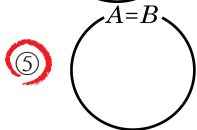
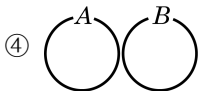
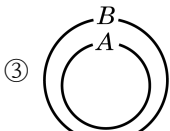
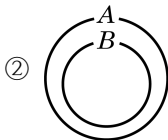
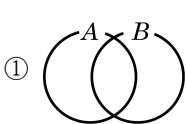


1. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{5\text{보다 작은 자연수}\}$ 사이의 포함 관계를 벤 다이어그램으로 옳게 나타낸 것은?



해설

$$B = \{5\text{보다 작은 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\} = A$$

2. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같다. 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면,

$A = \{2, 4, 6, 8, \dots\} = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\} = B$ 이다. 따라서 $a = 2$ 이다.

3. 다음 중 집합 $\{a, b, c\}$ 의 진부분집합이 아닌 것은?

① $\emptyset$

② $\{c\}$

③ $\{c, b, a\}$

④ $\{a, b\}$

⑤ $\{b, c\}$

해설

$\{a, b, c\}$ 의 진부분집합은 $\{a, b, c\}$ 의 부분집합 중 $\{a, b, c\}$ 를 제외한 나머지 부분집합이다.

따라서 ③은 진부분집합이 아니다.

4. $A = \{ a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \}$ 에서 $a_1 \in X$, $a_2 \in X$, $a_5 \notin X$ 를 만족시키는 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

a_1, a_2 는 속해있고 a_5 는 속해있지 않은 A 의 부분집합은 $\{a_3, a_4, a_6\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^{6-2-1} = 2^3 = 8$ (개)

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 4, 5, 7, 8\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 5, 7\}$

해설

$$A \cap B = \{2, 4, 8\} \text{ 이므로 } A - B = \{1, 5, 7\}$$

6. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 이므로
원소의 개수 $n(A \cup B) = 6$ 이다.

7. 두 집합 $A = \{a - 3, 4, 6\}$, $B = \{5, b + 2, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5, 6\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A \cap B = \{5, 6\}$ 이므로

$5 \in A$ 이므로 $a - 3 = 5 \quad \therefore a = 8$

$6 \in B$ 이므로 $b + 2 = 6 \quad \therefore b = 4$

$\therefore a - b = 8 - 4 = 4$

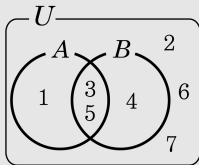
8. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{1, 3, 4, 5\})^c = \{2, 6, 7\}$ 이므로 원소의 합은 $2 + 6 + 7 = 15$ 이다.



9. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여, $(A - B)^c - B$ 를 간단히 한 것을 다음 중 고르면?

① $(A \cup B)^c$

② $(A \cup B)$

③ $A \cap B^c$

④ $A^c \cup B$

⑤ $A^c \cup B^c$

해설

$$\begin{aligned}(A - B)^c - B &= (A \cap B^c)^c \cap B^c = (A^c \cup B) \cap B^c = (A^c \cap B^c) \cup (B \cap B^c) \\ &= (A \cup B)^c \cup \emptyset = (A \cup B)^c\end{aligned}$$

10. 전체 집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 의 부분 집합 $A = \{2, 6\}$, $B = \{6, 8, 10\}$, $C = \{6, 10, 12\}$ 일 때, $(A \cup B) \cap C^c$ 은?

① $\{2\}$

② $\{8\}$

③ $\{2, 8\}$

④ $\{2, 8, 10\}$

⑤ $\{2, 10, 12\}$

해설

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap C^c &= (A \cup B) - C \\ &= \{2, 6, 8, 10\} - \{6, 10, 12\} \\ &= \{2, 8\} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

11. 명제 ‘이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑지 않다.’의 대우는?

- ① 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑다.
- ② 이번 일요일에 날씨가 맑지 않으면, 그날 체육 대회는 열리지 않는다.
- ③ 이번 일요일에 날씨가 맑으면, 그날 체육 대회는 열린다.
- ④ 이번 일요일에 체육 대회가 열리지 않으면, 그날 날씨는 맑다.
- ⑤ 이번 일요일에 체육 대회가 열리면, 그날 날씨는 맑지 않다.

해설

명제 $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 이다.

12. 두 함수 $f(x) = 3x - 5$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(2)$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\therefore (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(1) = 2$$

13. 집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 두 조건이 성립한다.

$$\textcircled{\neg} (A \cap B) \cup (A - B) = A \cup B$$

$$\textcircled{\sqsubset} (A \cup B) \cup (B - A) = U$$

이 때, 다음 중 반드시 참인 것은?

$$\textcircled{1} A = \emptyset$$

$$\textcircled{2} B = \emptyset$$

$$\textcircled{3} A = B$$

$$\textcircled{4} A = U$$

$$\textcircled{5} B = U$$

해설

$\textcircled{\neg}$ 의 좌변을 정리하면

$$(A \cap B) \cup (A - B) = (A \cap B) \cup (A \cap B^c)$$

$$= A \cap (B \cup B^c) = A \cap U = A$$

$$\therefore A = A \cup B \cdots \textcircled{\cancel{7}}$$

$\textcircled{\sqsubset}$ 에서 $B - A \subset A \cup B$ 이므로 좌변을 정리하면 $A \cup B$ 이 된다.

$$\therefore A \cup B = U \cdots \textcircled{4}$$

$\textcircled{\cancel{7}}$ 과 $\textcircled{4}$ 에 따라 $A = A \cup B = U$ 가 된다.

14. 석훈이네 아파트 한 동에는 전체 350 가구가 살고 있다. 이 중에서 우유를 배달시키는 집은 250가구, 요구르트를 배달시키는 집은 160가구, 우유나 요구르트를 배달시키는 집은 310가구 일 때, 요구르트만 배달시키는 가구 수를 구하여라.



답:

가구



정답: 60 가구

해설

우유를 배달시키는 집의 집합을 A , 요구르트를 배달시키는 집의 집합을 B 라 하자.

$$n(U) = 350, \quad n(A) = 250, \quad n(B) = 160, \quad n(A \cup B) = 310$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$310 = 250 + 160 - n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 100$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 160 - 100 = 60$$

15. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 ‘반드시 참이다’라고 말할 수 없는 명제는?

① $q \rightarrow r$

② $p \rightarrow r$

③ $\sim p \rightarrow \sim r$

④ $\sim r \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

$$p \rightarrow q \leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p \quad \sim r \rightarrow \sim q \leftrightarrow q \rightarrow r \quad p \rightarrow q, q \rightarrow r$$

이므로

$$p \rightarrow r \leftrightarrow r \rightarrow \sim p$$

16. 다음 보기 중 $a^2 + b^2 \neq 0$ 과 동치인 것을 모두 고르면? (단, a, b 는 실수)

㉠ $a^2 + b^2 = 0$

㉡ $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$

㉢ $ab \neq 0$

㉣ $a + b \neq 0$ 이고 $ab = 0$

㉤ $a^2 + b^2 > 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉤

해설

$a^2 + b^2 \neq 0$ 은 a, b 중 적어도 하나는 0이 아니므로 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이다.

㉠ $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이다.

㉢ $ab \neq 0$ 이면 $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이다.

㉣ $a + b \neq 0$ 이고 $ab = 0$ 이면 a, b 둘 중에 하나는 0이 아니다.

㉤ $a^2 + b^2 > 0$ 이면 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이다. 따라서 $a^2 + b^2 \neq 0$ 과 동치인 것은 ㉡, ㉤이다.

17. $x \geq a$ 가 $x^2 - 4 < 0$ 의 필요조건이 되게 하는 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 - 4 < 0$ 에서 $-2 < x < 2$ 이므로 $x \geq a$ 가 $-2 < x < 2$ 의 필요조건이 되기 위해서는 $a \leq -2$ 이어야 한다. 따라서, a 의 최댓값은 -2 이다.

18. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때,

부등식 $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} \geq \square$ 가 항상 성립한다. $\square$ 안에 알맞은
최댓값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

a, b, c 가 모두 양수이므로

$$a + b \geq 2\sqrt{ab}, b + c \geq 2\sqrt{bc}, c + a \geq 2\sqrt{ca}$$

따라서

$$\begin{aligned}\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} &\geq \frac{2\sqrt{ab} \cdot 2\sqrt{bc} \cdot 2\sqrt{ca}}{abc} \\ &= \frac{8abc}{abc} = 8\end{aligned}$$

19. 자연수 n 을 $n = 2^p \cdot k$ (p 는 음이 아닌 정수, k 는 홀수)로 나타낼 때, $f(n) = p$ 라 하자. 예를 들면, $f(12) = 2$ 이다. 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면 ?

보기

- ㉠ n 이 홀수이면 $f(n) = 0$ 이다.
 ㉡ $f(8) < f(24)$ 이다.
 ㉢ $f(n) = 3$ 인 자연수 n 은 무한히 많다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$n = 2^p \cdot k$ 에서

㉠ n 이 홀수이면, k 가 홀수이므로 2^p 이 홀수

$\therefore p = 0$ 즉, $f(n) = 0$

㉡ $f(8) = f(2^3 \cdot 1) = 3$, $f(24) = f(2^3 \cdot 3) = 3$

$\therefore f(8) = f(24)$

㉢ $f(n) = 3$ 에서 $n = 2^3 \cdot k$

홀수 k 는 무수히 많으므로 n 도 무수히 많다.

20. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 중 일대일 대응의 개수는 (가) 이고, 항등함수의 개수는 (나) 이며 상수함수의 개수는 (다) 이다. 이때, (가)~(다)에 알맞은 수를 순서대로 적은 것은?

① 6, 3, 3

② 6, 3, 1

③ 6, 1, 3

④ 27, 3, 1

⑤ 27, 1, 3

해설

(i) 일대일 대응 $f: X \rightarrow X$ 라 하면

$f(-1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $-1, 0, 1$ 중 하나이므로 3개

$f(0)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(-1)$ 의 값을 제외한 2개

$f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(-1), f(0)$ 의 값을 제외한 1개이다.

따라서, 일대일 대응의 개수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (개)

(ii) 항등함수 $f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1$ 의 1개

(iii) 상수함수 : $x \in X$ 일 때

$f(x) = -1$ 또는 $f(x) = 0$ 또는 $f(x) = 1$ 의 3개

따라서, (가), (나), (다)에 알맞은 수는 차례로 6, 1, 3이다.

21. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \text{는 유리수}) \\ 1-x & (x \text{는 무리수}) \end{cases} \quad \text{일 때, } (f \circ f)(x) \text{는 무엇인가?}$$

① $-x$

② $1-x$

③ $2x-3$

④ x

⑤ $x+2$

해설

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \text{는 유리수}) \\ 1-x & (x \text{는 무리수}) \end{cases}$$

$$(f \circ f)(x) = f(f(x))$$

(i) x 가 유리수일 때, $f(f(x)) = f(x) = x$

(ii) x 가 무리수이면 $1-x$ 도 무리수이므로,

$$f(f(x)) = f(1-x) = 1-(1-x) = x$$

(i), (ii)에 의해서 $f(f(x)) = x$

22. 집합 $A = \{x \mid x > 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 $f \circ g$ 가 $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$, $g(x) = \sqrt{2x-1}$ 일 때, $(f \circ (g \circ f)^{-1})(3)$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(f \circ (g \circ f)^{-1}) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1}) = g^{-1}$$

$\therefore g^{-1}(3) = k$ 라 하면

$$g(k) = 3$$

$$\Rightarrow \sqrt{2k-1} = 3 \Rightarrow k = 5$$

23. 실수 전체에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x) = 3x + 2$, $g(x) = x + 2$ 일 때, $(f^{-1} \circ g)(3) + (g^{-1} \circ f)(1)$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$(f^{-1} \circ g)(3) + (g^{-1} \circ f)(1) = f^{-1}(5) + g^{-1}(5)$$

$$f^{-1}(5) = k \text{ 이면 } f(k) = 5, g^{-1}(5) = X \text{ 이면 } g(X) = 5$$

$$\Rightarrow k = 1, X = 3$$

$$\Rightarrow (\text{준식}) = 1 + 3 = 4$$

24. $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = 2|x - 1| + x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, 상수 M, m 의 합 $M + m$ 의 값은?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 5

해설

$y = 2|x - 1| + x$ 에서

(i) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2x - 2 + x = 3x - 2$

(ii) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) + x = -x + 2$ 이므로

$0 \leq x \leq 3$ 에서 $y = 2|x - 1| + x$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최댓값 7, $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 가지므로

$$M + m = 7 + 1 = 8$$

25. 두 함수 $y = |x - 1|$, $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ 의 그래프의 교점의 개수를 구하면?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① 1 개

② 2 개

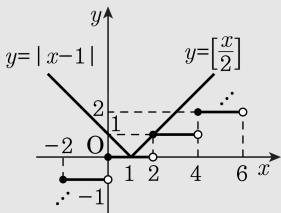
③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$y = |x - 1|$ 과 $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서, $y = |x - 1|$ 과 $y = \left[\frac{x}{2}\right]$ 의 그래프의 교점의 개수는 2 개이다.