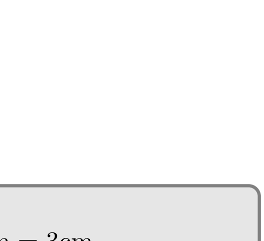
1. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}$ 가 ∠A 의 이등분선이고, 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 할 때 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

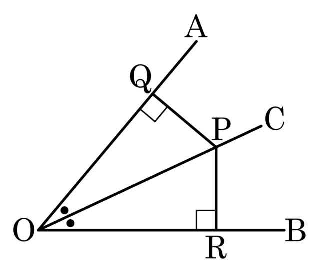
$\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{BD} = \overline{BC} - \overline{DC} = 8\text{cm} - 5\text{cm} = 3\text{cm}$

$\overline{AD}$ 는 ∠BAE 를 이등분하므로, $\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHS 합동)

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{BD}$

따라서 $\overline{DE} = 3\text{cm}$ 이다.

2. 다음 그림에서 $\angle AOB$ 의 이등분선 $\overline{OC}$ 위의 점 P 로부터 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q , R 이라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle POQ = \angle POR$ ② $\angle OQP = \angle ORP$

③ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$ ④ $\overline{PQ} = \overline{PR}$

⑤ $\overline{OQ} = \overline{OR} = \overline{OP}$

해설

점Q 와 점R 은 수선의 발을 내린 것 이므로 $\angle OQP = \angle ORP = 90°$

$\triangle POQ$ 와 $\triangle POR$ 에서

i) $\overline{OP}$ 는 공통

ii) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$

iii) $\angle QOP = \angle ROP$

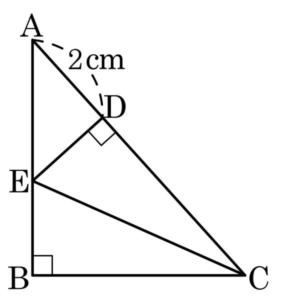
따라서 직각삼각형에서 빗변의 길이가 같고 한 내각의 크기가 같으므로

$\triangle POQ \equiv \triangle POR$(RHA합동) 이다.

합동인 삼각형의 두 대응변의 길이는 같다.

또, 합동인 삼각형의 두 대응각의 크기는 같다.

3. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = 2\text{cm}$ 이다. $\overline{EB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로

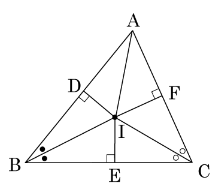
$\angle A = 45°$

$\triangle AED$ 도 직각이등변삼각형이고

$\triangle ECD \equiv \triangle ECB$ (RHS 합동) 이므로

$\therefore \overline{EB} = \overline{ED} = \overline{AD} = 2\,(\text{cm})$

4. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 증명한 것이다. ㉠ ~ ㉢에 알맞은 것을 써 넣어라.



증명) $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 I라 하면
i) $\overline{BI}$는 $\angle B$ 의 이등분선이므로
$\triangle BDI \equiv \triangle BEI \quad \therefore \overline{ID} = \overline{IE}$
ii) $\overline{CI}$는 $\angle C$ 의 (㉠) 이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI \quad \therefore \overline{IE} =$ (㉡)
iii) $\overline{ID} = \overline{IE} =$ (㉡)
iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$ 이므로 (㉢) $= \triangle FAI$
$\therefore \angle DAI = \angle FAI$
따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
따라서 $\triangle ABC$ 의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

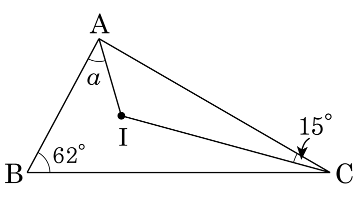
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ : 이등분선

해설

$\triangle DAI$와 $\triangle FAI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

5. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle\mathrm{ABC}$의 내심이다.
$\angle\mathrm{B} = 62^\circ$, $\angle\mathrm{ACI} = 15^\circ$일 때, $\angle a$의 크기를 구하여라.

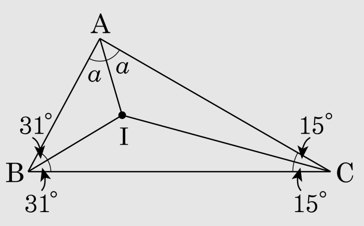


▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 44°

해설

그림과 같이 내심과 점 B를 연결하면



$\angle\mathrm{ABI} = \angle\mathrm{CBI} = \frac{1}{2} \times 62^\circ = 31^\circ$

$\angle\mathrm{ACI} = \angle\mathrm{BCI} = 15^\circ$

따라서 $\angle a + 31^\circ + 15^\circ = 90^\circ$이므로

$\angle a = 44^\circ$

6. 다음은 삼각형의 모양의 종이를 오려서 최대한 큰 원을 만들려고 할 때의 과정이다. 그 순서를 찾아 차례대로 써라.

보기

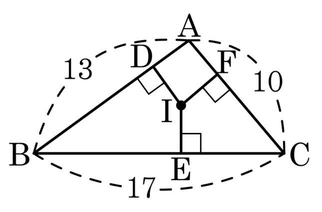
㉠ $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선의 교점을 찾아 O 라고 한다.
㉡ 점 O 를 중심으로 하고 $\overline{OA}$ 를 반지름으로 하는 원을 그린다.
㉢ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
㉣ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.
㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉤
▷ 정답 : ㉢
▷ 정답 : ㉣

해설

㉤ 세 내각의 이등분선을 찾는다.
㉢ 세 내각의 이등분선의 교점을 I 라고 한다.
㉣ 점 I 를 중심으로 하고 점 I 에서 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 오린다.

7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{CE}$의 길이는 얼마인지 구하여라.



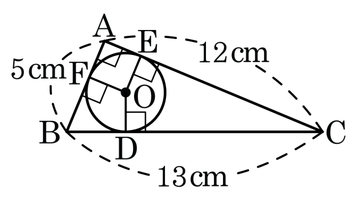
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\overline{CE} = \overline{CF} = x$라 하면 $\overline{BD} = \overline{BC} - x = 17 - x$이고, $\overline{AD} = \overline{AC} - x = 10 - x$이다.
$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD} = 13$이므로
$13 = (17 - x) + (10 - x)$
$\therefore\ x = 7$

8. $\triangle$ABC 에서 점 O 는 내접원의 중심이고 각 변의 길이가 다음과 같이 주어져있다. 이때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 0.5 cm ② 1 cm ③ 2 cm
④ 2.5 cm ⑤ 3 cm

해설

$\triangle$ABC 에서 내접원의 반지름을 r , 각 변의 길이를 $a,\ b,\ c$ 라 하면 $\triangle$ABC 의 넓이는

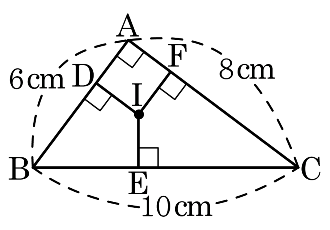
$\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2}r(a+b+c)$

이때, $\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$ 이므로 $\frac{1}{2}r(a+b+c) = 30$,

$\frac{1}{2}r(5+12+13) = 30$

따라서 $r = 2\,\mathrm{cm}$

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AD}$ 의 길이는?

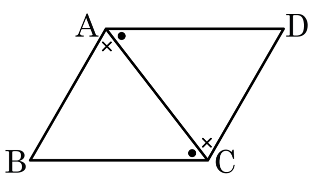


① 1.6cm ② 1.8cm ③ 2cm
④ 2.2cm ⑤ 2.5cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$라 하면
$\overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - x = 6 - x$이고,
$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{AC} - x = 8 - x$이다.
$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 10\text{cm}$이므로
$10 = (6 - x) + (8 - x)$
$\therefore\ x = 2(\text{cm})$

10. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 나타내는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳은 것은?



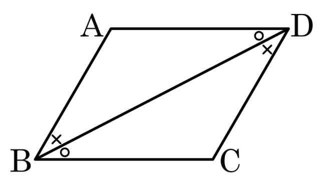
□ABCD에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$
점 A와 점 C를 이으면 △ABC와 △CDA에서 $\boxed{\quad ㄱ \quad}$은 공통 ⋯ ㉠
$\overline{AB}\,/\!/$ $\boxed{\quad ㄴ \quad}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA$ ⋯ ㉡
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\quad ㄷ \quad}$ $= \angle DAC$ ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA
($\boxed{\quad ㄹ \quad}$합동)
∴ $\boxed{\quad ㅁ \quad}$ $= \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\overline{CD}$　② ㄴ : $\overline{BC}$　③ ㄷ : $\angle BAC$
④ ㄹ : SSS　⑤ ㅁ : $\angle A$

해설

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$이기 위해서 점 A와 점 C를 이으면 △ABC와 △CDA에서
$\overline{AC}$ 는 공통이고,
$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA$
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\angle ACB = \angle DAC$이므로
△ABC ≡ △CDA (ASA 합동)이다.

11. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

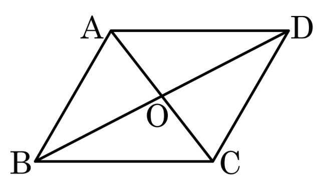


[가정] □ABCD에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \boxed{\text{ㄱ}}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$ 이므로
$\boxed{\text{ㄴ}} = \angle CDB$ (엇각) ⋯㉠
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$ 이므로
$\angle ADB = \boxed{\text{ㄷ}}$(엇각) ⋯㉡
$\boxed{\text{ㄹ}}$는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB ($\boxed{\text{ㅁ}}$합동)
$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① ㄱ : $\overline{CD}$　　② ㄴ : $\angle ABD$　　③ ㄷ : $\angle CDB$
④ ㄹ : $\overline{BD}$　　⑤ ㅁ : ASA

해설
③ $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$ 이다.

12. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



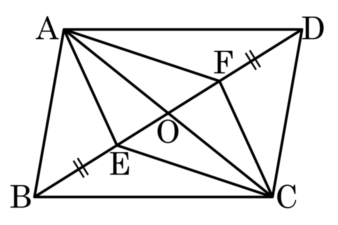
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$
[증명] △OAD 와 △OCB 에서 $\boxed{\text{ㄴ}} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} \,//\, \boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로
$\angle OAD = \angle OCB$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) ⋯ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ ($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)
$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$

① ㄱ : $\overline{BO}$ ② ㄴ : $\overline{CD}$ ③ ㄷ : $\overline{BC}$
④ ㄹ : 엇각 ⑤ ㅁ : ASA

해설

②에서 $\overline{BC} = \overline{AD} \neq \overline{CD}$ 이다.

13. 다음은 한솔중 2 학년 예지가 증명을 해 놓은 결과 중 2 곳이 지워졌다. 빈칸에 알맞은 것을 차례대로 써 넣어라.
(단, 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, 점 E, F 는 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 를 만족하는 점이다.)



[가정]□ABCD 는 평행사변형, $\overline{BE} = \overline{DF}$
[결론]□AECF 는 평행사변형
[증명]□ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \boxed{}$ (a)
가정에서 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{OE} = \boxed{}$ (b)
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로
□AECF 는 평행사변형이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{OC}$

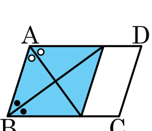
▷ 정답 : $\overline{OF}$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$
또, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이고 가정에서 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로
$\overline{OE} = \overline{OF}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.

14. 다음 □ABCD 가 평행사변형일 때, 색칠한 사각형 중 종류가 <u>다른</u> 것은?

①

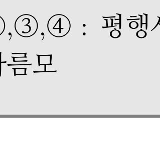


②

③

④

⑤

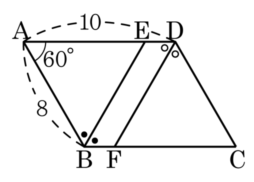


해설

①,②,③,④ : 평행사변형

⑤ 마름모

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, □BEDF 의 둘레의 길이를 구하여라.



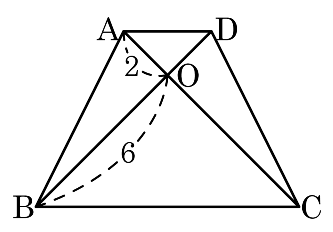
▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\angle EBF = \angle BEA (\because$ 엇각$)$
따라서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이고 세 각의 크기가 모두 $60°$ 이므로 정삼각형이다.
따라서 $\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 10 - 8 = 2$ 이다.
$\overline{BE} = \overline{AB} = 8$ 이므로
□BEDF 는 평행사변형이다.
$\therefore$ □BEDF 의 둘레의 길이는 $2 \times (8 + 2) = 20$ 이다.

16. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{BO}=6$, $\overline{AO}=2$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

해설
등변사다리꼴의 성질에 의해서
$\overline{BO}=\overline{CO}$이므로 $\overline{AC}=\overline{AO}+\overline{OC}=8$이다.

17. 다음 보기의 사각형 중 등변사다리꼴이 아닌 것은?

보기

㉠ 밑각의 크기가 같은 사다리꼴

㉡ 평행사변형

㉢ 직사각형

㉣ 마름모

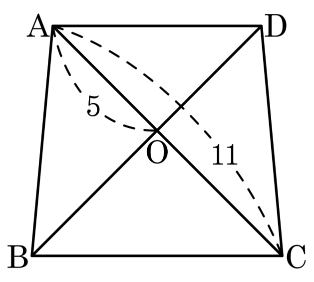
㉤ 정사각형

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉢, ㉣ ⑤ ㉢, ㉤

해설

등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
주어진 사각형 중에 밑각의 크기가 같지 않은 사각형은 평행사변형과 마름모이다.

18. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 점 O가 두 대각선의 교점일 때, $\overline{BO}$의 길이를 구하여라.



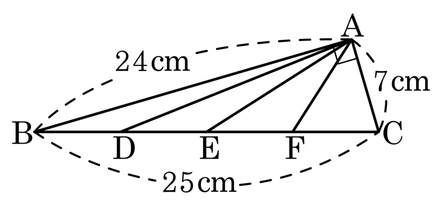
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

등변사다리꼴의 성질에 의해서
$\overline{BO} = \overline{CO}$이므로 $\overline{CO} = \overline{AC} - \overline{AO} = 6$이다.

19. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12.5 cm

해설

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \frac{25}{2} = 12.5\,(\mathrm{cm})$

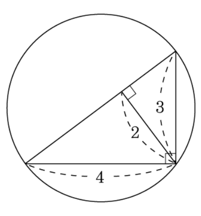
20. 어떤 직각삼각형 ABC 의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \mathrm{cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle$ABC 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\mathrm{cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm 이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm 이다.

21. 다음 그림은 어떤 직각삼각형의 외접원을 그리고 각각의 변의 길이를 나타낸 것이다. 이 외접원의 넓이를 구하여라.



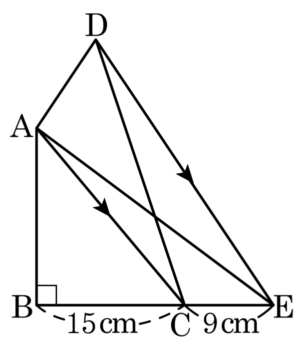
▶ 답 :

▷ 정답 : 9π

해설

직각삼각형의 빗변의 길이를 x라 하면
직각삼각형의 넓이에서
$\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = \frac{1}{2} \times x \times 2$
$\therefore\ x = 6$이다.
따라서 반지름의 길이는 3이므로
외접원의 넓이는 $\pi \times 3^2 = 9\pi$이다.

22. 다음 그림에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 이고 $\triangle ABC = 135cm^2$ 이다. $\overline{BC} = 15cm$, $\overline{CE} = 9cm$ 일 때, $\triangle ACD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

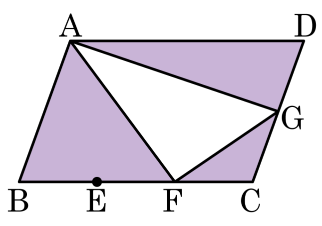
▷ 정답 : 81 cm^2

해설

$\overline{AB} = 135 \times 2 \div 15 = 18(cm)$

$\triangle ACD = \triangle ACE = \frac{1}{2} \times 9 \times 18 = 81(cm^2)$

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이가 240cm^2 이고 $\overline{BC}$ 의 삼등분점을 E, F , $\overline{CD}$ 의 중점을 G 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

$\triangle ABF$ 와 $\triangle AFC$ 에서 높이가 같고 밑변이 2 : 1 이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2 : 1$

$\triangle ABF = \dfrac{2}{1+2} \times \triangle ABC = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{2} \times \square ABCD$
$= 80(\text{cm}^2)$

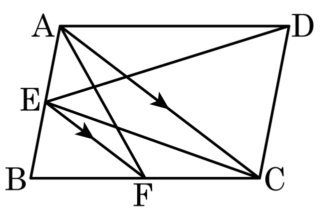
마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \dfrac{1}{3}\triangle BDC$

$\triangle FCG = \dfrac{1}{2}\triangle DFC = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{3}\triangle BDC = \dfrac{1}{12}\square ABCD$
$= 20(\text{cm}^2)$

$\triangle AGD = \dfrac{1}{2}\triangle ACD = \dfrac{1}{4}\square ABCD = 60(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABF + \triangle FCG + \triangle AGD = 80 + 20 + 60$
$= 160(\text{cm}^2)$

24. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{AC}} /\!/ \overline{\mathrm{EF}}$이고 $\triangle\mathrm{AED}$의 넓이가 $20\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle\mathrm{ACF}$의 넓이는?



① $16\mathrm{cm}^2$　② $18\mathrm{cm}^2$　③ $20\mathrm{cm}^2$　④ $22\mathrm{cm}^2$　⑤ $24\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} /\!/ \overline{\mathrm{DC}}$이므로 밑변과 높이가 같고, $\triangle\mathrm{AED} = \triangle\mathrm{ACE}$이다.
$\overline{\mathrm{AC}} /\!/ \overline{\mathrm{EF}}$ 이므로 밑변과 높이가 같고, $\triangle\mathrm{ACF} = \triangle\mathrm{ACE}$이다.
$\therefore\ \triangle\mathrm{ACF} = 20(\mathrm{cm}^2)$