부정 ② $a = 2$ 일 때, 불능
③ $a \neq 2$ 일 때, $x = \frac{1}{a}$ ④ $a \neq 0$ 일 때, 해는 없다.
⑤ $a \neq 0, a \neq 2$ 일 때, $x = \frac{1}{a}$

해설

$$a(ax-1) = 2(ax-1), a^2x - 2ax = a - 2 \text{에서}$$

$$a(a-2)x = a-2$$

i) $a \neq 0, a \neq 2$ 일 때, $x = \frac{1}{a}$

ii) $a = 2$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다. (부정)

iii) $a = 0$ 일 때, $0 \cdot x = -2$ 이므로 해가 없다. (불능)

따라서 옳은 것은 ⑤뿐이다.

14. 방정식 $|x-3| + |x-4| = 2$ 의 해의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

i) $x < 3$ 일 때,
 $-(x-3) - (x-4) = 3, -2x = -5$
 $\therefore x = \frac{5}{2}$

ii) $3 \leq x < 4$ 일 때
 $(x-3) - (x-4) = 2, 0 \cdot x = 1$
 \therefore 해가 없다.

iii) $x \geq 4$ 일 때
 $x-3 + x-4 = 2, 2x = 9$
 $\therefore x = \frac{9}{2}$

따라서 $x = \frac{5}{2}, \frac{9}{2}$ 이고 그 합은 7

15. 이차방정식 $(1-i)x^2 + (-3+i)x + 2 = 0$ 의 해는 $x = a$ 또는 $x = p+qi$ 이다. 이 때, $a+p+q$ 의 값을 구하여라. (단, a, p, q 는 실수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(1-i)x^2 + (-3+i)x + 2 = 0$ 의 양변에 $1+i$ 를 곱하면
 $(1+i)(1-i)x^2 + (1+i)(-3+i)x + 2(1+i) = 0$
 $2x^2 - 2(2+i)x + 2(1+i) = 0$
 $x^2 - (2+i)x + 1+i = 0$
 $(x-1)\{x-(1+i)\} = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = 1+i$
 $\therefore a+p+q = 3$

16. $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} &x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ 에서 근과 계수의 관계에 의해} \\ &\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3 \\ &(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta) \\ &= \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta \\ &= (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta \\ &= 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9 \end{aligned}$$

17. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (a-1)x + a+1 = 0$ 의 두 근이 정수가 되도록 하는 정수 a 값들의 곱은?

- ① -7 ② -4 ③ -1 ④ 2 ⑤ 5

해설

$$\alpha + \beta = 1 - a, \quad \alpha\beta = a + 1$$

$$a\beta - 1 = 1 - \alpha - \beta$$

$$a\beta + \alpha + \beta = 2$$

$$\text{즉, } (\alpha + 1)(\beta + 1) = 3$$

$$\therefore (\alpha, \beta) = (0, 2), (2, 0), (-2, -4), (-4, -2)$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } 7$$

18. $x^2 - 3x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + 1, \beta^2 + 1$ 을 두 근으로 하는 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 + x + 25 = 0$

② $x^2 - 3x + 15 = 0$

③ $x^2 - x + 25 = 0$

④ $x^2 + 2x + 13 = 0$

⑤ $x^2 - 2x + 13 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 5$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 10 = -1$$

$$(\alpha^2 + 1) + (\beta^2 + 1) = -1 + 2 = 1$$

$$(\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1) = (\alpha\beta)^2 + (\alpha^2 + \beta^2) + 1$$

$$= 25 - 1 + 1 = 25$$

$$\therefore x^2 - x + 25 = 0$$

19. 다음 x 의 이차방정식의 두 실근의 절댓값이 같고, 부호가 다르게 실수 m 의 값을 정하면?

$$3(x-1)(x-m) - x(7-m^2) = 18 - m^2$$

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

두 근의 절댓값이 같고 부호가 다를 조건은

$$\alpha + \beta = 0, \alpha\beta < 0$$

준식을 x 에 관해서 정리하면,

$$3x^2 + (m^2 - 3m - 10)x + m^2 + 3m - 18 = 0$$

$$\text{따라서, } \alpha + \beta = \frac{-(m^2 - 3m - 10)}{3} = 0,$$

$$\text{즉 } m^2 - 3m - 10 = 0$$

$$(m-5)(m+2) = 0 \quad \therefore m = 5, -2 \quad \dots\dots \textcircled{A}$$

$$\alpha\beta = \frac{m^2 + 3m - 18}{3} < 0, m^2 + 3m - 18 < 0$$

$$(m-3)(m+6) < 0 \quad \therefore -6 < m < 3 \quad \dots\dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 의 공통범위에 의해 $m = -2$

20. 방정식 $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{4}$ 의 해를 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

양변에 12를 곱하면 $4(x+2) - 6 = 3(2x+1)$
이항하여 정리하면 $4x - 6x = 3 - 8 + 6$, $-2x = 1$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$

21. 방정식 $|x + 5| = 1$ 를 만족하는 x 의 값들의 합은?

- ① -9 ② -10 ③ -11 ④ -12 ⑤ -13

해설

$$\begin{aligned} |x + 5| &= 1 \\ \Rightarrow x + 5 &= 1 \text{ 또는 } x + 5 = -1 \\ \therefore x &= -4 \text{ 또는 } x = -6 \end{aligned}$$

22. $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 3$

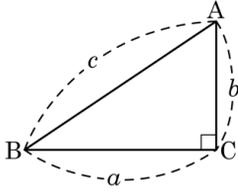
해설

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 1 \times 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

23. □ 안에 알맞은 문자를 순서대로 바르게 적은 것은?

다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다. 이때 '피타고라스 정리' 에 의해 $\square^2 + \square^2 = \square^2$ 가 성립한다.



- ① a, b, c ② a, c, b ③ b, c, a ④ c, b, a ⑤ c, a, b

해설

$$a^2 + b^2 = c^2$$

24. 다음 안에 알맞은 수를 써넣어라.

세 변의 길이가 5, 12, 13 인 삼각형은 $5^2 + 12^2 = 13^2$ 이므로
빗변의 길이가 인 직각삼각형이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

세 변의 길이가 각각 a, b, c 인 $\triangle ABC$ 에서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 이
삼각형은 c 를 빗변의 길이로 하는 직각삼각형이다.
따라서 $a = 5, b = 12, c = 13$ 해당하므로 13 을 빗변의 길이로
하는 직각삼각형이다.

25. 세 변의 길이가 각각 $x+1$, $x-1$, $x+3$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되게 하려고 할 때, 만족하는 x 값의 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

삼각형의 세 변은 모두 양수이어야 하므로 가장 작은 변인 $x-1$ 이 양수이어야 한다.

$$x-1 > 0, x > 1$$

$$(x+3)^2 = (x+1)^2 + (x-1)^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2x + 1 + x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$x = -1 \text{ 또는 } 7$$

$x > 1$ 이므로 $x = 7$ 이다.