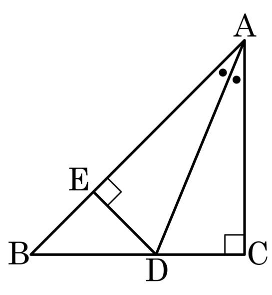
1. $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형에 꼭짓점 A 의 이등분선이 밑변 BC 와 만나는 점을 D , D 에서 빗변AB 에 수선을 그어 만나는 점을 E 라 할 때, 다음 중 올바른 것을 모두 고르면?

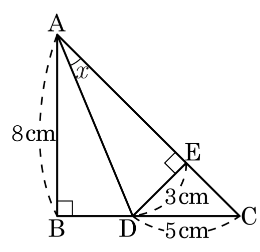


① $\overline{BD} = \overline{CD}$
② $\triangle ADC \equiv \triangle ADE$
③ $\overline{AC} + \overline{CD} = \overline{AB}$
④ $\angle ADE = 67.5°$
⑤ 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 내심

해설

$\triangle AED \equiv \triangle ACD$(RHA합동)
$\triangle EBD$ 는 이등변 삼각형이므로
$\overline{EB} = \overline{ED}$ 이고 $\triangle AED \equiv \triangle ACD$(RHA합동) 이므로 $\overline{CD} = \overline{ED}$
따라서 $\overline{EB} = \overline{ED} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \angle ADE = 180° - (90° + 22.5°) = 67.5°$
③ $\overline{AC} + \overline{CD} = \overline{AE} + \overline{EB} = \overline{AB}$

2. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 에서 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 하면 $\overline{DE} = 3\,cm$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기를 구하여라.



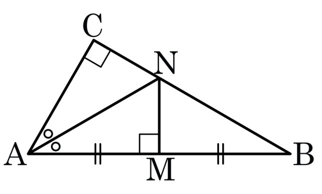
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}^{\circ}$

▷ 정답 : 22.5°

해설

$\overline{AB} = \overline{CB}$, $\overline{BD} = \overline{BC} - \overline{CD} = \overline{AB} - \overline{CD} = 8 - 5 = 3(\,cm)$
$\overline{BD} = \overline{DE}$ 이므로, $\triangle ADB \equiv \triangle ADE$ 이다.
$\therefore$ $\angle DAB = \angle DAE$ 이고 $\triangle ABC$ 는 직각 이등변 삼각형이므로 $\angle BAC = 45^{\circ}$ 이다.
$\therefore \angle x = 45^{\circ} \times \frac{1}{2} = 22.5^{\circ}$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\angle$A 의 이등분선과 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 수직이등분선이 $\overline{\mathrm{BC}}$ 위의 점 N 에서 만날 때, $\angle$ANB 의 크기를 구하면?

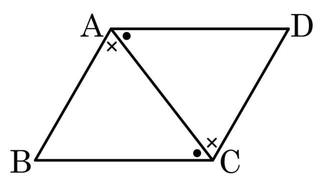


① 110° ② 120° ③ 130° ④ 140° ⑤ 150°

해설

$\triangle$AMN 과 $\triangle$ACN 은 합동이 되고 또한 $\triangle$ANM 과 $\triangle$BNM 도 합동이 된다. $\angle \mathrm{A} = 2\angle a$ 라 하면 $\angle \mathrm{ABC} = \angle a$ 이므로 $2\angle a + \angle a = 90 \rightarrow \angle a = 30°$ 이다.
따라서 $\angle$B 와 $\angle$BAN 은 30° 이므로 $\angle$ANB 는 120° 가 된다.

4. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 나타내는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳은 것은?



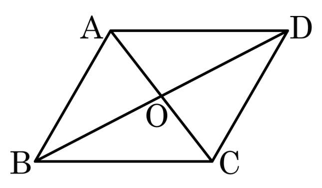
□ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
점 A와 점 C를 이으면 △ABC와 △CDA 에서 $\boxed{\text{ㄱ}}$은 공통 ⋯㉠
$\overline{AB} // \boxed{\text{ㄴ}}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$ ⋯㉡
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄷ}} = \angle DAC$ ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$
($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
$\therefore \boxed{\text{ㅁ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\overline{CD}$　② ㄴ : $\overline{BC}$　③ ㄷ : $\angle BAC$
④ ㄹ : SSS　⑤ ㅁ : $\angle A$

해설

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이기 위해서 점 A와 점 C를 이으면 △ABC 와 △CDA 에서
$\overline{AC}$ 는 공통이고,
$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle DAC$ 이므로
$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동)이다.

5. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



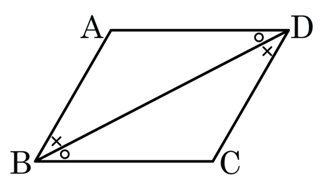
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$
[증명] △OAD와 △OCB에서 $\boxed{\text{ㄴ}} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,/\!/\, \boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ ($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$

① ㄱ : $\overline{BO}$ ② ㄴ : $\overline{CD}$ ③ ㄷ : $\overline{BC}$
④ ㄹ : 엇각 ⑤ ㅁ : ASA

해설

②에서 $\overline{BC} = \overline{AD} \neq \overline{CD}$이다.

6. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



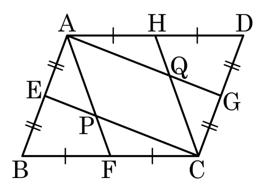
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) ⋯㉠
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \boxed{}$ (엇각) ⋯㉡
$\boxed{}$ 는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ ($\boxed{}$ 합동) $\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS
② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS
③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA
④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA
⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

△ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),
$\overline{DB}$ 는 공통 이므로 $\triangle ABD = \triangle CDB$ (ASA 합동)이다.

7. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고 $\overline{\mathrm{AF}}$ 와 $\overline{\mathrm{CE}}$ 의 교점을 P , $\overline{\mathrm{AG}}$ 와 $\overline{\mathrm{CH}}$ 의 교점을 Q 라 할 때, 다음 중 □APCQ 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{EB}}$, $\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{CB}}$

② $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CH}}$, $\overline{\mathrm{AH}} // \overline{\mathrm{FC}}$

③ $\overline{\mathrm{AB}} // \overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{PC}}$

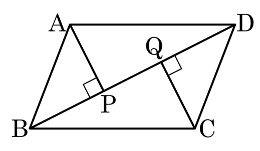
④ $\overline{\mathrm{AP}} // \overline{\mathrm{QC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} // \overline{\mathrm{PC}}$

⑤ $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{QC}}$, $\overline{\mathrm{AQ}} = \overline{\mathrm{PC}}$

해설

$\overline{\mathrm{AE}} // \overline{\mathrm{CG}}$, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CG}}$ 이므로
□AECG 는 평행사변형
$\therefore \overline{\mathrm{AG}} // \overline{\mathrm{EC}}$, 즉 $\overline{\mathrm{AQ}} // \overline{\mathrm{PC}} \cdots$ ①
$\overline{\mathrm{AH}} // \overline{\mathrm{FC}}$, $\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{FC}}$ 이므로
□AFCH 는 평행사변형
$\therefore \overline{\mathrm{AF}} // \overline{\mathrm{CH}}$, 즉 $\overline{\mathrm{AP}} // \overline{\mathrm{QC}} \cdots$ ②
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □APCQ 는 평행사변형이다.

8. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

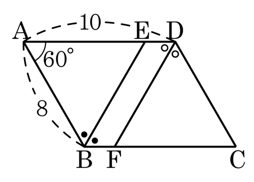


① $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$
② $\overline{AP} = \overline{PC}$
③ $\overline{AP} = \overline{CQ}$
④ $\overline{AP} \,/\!/\, \overline{QC}$
⑤ $\overline{BQ} = \overline{DP}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle APB = \angle CQD = 90°$
$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)
$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$(RHA 합동)
$\therefore \overline{AP} = \overline{CQ} \cdots\cdots$ ①
또 $\overline{AP} \perp \overline{BD}$, $\overline{CQ} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AP} \,/\!/\, \overline{CQ} \cdots\cdots$ ②
①, ②에서 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같으므로 □APCQ 는 평행사변형이다.
따라서 $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{BP} + \overline{PQ} = \overline{DQ} + \overline{PQ} = \overline{DP}$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, $\square BEDF$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\angle EBF = \angle BEA (\because$ 엇각$)$

따라서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이고 세 각의 크기가 모두 $60°$ 이므로 정삼각형이다.

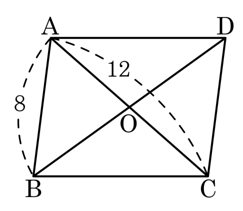
따라서 $\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 10 - 8 = 2$ 이다.

$\overline{BE} = \overline{AB} = 8$ 이므로

$\square BEDF$ 는 평행사변형이다.

$\therefore \square BEDF$ 의 둘레의 길이는 $2 \times (8 + 2) = 20$ 이다.

10. $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 12$ 인 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 직사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\overline{CD} = 8$

② $\angle A + \angle D = 180°$

③ $\overline{BD} = 12$

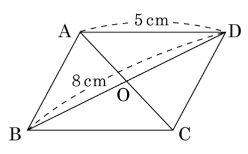
④ $\angle A = 90°$

⑤ $\angle AOD = 90°$

해설

한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이 되므로 $\angle A = 90°$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 직사각형이 되도록 하는 조건을 보기에서 모두 골라라. (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.)



보기

㉠ $\overline{CD} = 5\text{cm}$	㉡ $\overline{OB} = 4\text{cm}$
㉢ $\angle C = 90°$	㉣ $\overline{AC} = 8\text{cm}$
㉤ $\angle A + \angle B = 180°$	㉥ $\angle AOD = 90°$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

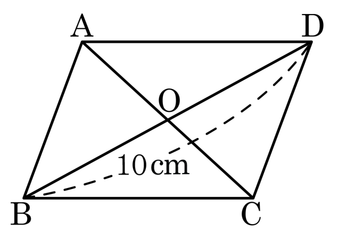
해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건

두 대각선의 길이가 서로 같다. → $\overline{AC} = 8\text{cm}$

한 내각이 직각이다. → $\angle C = 90°$

12. 다음 그림은 $\overline{BD} = 10\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 이다. 평행사변형 ABCD 가 직사각형이 되도록 하는 $\overline{OA}$ 의 길이는? (단, O 는 대각선의 교점이다.)



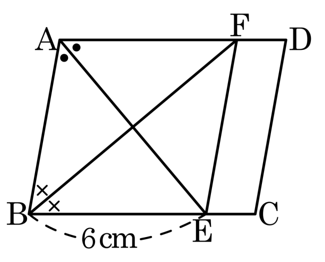
① 2cm ② 5cm ③ 7cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건은 두 대각선의 길이가 서로 같아야 한다.

따라서 $\overline{BD} = \overline{AC} = 10\text{cm}$, $\overline{OA} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{cm}$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 □ABCD 가 평행사변형이고, ∠A, ∠B 의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, □ABEF 의 둘레의 길이는?

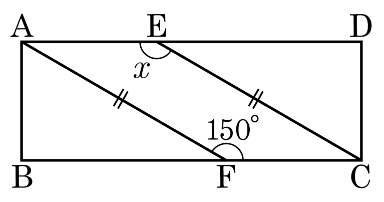


① 12cm ② 18cm ③ 24cm ④ 30cm ⑤ 36cm

해설

대각선이 내각의 이등분선이 되는 사각형은 마름모이다.
따라서 □ABEF 의 둘레는 $6 \times 4 = 24(\mathrm{cm})$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 변 AD, BC 위에 $\overline{AF} = \overline{EC}$, $\angle AFC = 150°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

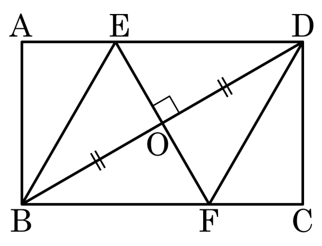


▶ 답: ______ °

▷ 정답: 150°

해설
□AFGE는 평행사변형이고, 두 대각의 크기는 같으므로 $x = 150°$ 이다.

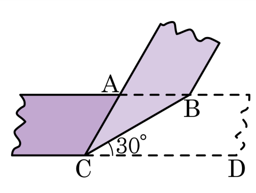
15. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 대각선 BD 의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 는 어떤 사각형인가?



① 직사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설
마름모의 두 대각선은 서로 수직 이등분한다.
따라서 □EBFD 는 마름모이다.

16. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 30°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.

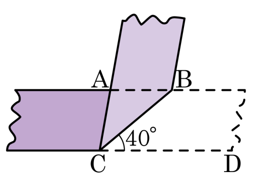


① $100°$　② $110°$　③ $120°$
④ $130°$　⑤ $140°$

해설

$\angle BCD = \angle BCA = 30°$
$\angle BCD = \angle ABC = 30°$ (엇각)
$\angle BAC = 180° - 60° = 120°$

17. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 40°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 100°

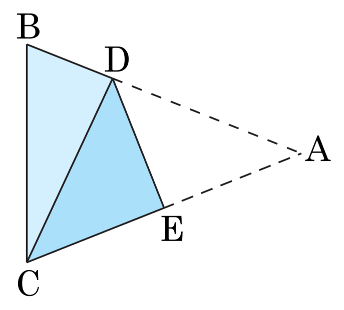
해설

$\angle BCD = \angle BCA = 40°$

$\angle BCD = \angle ABC = 40°$ (엇각)

$\angle BAC = 180° - 80° = 100°$

18. 다음 그림은 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 를 점 A 가 점 C 에 오도록 접은 것이다. $\angle DCB = 25°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______ °

▷ 정답: $\frac{130}{3}$ °

해설

$\angle A = \angle x$ 라 하면

$\angle DCE = \angle A = \angle x$

$\angle B = \angle C = \angle x + 25°$

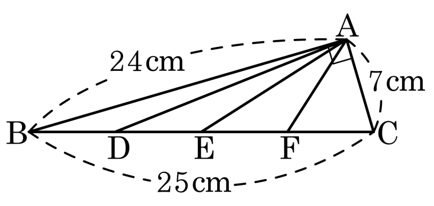
$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로

$\angle x + 2(\angle x + 25°) = 180°$

$3\angle x = 130°$, $\angle x = \frac{130°}{3}$

$\therefore\ \angle A = \frac{130°}{3}$

19. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12.5 cm

해설

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \frac{25}{2} = 12.5\,(\text{cm})$

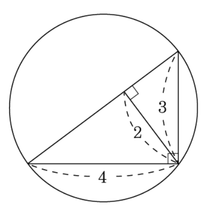
20. 어떤 직각삼각형 ABC 의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \mathrm{cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle$ABC 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\mathrm{cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm 이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm 이다.

21. 다음 그림은 어떤 직각삼각형의 외접원을 그리고 각각의 변의 길이를 나타낸 것이다. 이 외접원의 넓이를 구하여라.



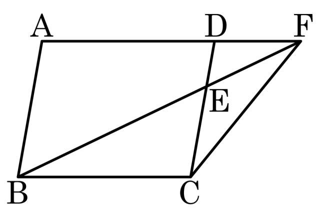
▶ 답 :

▷ 정답 : 9π

해설

직각삼각형의 빗변의 길이를 x라 하면
직각삼각형의 넓이에서
$\frac{1}{2}\times4\times3=\frac{1}{2}\times x\times2$
$\therefore\ x=6$이다.
따라서 반지름의 길이는 3이므로
외접원의 넓이는 $\pi\times3^2=9\pi$이다.

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{DE} : \overline{EC} = 1 : 2$일 때, $\triangle ADE + \triangle FEC$의 값은 평행사변형 ABCD의 넓이의 몇 배인가?



① $\frac{1}{2}$ 배　② $\frac{1}{3}$ 배　③ $\frac{1}{5}$ 배
④ $\frac{1}{7}$ 배　⑤ $\frac{1}{10}$ 배

해설

$\triangle ADE$와 $\triangle BCE$는 높이는 같고 밑변이 $1 : 2$이므로 $\triangle ADE : \triangle BCE = 1 : 2$

$\triangle ADE = \triangle ACD \times \frac{1}{1+2} = \frac{1}{2}\square ABCD \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}\square ABCD$

$\triangle BCE = 2\triangle ADE = \frac{1}{3}\square ABCD$

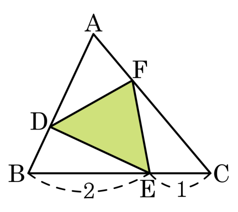
$\overline{AF} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\triangle FBC = \triangle DBC = \frac{1}{2}\square ABCD$

$\triangle FEC = \triangle FBC - \triangle BCE = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \square ABCD$

$= \frac{1}{6}\square ABCD$

$\therefore\ \triangle ADE + \triangle FEC = \frac{1}{3}\square ABCD$

23. $\triangle ABC$ 에서 점 D, E, F 는 각 변을 $2:1$ 로 내분하는 점이다. $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $\frac{8}{9}\,\text{cm}^2$ ② $\frac{32}{9}\,\text{cm}^2$ ③ $\frac{46}{9}\,\text{cm}^2$
④ $6\,\text{cm}^2$ ⑤ $8\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ADF = \frac{2}{3}\triangle FAB = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\triangle ABC\right) = \frac{2}{9}\triangle ABC$

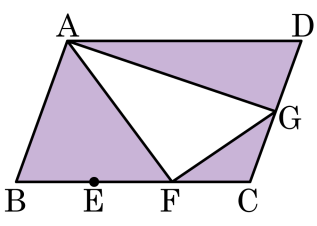
마찬가지 방법으로 $\triangle BDE = \triangle CEF = \frac{2}{9}\triangle ABC$

따라서 $\triangle DEF = \frac{1}{3}\triangle ABC$

그런데 $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 이므로 $\triangle ABC = 18\,\text{cm}^2$

$\triangle DEF = 6\,\text{cm}^2$

24. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이가 $240\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 삼등분 점을 E, F , $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점을 G 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

$\triangle\mathrm{ABF}$ 와 $\triangle\mathrm{AFC}$ 에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABF} : \triangle\mathrm{AFC} = 2:1$

$\triangle\mathrm{ABF} = \dfrac{2}{1+2} \times \triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{2} \times \square\mathrm{ABCD}$

$= 80(\mathrm{cm}^2)$

마찬가지 방법으로 $\triangle\mathrm{DFC} = \dfrac{1}{3}\triangle\mathrm{BDC}$

$\triangle\mathrm{FCG} = \dfrac{1}{2}\triangle\mathrm{DFC} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{3}\triangle\mathrm{BDC} = \dfrac{1}{12}\square\mathrm{ABCD}$

$= 20(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{AGD} = \dfrac{1}{2}\triangle\mathrm{ACD} = \dfrac{1}{4}\square\mathrm{ABCD} = 60(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \triangle\mathrm{ABF} + \triangle\mathrm{FCG} + \triangle\mathrm{AGD} = 80 + 20 + 60$

$= 160(\mathrm{cm}^2)$