

1. 다음 보기에서 이차함수인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = 2$

㉡ $y = 4x - 2$

㉢ $y = 2x(x - 1)$

㉣ $y = \frac{1}{x^2}$

㉤ $y = \frac{1}{2}(x + 1)(x - 3)$

㉥ $y = (x + 1)^2 - x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

㉣은 분수함수이고 ㉥은 정리하면 $y = 2x + 1$ 이므로 이차함수가 아니다.

2. 다음 이차함수의 그래프 중에서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{4}x^2$

② $y = -\frac{1}{4}x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

$y = kx^2$ ($k > 0$) 의 폭은 아래로 볼록하고, k 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

3. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 아래로 볼록한 그래프이다.
- ② 점 $(-2, 4)$ 을 지난다.
- ③ 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다.
- ④ $y = -x^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. 따라서 ④이 답이다.

4. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 축의 방정식이 $x = 5$ 가 되도록 하는 것은?
- ① x 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동
 - ② x 축의 방향으로 5 만큼 평행이동
 - ③ y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동
 - ④ x 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동
 - ⑤ y 축의 방향으로 -5 만큼, x 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이고, 축의 방정식은 $x = p$ 이므로 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼 평행이동하면 축의 방정식이 $x = 5$ 가 된다.

5. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 에서 $f(2) + f(0)$ 의 값은?

① 0

② -3

③ 3

④ -6

⑤ 6

해설

$$f(2) = 2^2 - 2 \times 2 - 3 = -3$$

$$f(0) = -3$$

$$\therefore -3 - 3 = -6$$

6. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, -16)$ 을 지난다고 한다. 이때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① -4 ② 4 ③ -3 ④ 3 ⑤ 0

해설

점 $(2, -16)$ 을 지나므로 이차함수식 $y = ax^2$ 에 대입하면
 $-16 = 4a, \quad a = -4$

7. $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $(0, 1)$ ② $(1, 0)$ ③ $(0, 3)$
④ $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ ⑤ $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$ 에 $(2, -1)$ 을 대입하면

$$1 = -2 + q$$

$$q = 3$$

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 이동한 그래프이므로 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

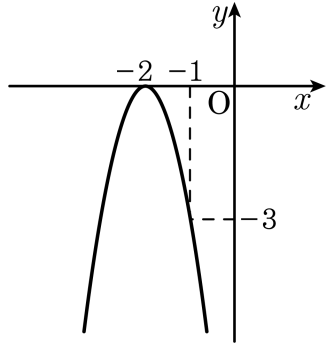
8. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x+2)^2 + 3 = 2x^2 + 8x + 11 \\ \therefore a + b + c &= 2 + 8 + 11 = 21 \end{aligned}$$

9. 다음 그림과 같은 포물선의 식으로 옳은 것은?



- ① $y = -2x^2 - 1$ ② $y = -3x^2 + 2$
③ $y = -2(x + 2)^2$ ④ $y = -3(x + 2)^2$
⑤ $y = 2(x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 한 점 $(-1, -3)$ 을 지나므로
 $y = a(x + 2)^2$ 에 $(-1, -3)$ 을 대입하면
 $-3 = a(-1 + 2)^2$
 $\therefore a = -3$
 $\therefore y = -3(x + 2)^2$

10. 이차함수 $y = (x+2)^2 + 3$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-2)^2 + 3$

② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -(x+2)^2 - 3$

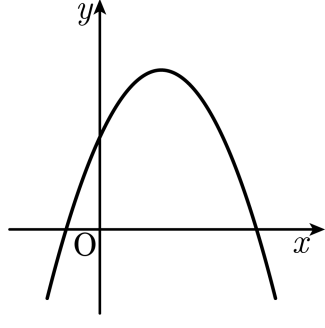
④ $y = -(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = (x+2)^2 + 3$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $y = -(x+2)^2 - 3$ 이다.

11. 다음 이차함수 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 그래프에서 다음 □에 알맞은 부등호를 써넣어라.



$apq \square 0$

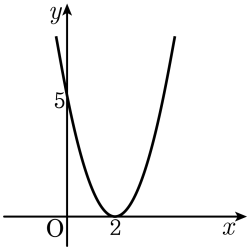
▶ 답 :

▷ 정답 : >

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$, 꼭짓점 $(-p, q)$ 가 제1 사분면에 있으므로 $p < 0, q > 0$ 이다.
따라서 $apq > 0$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이고, y 절편이 5 인 포물선의 식을 $y = a(x - p)^2$ 이라 할 때, ap 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이므로
 $y = a(x - 2)^2$ 이고, y 절편이 5 이므로

$$5 = a(0 - 2)^2, a = \frac{5}{4}$$

$$y = \frac{5}{4}(x - 2)^2$$

$$a = \frac{5}{4}, p = 2$$

$$\therefore ap = \frac{5}{2}$$

13. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

⑤ $y = x^2 + 4x - 1$

② $y = 3x^2$

④ $y = 2x^2 + 5x - 8$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

14. 다음 이차함수 중 그래프가 모든 사분면을 지나는 것을 모두 골라라.

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2$

㉡ $y = -4x^2 + 8x$

㉢ $y = -2x^2 + 4$

㉣ $y = -x^2 - 2x - 2$

㉤ $y = -5x^2 - 4x + 1$

▶ 답 :

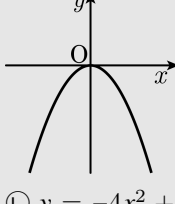
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

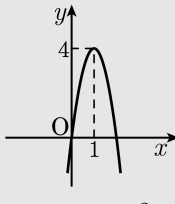
▷ 정답 : ㉤

해설

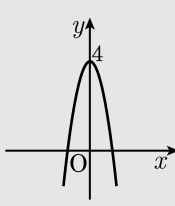
㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2$: 꼭짓점이 $(0, 0)$ 이고, y 절편은 0 인 위로 볼록한 그래프로, 제3, 4 사분면을 지난다.



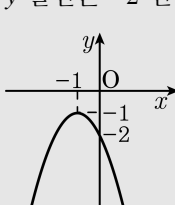
㉡ $y = -4x^2 + 8x = -4(x - 1)^2 + 4$: 꼭짓점이 $(1, 4)$ 이고, y 절편은 0 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 3, 4 사분면을 지난다.



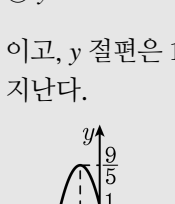
㉢ $y = -2x^2 + 4$: 꼭짓점이 $(0, 4)$ 이고, y 절편은 4 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 2, 3, 4 사분면을 지난다.



㉣ $y = -x^2 - 2x - 2 = -(x + 1)^2 - 1$: 꼭짓점이 $(-1, -1)$ 이고, y 절편은 -2 인 위로 볼록한 그래프로, 제3, 4 사분면을 지난다.



㉤ $y = -5x^2 - 4x + 1 = -5\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{9}{5}$: 꼭짓점이 $\left(-\frac{2}{5}, \frac{9}{5}\right)$ 이고, y 절편은 1 인 위로 볼록한 그래프로, 제1, 2, 3, 4 사분면을 지난다.



15. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$

② $x < -4$

③ $x < 4$

④ $x > 4$

⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4 만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$
꼭짓점이 (4, 0) 이고 위로 볼록한 그래프이므로
 $x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

16. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\&= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\&= 3(x - 2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\&= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

17. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x - 10$ 의 그래프는 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 8x - 10 \\&= -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 10 \\&= -2(x - 2)^2 + 8 - 10 \\&= -2(x - 2)^2 - 2 \\m &= 2, n = -2 \\ \therefore mn &= -4\end{aligned}$$

18. 이차함수 $y = 4x^2 + kx + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 $y = x - 1$ 의 그래프 위에 있고 $x > a$ 이면 y 의 값이 증가하고, $x < a$ 이면 y 의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, $a < 0$)

① $(-1, -1)$

② $(-1, -2)$

③ $(1, 1)$

④ $(1, 2)$

⑤ $(1, 3)$

해설

축의 방정식이 $x = a$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 a 이다.
따라서 $(a, a - 1)$ 을 지나므로 $y = 4(x - a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$ 이고 $4a^2 + a - 1 = 2$ 이다.
따라서 $(4a - 3)(a + 1) = 0$ 이므로 $a = -1(a < 0)$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, -2)$ 이다.

19. $y = ax^2 + x - 18$ 은 x 축과 두 점에서 만난다. 한 점의 좌표가 $(-2, 0)$ 일 때, 다른 한 점의 좌표는?

- ① $\left(\frac{9}{5}, 0\right)$ ② $\left(\frac{4}{5}, 0\right)$ ③ $\left(\frac{9}{2}, 0\right)$
④ $\left(\frac{7}{2}, 0\right)$ ⑤ $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$

해설

$(-2, 0)$ 을 대입하면 $4a - 2 - 18 = 0$

$a = 5$

$5x^2 + x - 18 = 0$

$(5x - 9)(x + 2) = 0$

$x = \frac{9}{5}$ 또는 $x = -2$

$\therefore \left(\frac{9}{5}, 0\right)$

20. 직선 $y = x + m$ 과 포물선 $y = x^2 + 3x + 3$ 이 한 점에서 만날 때, m 의 값을 구하면?

① -4

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 3

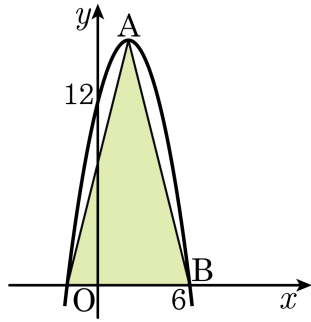
해설

$x + m = x^2 + 3x + 3$ 이 중근을 가진다.

$x^2 + 2x + 3 - m = 0$ 에서 $D/4 = 1^2 - (3 - m) = 0$

$\therefore m = 2$

21. 다음 그래프의 식은 $y = -x^2 + bx + 12$ 이다. $\triangle AOB$ 의 넓이는?



- ① 20 ② 24 ③ 26 ④ 48 ⑤ 64

해설

그래프가 $(6, 0)$ 을 지나므로 $y = -x^2 + bx + 12$ 에 $(6, 0)$ 을 대입하면

$$0 = -36 + 6b + 12$$

$$\therefore b = 4$$

$$y = -x^2 + 4x + 12$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 12$$

$$= -(x - 2)^2 + 16 \text{ 이므로 } A(2, 16)$$

$$\therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$$

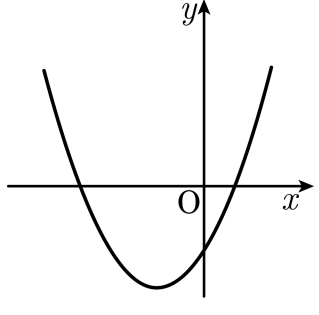
22. 이차함수 $y = -x^2 + 6x - 8$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 직선 $x = -3$ 을 축으로 한다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 1)$ 이다.
- ④ $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

- $y = -(x - 3)^2 + 1$
① 축의 방정식 $x = 3$
② $y \leq 1$
③ 꼭짓점 $(3, 1)$
⑤ x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동

23. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. abc 의 부호를 결정하여라.



▶ 답 : 0

▷ 정답 : $abc < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$,

축의 식 $-\frac{b}{2a} < 0$, $b > 0$

y 절편 $c < 0$

$a > 0$, $b > 0$, $c < 0$

$\therefore abc < 0$

24.

$a+b=1$ 이고, $a^2+b^2=-1$ 일 때, $a^{22}+b^{46}$ 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : -1



25. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - k$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x + 3$ 위에 있을 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - k \\&= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) - k \\&= \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2 - k\end{aligned}$$

꼭짓점 $(-2, -2 - k)$ 가 $y = 2x + 3$ 의 위에 있으므로 $-2 - k = -4 + 3 \quad \therefore k = -1$