

1. 다음 보기 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 큰 컴퓨터들의 모임
- ㉡ 10보다 큰 자연수들의 모임
- ㉢ MP3를 많이 가진 학생들의 모임
- ㉣ 게임을 잘하는 학생들의 모임
- ㉤ 0과 1 사이에 있는 자연수의 모임
- ㉥ 우리 반에서 PMP를 가진 학생들의 모임

① ㉡, ㉣

② ㉢, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

- ㉠ '큰'이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉡ '많이'라는 단어는 명확한 기준이 없으므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ '잘하는'이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉤ 0과 1 사이에는 자연수가 존재하지 않는다. 즉, 원소가 하나도 없는 집합을 의미한다. 그러므로 집합이다.

2. 다음 보기 중 집합이 아닌 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 8월에 태어난 학생의 모임
- ㉡ 달리기를 잘하는 학생의 모임
- ㉢ 외떡잎 식물의 모임
- ㉣ 키우기 좋은 동물의 모임
- ㉤ 우리 회사에서 여동생이 있는 사람의 모임
- ㉥ 위인의 모임
- ㉦ 10보다 큰 11의 배수
- ㉧ 강남구 소속 주민의 모임

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉣

③ ㉢, ㉣, ㉤

④ ㉡, ㉣, ㉧

⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

- ㉡ ‘잘하는’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉥ ‘위인’이라는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

3. 자연수의 두 집합 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합 C 는 집합 A 와 집합 B 에 속하는 원소를 곱한 것들의 집합이다. 집합 C 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\{2, 3, 4, 6, 8\}$

해설

집합 C 는 집합 A 와 집합 B 에 속하는 원소를 곱한 것들의 집합이다.

집합 집합 B^A	1	2
2	2	4
3	3	6
4	4	8

4. 2의 배수의 집합을 A , 3의 배수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $2 \in A, 1 \in B$ ② $3 \in A, 3 \notin B$ ③ $5 \notin A, 5 \in B$
④ $6 \in A, 6 \in B$ ⑤ $9 \notin A, 9 \notin B$

해설

집합 A 의 원소는 2, 4, 6, 8, ... 이고
집합 B 의 원소는 3, 6, 9, 12, ... 이다.
따라서 $6 \in A, 6 \in B$ 이다.

5. 다음은 두 학생 갑과 을 사이의 집합에 관한 논쟁 중에서 그 일부를 적은 것이다.

갑 : 우리가 생각할 수 있는 집합들 전체의 집합을 S 라 하자.
 그러면 S 는 S 자신을 원소로 갖는다. (㉠) 그렇지?
 을 : 그건 말도 안돼. 그런 게 어디 있냐?
 갑 : 좋아. 그 러 면 자기 자신을 원소로 갖지 않는 집합들 전체의 집합 (㉡) 은 어떠냐?

위의 논쟁에서 밑줄 친 부분 (㉠), (㉡) 에 대한 수학적 표현으로 적절한 것은?

- ① $S \in S, \{A|A \notin A, A \text{는 집합}\}$
- ② $S \in S, \{A|A \notin A, A \text{는 집합}\}$
- ③ $S \in S, \{A|A \in A, A \text{는 집합}\}$
- ④ $S \subset S, \{A|A \notin A, A \text{는 집합}\}$
- ⑤ $S \subset S, \{A|A \subset A, A \text{는 집합}\}$

해설

(㉠) S 는 S 자신을 원소로 갖는다 $\rightarrow S \in S$
 (㉡) 자기 자신을 원소로 갖지 않는 집합들 전체의 집합 $\rightarrow \{A|A \notin A, A \text{는 집합}\}$
 [참고] 러셀의 패러독스를 표현한 내용이다. 러셀은 이것을 ‘이 발사의 예화’를 통해 설명했다.

6. 다음 중 집합의 원소가 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{0\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 3 \times x = 0 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 11 < x < 12 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } x \leq 1 \text{인 자연수}\}$

해설

- ① $\{0\}$
- ② $\{1\}$
- ⑤ $\{1\}$

7. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $n(\{2\}) < n(\{3\})$

② $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ 이면 $n(A) - n(B) = 3$ 이다.

③ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$ 이다.

④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 10$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

해설

① $n(\{2\}) = n(\{3\}) = 1$

② $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ 이면 $n(A) - n(B) = 3 - 2 = 1$ 이다.

④ $n(\{50\}) - n(\{40\}) = 1 - 1 = 0$

⑤ $A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 $n(A) = n(B) = 4$

8. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $A = \{\emptyset\}$ 일 때, $n(A) = 1$

② $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 0$

③ $C = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(C) = 4$

④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = c$

⑤ $n(\{0, 1, 2\}) = 3$

해설

② 집합 $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 1$

④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 3 - 2 = 1$

9. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12\text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 중 A, B, C 사이의 포함 관계로 옳은 것은?

① $A \subset B$

② $A \subset C$

③ $B \subset C$

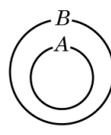
④ $B \subset A$

⑤ $C \subset B$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{4, 8, 12, \dots\}$
이므로 $B \subset A$ 인 관계이며, A 와 C , B 와 C 사이에는 아무런 포함 관계가 없다.

10. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 집합 A 와 B 의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, \square 안에 알맞은 자연수의 개수는?



- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A \subset B$ 이므로 \square 의 수는 6의 약수이면 된다. 따라서 1, 2, 3, 6이므로 4개이다.

11. 집합 $A = \{1, 2, \emptyset, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\{1, 2\} \subset A$ ② $\emptyset \subset A$ ③ $\{\emptyset, 2\} \subset A$
④ $A \subset A$ ⑤ $\{\emptyset, \{1, 2\}\} \not\subset A$

해설

$\{\emptyset, \{1, 2\}\} \subset A$ 이다.

12. 집합 $A = \{3, 5, 7\}$ 의 부분집합을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{\emptyset\}$ ② $\{3, 4, 5\}$ ③ $\{3\}$
④ $\{\{7\}\}$ ⑤ $\{3, 5, 7\}$

해설

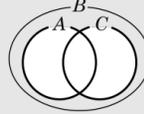
집합 A 의 부분집합 : $\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}$

13. 세 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ② $A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
- ③ $A \subset B, C \subset B$ 이면 $B \subset (A \cup C)$ 이다.
- ④ $A \subset B, A \subset C$ 이면 $A \subset (B \cap C)$ 이다.
- ⑤ $A \subset B, C \subset B$ 이면 $A \subset (B \cup C)$ 이다.

해설

③번을 벤다이어그램으로 나타내면, 거짓임을 알 수 있다.



14. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) = a$, 집합 A 의 부분집합의 개수를 b 개라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$ 이므로 $a = n(A) = 4$ 이다.

$b = (A \text{의 부분집합의 개수}) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

$\therefore a + b = 4 + 16 = 20$

15. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서 짝수 중 8의 약수는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합을 골라라.

㉠ $\{2, 4, 6, 8\}$

㉡ $\{2, 3, 4, 8\}$

㉢ $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

㉣ $\{2, 4, 6, 8, 9\}$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이고 이 중에서 짝수인 8의 약수는 2, 4, 8이며, 홀수는 1, 3, 5, 7, 9이다. ㉡은 3이 포함되어 있고 ㉣은 9가 포함되어 있으므로 조건에 맞지 않는다.

17. 두 집합 $A = \{\gamma, \iota, \varsigma, \rho\}$, $B = \{\iota, \varsigma, \rho, \mu\}$ 에 대하여 두 집합 A, B 의 부분집합이 되는 집합의 개수는?

- ① 0 개 ② 2 개 ③ 4 개 ④ 6 개 ⑤ 8 개

해설

집합 A 의 부분집합도 되고, 집합 B 의 부분집합도 되는 집합의 개수는 $\{\iota, \varsigma, \rho\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2^3 = 8$ (개)

20. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $(A - B) \cup X = X$, $A \cup X = A$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 8개 ⑤ 32개

해설

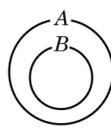
$$(A - B) \cup X = X, \quad \therefore \{1, 2, 3\} \subset X$$

$$A \cup X = A, \quad \therefore X \subset A$$

X 는 1, 2, 3을 반드시 원소로 갖는 A 의 부분집합이다.

$$\therefore 2^2 = 4(\text{개})$$

21. 두 집합 A, B 사이의 관계가 다음 벤 다이어그램과 같고, 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2\text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 수를 모두 고르면?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$
 $\{4, 8, 12, \dots\} \subset A$
 $\{8, 16, 24, \dots\} \subset A$
 $\{10, 20, 30, \dots\} \subset A$
 따라서 ①, ③이다.

22. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 64 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \subset B \subset C$ 가 동시에 성립하기 위한 \square 의 값을 모두 구하면?

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$ 집합 A 를 포함하면서 집합 C 에 포함되는 집합이 되려면 \square 는 64의 약수 중 8의 배수여야 한다. 따라서 $\square = 8, 16, 32, 64$

23. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 의 관계가 되는 경우를 모두 고른 것은?

보기

㉠ $A = B$	㉡ $A = C$	㉢ $B = C$
㉣ $B \subset A$	㉤ $C \subset A$	㉥ $C \subset B$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉣, ㉥

해설

- ㉡ $A = C$ 면 $A \subset C, C \subset A$ 이므로, $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.
 ㉤ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $C \subset A$ 일 때 $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

24. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것은?

- ① $A = B, B = C$ 이면 $A = C$ 이다.
- ② $A \supset B, B = C$ 이면 $A \supset C$ 이다.
- ③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ④ $A \supset B, B \supset C, C \supset A$ 이면 $A = C$ 이다.
- ⑤ $n(A) < n(B) < n(C)$ 이면 $A \subset B \subset C$ 이다.

해설

⑤ 예를 들어 $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4, 5\}, C = \{6, 7, 8, 9\}$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이지만 $A \subset B \subset C$ 는 아니다.

25. 자연수로 이루어진 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 $n-1$ 과, n 을 포함하지 않은 부분집합의 개수가 64 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로
 $2^{n-2} = 64 = 2^6$ 이다.

$$\therefore n-2 = 6, n = 8$$