

1. $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 $P = \{p | p = a + b, a \in A, b \in B\}$, $Q = \{q | q = ab, a \in A, b \in B\}$ 일 때, 집합 $P \cap Q$ 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4개

해설

집합 P 는 집합 A 의 원소와 집합 B 의 원소끼리 더한 것을 원소로 하고, 집합 Q 는 집합 A 의 원소와 집합 B 의 원소끼리 곱한 것을 원소로 한다. 두 집합의 원소를 구하면 $P = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 이므로 $P \cap Q = \{0, 1, 2, 3\}$ 따라서 집합 $P \cap Q$ 의 원소의 개수는 4개이다.

2. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 각각 공집합이 아닐 때, 항상 서로 소인 두 집합끼리 짝지은 것은?

① A 와 $A \cap B$

② $A - B$ 와 $A \cup B$

③ $A \cap B$ 와 $A \cup B$

④ $A^c \cap B$ 와 B

⑤ $A \cup B^c$ 와 $B - A$

해설

$B^c \cup A$ 은 $(B - A)^c$ 을 나타내는 것과 같으므로, 서로소인 집합이 된다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$, $A = \{2, 3, 5\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 반드시 포함해야 하는 원소는?
- ① 1, 4 ② 1, 3, 5 ③ 2, 3, 5
- ④ 2, 3, 4, 5 ⑤ 1, 2, 3, 4, 5

해설

집합 $A = \{2, 3, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 집합 B 는 원소 1, 4를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

4. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 15\text{미만의 소수}\}$, $B = \{11, 13, a, a+1\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 일 때, a 의 값을 모두 구하면?

- ① 2 ② 5 ③ 6 ④ 9 ⑤ 10

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$, $A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$ 이므로 $6 \in B$

(i) $a = 6$ 일 때,

$B = \{6, 7, 11, 13\}$

$A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$

(ii) $a + 1 = 6$ 일 때,

$a = 5$ 이므로 $B = \{5, 6, 11, 13\}$

$A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11, 13\}$

따라서 $a = 5$ 이다.

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B$ 와 집합 B 가 다음과 같을 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?

$A \cup B = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x|x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$

- ① {1, 4, 8}
- ② { $x|x$ 는 5보다 큰 2의 배수}
- ③ { $x|x$ 는 10보다 작은 4의 배수}
- ④ { $x|x$ 는 8의 약수}
- ⑤ { $x|x$ 는 12의 약수}

해설

집합 $B = \{1, 2\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로
집합 A 는 원소 4, 8 을 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.
⑤ { $x|x$ 는 12의 약수} = {1, 2, 3, 4, 6, 12} $\not\subset$ {1, 2, 4, 8}

7. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 미만의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 3, 5, 6, 7, 11\}$ 에 대하여 $n((A - B)^c)$ 은?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \cdots, 10, 11\}$$
$$A - B = \{4, 8, 10\}$$
$$(A - B)^c = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 11\}$$
$$\therefore n((A - B)^c) = 8$$

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 $\{(A - B) \cup (A \cap B)\} \cap B = B$ 를 만족할 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $A \subset B$
- ② $A = B$
- ③ $A^c \subset B^c$
- ④ $A \cap B = \emptyset$
- ⑤ $A \cup B = U$

해설

$$\begin{aligned} & \{(A \cap B^c) \cup (A \cap B)\} \cap B \\ &= \{A \cap (B^c \cup B)\} \cap B \\ &= (A \cap U) \cap B = A \cap B = B \end{aligned}$$

즉, $B \subset A$ 이다.
따라서 $A^c \subset B^c$ 역시 성립한다.

10. 두 집합 $A = \{1, 4, 6, 7, a\}$, $B = \{2, 3, b, b+3\}$ 에 대하여 $A - B = \{1, 5, 6\}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

집합 A 에서 $a = 5$ 이고,

$A \cap B = \{4, 7\}$ 이므로

(i) $b + 3 = 4$ 일 때, $b = 1$ 이므로

$B = \{1, 2, 3, 4\} \Rightarrow A \cap B = \{1, 4\}$ (×)

(ii) $b = 4$ 일 때,

$B = \{2, 3, 4, 7\} \Rightarrow A \cap B = \{4, 7\}$ (○)

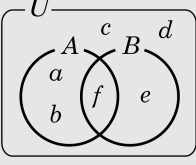
$\therefore a + b = 5 + 4 = 9$

11. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{a, b\}, B - A = \{e\}, A^c \cap B^c = \{c, d\}$ 일 때, 집합 A^c 은?

- ① $\{b\}$
- ② $\{e\}$
- ③ $\{b, e\}$
- ④ $\{c, d\}$
- ⑤ $\{c, d, e\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A^c = \{c, d, e\}$ 이다.



12. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족하는 집합 X 의 개수는?

I. $A \cap X = X$ II. $(A - B) \cup X = X$

- ① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이고 $(A - B) \subset X \subset A$ 이다.
따라서 $\{2, 4, 6\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로
집합 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

13. $A = \{1, 2\}$, $B = \{x + y \mid x \in A, y \in A\}$, $C = \{xy \mid x \in A, y \in A\}$ 일 때, 집합 $A \cup (B - C)$ 의 부분집합의 개수를 구하면?

① 3 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

$$B = \{2, 3, 4\}, C = \{1, 2, 4\}$$

$$\therefore B - C = \{3\}$$

$$\therefore A \cup (B - C) = \{1, 2, 3\} \text{ 부분집합의 개수는 } 2^3 = 8 \text{ (개)이다.}$$

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A^c \cap B^c)$ 을 간단히 하면?

① A

② B

③ $\emptyset$

④ U

⑤ $A \cup B$

해설

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A^c \cap B^c) &= (A \cup B) \cap (A \cup B)^c \\ &= (A \cup B) - (A \cup B) = \emptyset\end{aligned}$$

15. 두 집합 $A = \{1, 2\}$, $B = \left\{x \mid \frac{a}{3} \leq x \leq \frac{a}{2} + 1\right\}$ 에 대하여 $A - B = \{2\}$ 일 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < 2$

② $a \leq 3$

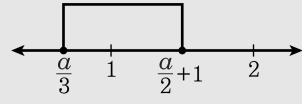
③ $a < 3$

④ $0 \leq a < 2$

⑤ $0 < a \leq 2$

해설

$A - B = \{2\}$ 이므로 $1 \in B$, $2 \notin B$



따라서 $\frac{a}{3} \leq 1$, $1 \leq \frac{a}{2} + 1 < 2$ 이므로 $0 \leq a < 2$

16. 자연수 k 의 양의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A_4 \subset A_2$

② $A_4 \cup A_6 = A_{12}$

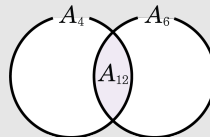
③ $A_2 \cap A_3 = A_6$

④ $(A_2 \cap A_3) \subset (A_3 \cup A_4)$

⑤ $A_3 \cap A_5 = A_{15}$

해설

$A_4 \cap A_6 = A_{12}$, $A_4 \cup A_6 \neq A_{12}$



17. 전체 집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cap B^c) \cup A^c$ 로 나타내기로 할 때, 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$)

- ① $A * A = A^c$ ② $A * B = B * A$ ③ $A * U = A^c$
 ④ $A * \emptyset = U$ ⑤ $A * A^c = \emptyset$

해설

$A * B = (A \cap B^c) \cup A^c = (A \cup A^c) \cap (B^c \cup A^c) = U \cap (A \cap B)^c = (A \cap B)^c$
 즉, $A * B = (A \cap B)^c$ 를 나타낸다. 이에 따라 각각 연산을 해보면
 ① $A * A = (A \cap A)^c = A^c$
 ② $A * B = (A \cap B)^c = (B \cap A)^c = B * A$
 ③ $A * U = (A \cap U)^c = A^c$
 ④ $A * \emptyset = (A \cap \emptyset)^c = \emptyset^c = U$
 ⑤ $A * A^c = (A \cap A^c)^c = \emptyset^c = U$
 $\therefore$ ⑤가 옳지 않다.

18. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $C = \{3, 4, 7\}$ 일 때, $(A \cup B) \cap C^c$ 은?

① $\{1\}$

② $\{1, 2\}$

③ $\{1, 6\}$

④ $\{1, 2, 6\}$

⑤ $\{1, 2, 5, 6\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로
 $(A \cup B) \cap C^c = (A \cup B) - C$
 $= \{1, 2, 3, 5, 6\} - \{3, 4, 7\}$
 $= \{1, 2, 5, 6\}$ 이다.

19. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 연산 $\odot$ 를 $A \odot B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$ 로 정의할 때, $n((A \odot B) \odot (A \odot C))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 14, 15\}$
 $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 $C = \{3, 6, 9, 12, 15\}$
 $A \odot B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$
 $\quad = (A - B) \cup (B - A)$ 이므로
 $A \odot B = \{8, 10, 14\} \cup \{1, 3\}$
 $A \odot C = \{2, 4, 8, 10, 14\} \cup \{3, 9, 15\}$
 $\therefore (A \odot B) \odot (A \odot C)$
 $= \{1, 3, 8, 10, 14\} \odot \{2, 3, 4, 8, 9, 10, 14, 15\}$
 $= \{1\} \cup \{2, 4, 9, 15\}$
 $\therefore n((A \odot B) \odot (A \odot C)) = 5$

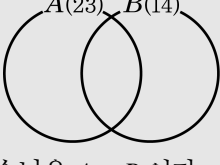
20. 어느 편의점에서는 햄 샌드위치와 치즈 샌드위치 두 종류를 판매한다. 어느 날 판매량을 살펴보니 총 30 명의 손님이 샌드위치를 사갔는데, 23 명의 손님이 햄 샌드위치를 사갔고, 14 명의 손님이 치즈 샌드위치를 사갔다. 샌드위치를 하나만 사간 손님은 모두 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 명

▶ 정답 : 23 명

해설

햄 샌드위치를 산 손님의 집합을 A , 치즈 샌드위치를 산 손님의 집합을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램에 그리면 다음과 같다.



햄 샌드위치와 치즈 샌드위치를 모두 사간 손님은 $A \cap B$ 이다.

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 23 + 14 - 30 \\ &= 7 \end{aligned}$$

샌드위치를 하나만 사간 손님의 수는

$$n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B)) \text{ 이다.}$$

$$n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$$

$$= (23 - 7) + (14 - 7) = 16 + 7 = 23$$

따라서 샌드위치를 하나만 사간 손님은 23 명이다.

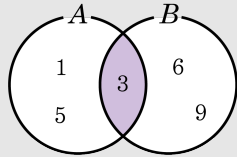
21. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$, $A \cap B = \{3\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 9\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{3, 6, 9\}$

해설

$A = \{1, 3, 5\}$ 이고, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{3, 6, 9\}$ 이다.

22. $a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5$ 를 만족하는 자연수 $a_k (k = 1, 2, \dots, 5)$ 를 원소로 하는 집합 A 와 집합 $B = \{a_1^2, a_2^2, a_3^2, a_4^2, a_5^2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{a_1, a_4\}$ 이고 $a_1 + a_4 = 10$ 이다. $A \cup B$ 의 원소의 합이 224 일 때, $a_2 + a_3 + a_5 + a_2^2 + a_3^2 + a_5^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 142

해설

$A \cap B = \{a_1, a_4\}$ 에서 a_1, a_4 모두 제곱수이고, 두 수의 합이 10 이므로 $a_1 = 1, a_4 = 9$

9 가 집합 B 의 원소이므로 집합 A 의 원소 중에는 3 이 포함되고, 또 9 가 집합 A 의 원소이므로 집합 B 의 원소 중에는 81 이 포함 된다. 또, a_5 가 a_4 보다 크지만 a_5 가 10 보다 커지면 합집합이 224 보다 커지므로 a_5 는 10 이 되고, 차례로 대입하면 $a_3 = 4$ 가 된다.

$$A = \{1, 3, 4, 9, 10\}$$

$$B = \{1, 9, 16, 81, 100\}$$

$$\therefore a_2 + a_3 + a_5 + a_2^2 + a_3^2 + a_5^2 = 3 + 4 + 10 + 9 + 16 + 100 = 142$$

23. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 일 때, 집합 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 이므로 남은 원소는 2, 5 이므로 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

24. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, B 에 대하여 집합 $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = \{1, 2, 9\}$ 를 만족하는 집합 B 는?

- ① $\{2, 3, 4\}$
- ② $\{3, 4, 5\}$
- ③ $\{3, 4, 5, 6\}$
- ④ $\{3, 4, 5, 7\}$
- ⑤ $\{3, 4, 5, 9\}$

해설

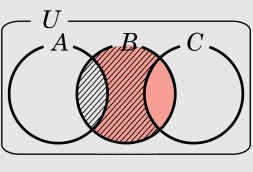
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $(A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{3, 4, 5\}$ 이다.
따라서 집합 $B = \{3, 4, 5, 9\}$ 이다.

25. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset C^c$ 이고 $n(B) = 5, n(B - A) = 4, n(B - C) = 3$ 이다. 이 때, 집합 $B - (A \cup C)$ 의 원소의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 없다.

해설

$A \subset C^c \Leftrightarrow A \cap C = \emptyset$ 이므로 다음
벤 다이어그램에서 붉게 색칠한 부분은
집합 $B - A$ 를 나타내고 빗금이 있는 부
분은 집합 $B - C$ 를 나타내고 둘 다 있는
부분은 집합 $B - (A \cup C)$ 를 나타낸다.



$$\begin{aligned} n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) = 4 \therefore n(A \cap B) = 1 \\ n(B - C) &= n(B) - n(B \cap C) = 3 \therefore n(B \cap C) = 2 \\ \text{즉, } B - (A \cup C) &= n(B) - n(A \cap B) - n(B \cap C) = 5 - 1 - 2 = 2 \end{aligned}$$