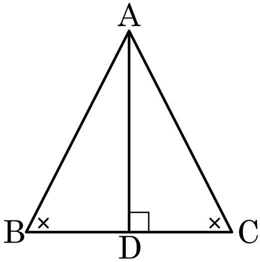
1. 다음은 '두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.' 를 보이는 과정이다.



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$,
$\angle ADB =$ $\boxed{(가)}$
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $\boxed{(나)}$° 이므로
$\angle BAD =$ $\boxed{(다)}$
$\boxed{(라)}$ 는 공통
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ ($\boxed{(마)}$ 합동) 이므로
$\angle B = \angle C$
$\therefore$ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

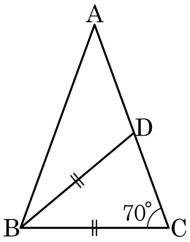
(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① (가)$\angle ADC$ ② (나)180 ③ (다)$\angle CAD$
④ (라)$\angle A$ ⑤ (마)ASA

해설

꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$,
$\angle ADB =$ ($\angle ADC$)
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 (180)° 이므로
$\angle BAD =$ ($\angle CAD$)
($\overline{AD}$) 는 공통
따라서 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

2. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{BC} = \overline{BD}$ 이고, $\angle BCD = 70^\circ$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기는?



① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

$\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BDC = 70^\circ$

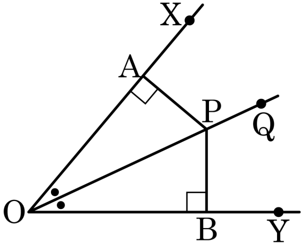
$\angle CBD = 180^\circ - 2\times 70^\circ = 40^\circ$

또 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$

따라서 $\angle ABD = 70^\circ - 40^\circ = 30^\circ$

3. 다음은 $\angle$XOY 의 이등분선 위의 한 점 P 라 하고 점 P 에서 $\overline{OX}, \overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ 임을 나타내기 위해서 이용한 합동조건은?

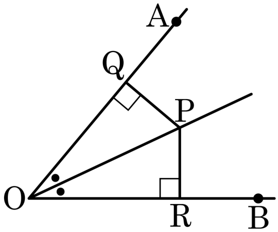


① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ AAA 합동
④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

$\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ (공통), $\angle OAP = \angle OBP = 90°$ 이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$
$\therefore$ RHA 합동

4. 다음 그림은 「한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 할 때, $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이면 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.」를 보이기 위해 그린 것이다. 다음 중 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{PQ} = \overline{PR}$
② $\overline{OP}$ 는 공통
③ $\angle PQO = \angle PRO$
④ $\angle QOP = \angle ROP$
⑤ $\triangle POQ \equiv \triangle POR$

해설

④는 옳다는 것을 보여야 할 대상이므로 필요한 조건이 아니다.
$\triangle QPO$ 와 $\triangle RPO$ 에서
ⅰ) $\overline{OP}$ 는 공통 (②)
ⅱ) $\overline{PQ} = \overline{PR}$ (가정) (①)
ⅲ) $\angle PQO = \angle PRO = 90°$ (가정) (③)
ⅰ), ⅱ), ⅲ) 에 의해 $\triangle QPO \equiv \triangle RPO$ (RHS 합동) (⑤) 이다.
합동인 도형의 대응각은 같으므로
$\angle QOP = \angle ROP$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선이다.

5. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.

② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.

③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.

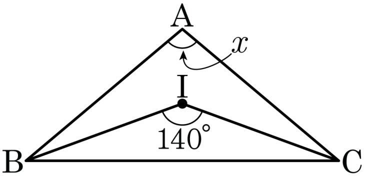
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.

⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

6. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 140°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



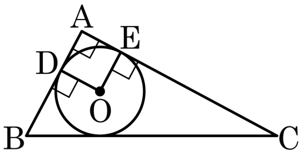
① $70°$ ② $80°$ ③ $90°$ ④ $100°$ ⑤ $110°$

해설

$90° + \frac{1}{2}\angle x = 140°$

$\therefore \angle x = 100°$

7. $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 내심이고 $\overline{AE}$ 의 길이가 3이다. $\triangle ABC = 48$ 일 때, 세 변의 길이의 합은?



① 16 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

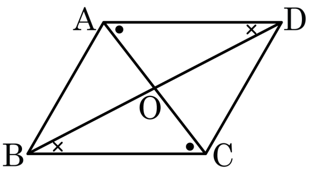
해설

세 변의 길이를 각각 a, b, c라 하면

$\overline{AE}$ 는 내접원의 반지름의 길이와 같으므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2}r(a+b+c)$ 에서

$a+b+c = 48 \times \frac{2}{3} = 32$

8. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] $\boxed{}$

[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

[증명] $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCB$ 에서

$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로

$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

① □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

② □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

③ □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

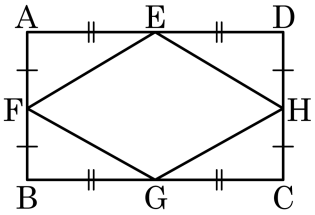
④ □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

⑤ □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{AD}$, $\overline{CD} // \overline{BC}$

해설

□ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 를 가정하여 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 를 증명하는 과정이다.

9. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle AEF \equiv \triangle BGF \equiv \triangle CGH \equiv \triangle DEH$ (SAS 합동)

$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$

따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$ 이다.

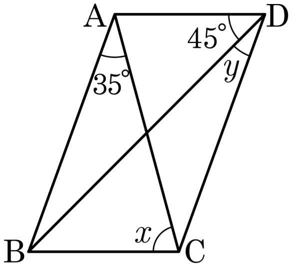
① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모

④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 마름모이다.

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{BAC} = 35^\circ$, $\angle\mathrm{ADB} = 45^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① 94° ② 98° ③ 100° ④ 104° ⑤ 108°

해설

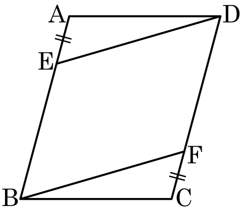
$\angle x = \angle\mathrm{DAC}$ (엇각)

□ABCD 에서 $\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{D} = 180^\circ$ 이므로

$\angle 35^\circ + \angle x + \angle 45^\circ + \angle y = 180^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 180^\circ - (35^\circ + 45^\circ) = 100^\circ$

11. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때 □BEDF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{ED} // \overline{DF}$

② $\angle EBF = \angle EDF$, $\angle BED = \angle DFB$

③ $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$

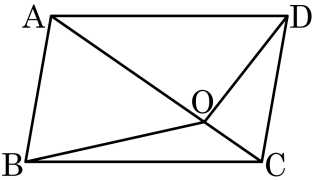
④ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\overline{BE} // \overline{DF}$, $\overline{BE} = \overline{DF}$

해설

사각형 ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AB} // \overline{CD}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$
즉 $\overline{EB} // \overline{DF}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이다.
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 사각형 BFDE 는 평행사변형이다.

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 대각선 $\overline{AC}$ 위의 점 O에 대하여 $\triangle OAD = 8\text{cm}^2$, $\triangle OCD = 3\text{cm}^2$일 때, $\triangle OAB$의 넓이를 구하면?



① 4cm^2 ② 5cm^2 ③ 6cm^2 ④ 7cm^2 ⑤ 8cm^2

해설

평행사변형의 대각선은 평행사변형의 넓이를 이등분하므로

$\triangle ABC = \triangle ACD = \triangle AOD + \triangle OCD = 11(\text{cm}^2)$이다.

$\triangle OAB = x$라고 하면

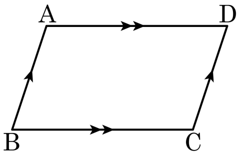
$\triangle OBC = 11 - x$

또, $\triangle OAD : \triangle OCD = \overline{OA} : \overline{OC} = \triangle OAB : \triangle OBC$에서

$8 : 3 = x : (11 - x)$, $3x = 8(11 - x)$

$\therefore\ x = 8(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 가 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 를 만족할 때, 직사각형이 되는 조건을 모두 고르면?



① $\angle A = \angle C$ 이다.

② $\angle A = \angle D$ 이다.

③ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, $\overline{AO} \perp \overline{DO}$ 이다.

④ $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다.

⑤ $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이다.

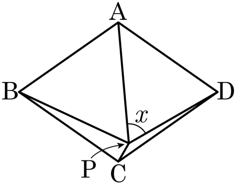
해설

한 내각이 직각인 평행사변형은 직사각형이다.

② $\angle A = \angle D = 90°$

④ $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동) 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$

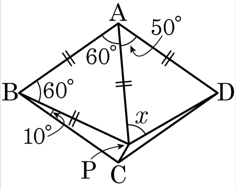
14. □ABCD 는 마름모이고 △ABP 는 정삼각형이다. ∠ABC $= 70°$ 일 때, ∠APD $= (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수는?



① 65 ② 60 ③ 55

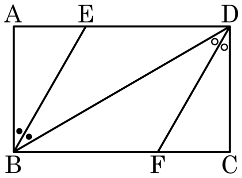
④ 50 ⑤ 45

해설



△PAD 는 이등변삼각형이므로 ∠APD $= 65°$ 이다.

15. 다음 그림의 직사각형ABCD 에서 $\overline{BD}$ 는 대각선이고, $\angle ABD$ 와 $\angle BDC$ 의 이등분선을 $\overline{BE}$, $\overline{DF}$ 라 한다. 사각형EBFD 가 마름모라면 $\angle AEB$ 의 크기는?

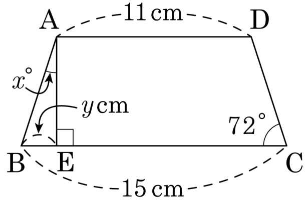


① $40°$ ② $50°$ ③ $60°$
④ $65°$ ⑤ $75°$

해설

마름모의 성질에 의하여 $\angle ADB = \angle BDF$ 이다.
$\angle D$ 가 직각인데 3 등분이 되므로
$\angle ADB$ 의 크기는 $30°$
그러므로 $\angle AEB$ 의 크기는 $60°$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 할 때, x, y의 합 $x+y$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

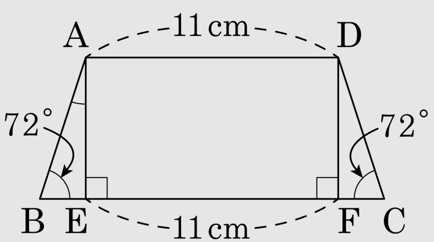
점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면

$\angle B = \angle C$이므로

$\angle B = 72°$

$x = 90° - 72° = 18°$

$\therefore\ x = 18$

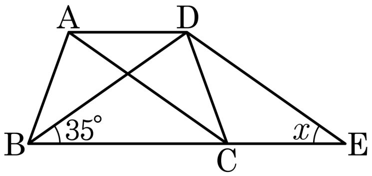


또한, $\overline{BE} = \overline{CF} = \dfrac{1}{2}(15-11) = 2(\mathrm{cm})$

$\therefore\ y = 2$

$\therefore\ x + y = 18 + 2 = 20$

17. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$, $\angle DBC = 35°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하면?



① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$는 공통

$\therefore$ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)

$\angle ACB = \angle DBC = 35°$

$\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$이므로

$\angle x = \angle ACB = 35°$ (동위각)

18. 다음은 여러 가지 사각형의 정의를 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

H : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형 V : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴 P : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형 Q : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형 R : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형 S : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형

① S는 R이다.　② S는 Q이다.　③ Q는 V이다.

④ R은 Q이다.　⑤ P는 H이다.

해설

H (사다리꼴) : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
V (등변사다리꼴) : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴
P (평행사변형) : 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
Q (직사각형) : 네 각의 크기가 모두 같은 사각형
R (마름모) : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
S (정사각형) : 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같은 사각형
④ : $R \not\subset Q$

19. 다음 ( ) 안에 들어갈 단어가 옳게 짝지어진 것은?

두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 도형은 (㉠)이고, 두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 것은 (㉡)이다.

① ㉠: 평행사변형 ㉡: 직사각형

② ㉠: 정사각형 ㉡: 직사각형

③ ㉠: 마름모 ㉡: 정사각형

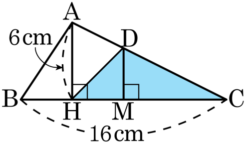
④ ㉠: 직사각형 ㉡: 정사각형

⑤ ㉠: 직사각형 ㉡: 마름모

해설

두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 도형은 직사각형이다.
두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 도형은 정사각형이다.

20. 다음 그림에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{AH} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle DHC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

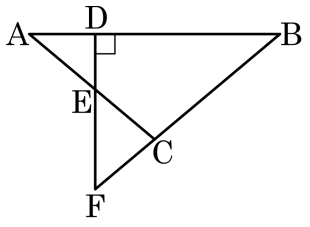
▷ 정답 : $24\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AM}$ 을 그으면 $\triangle DHM = \triangle AMD$ 이므로

$$\begin{aligned}\triangle DHC &= \triangle AMC = \frac{1}{2}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 16 \times 6 \\ &= 24\ (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

21. 다음 그림과 같이 $\angle A = \angle B$ 인 삼각형 ABC 의 변 AB 에 수직인 직선이 변 AB , 변 AC 와 변 BC 의 연장선과 만나는 점을 각각 D, E, F 라 정한다. $\overline{BF} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 2.5\text{cm}$ 일 때, 선분 EC 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2.25 cm

해설

$\angle A = \angle B$ 이면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{AC} = \overline{BC}$

$\angle A = \angle B = a$ 라 하면

$\triangle ADE$ 에서

$\angle AED = 90\,° - a$

또 $\angle CEF$ 는 $\angle AED$ 의 맞꼭지각이므로

$\angle CEF = 90\,° - a \cdots$ ㉠

또 $\triangle BDF$ 에서

$\angle FBD = a,\ \angle BDF = 90\,°$ 이므로

$\angle BFD = 90\,° - a \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이므로

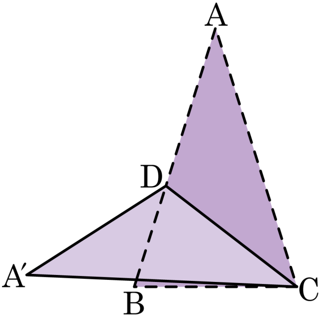
$\overline{CE} = \overline{CF} = x$ 라 하면

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $2.5 + x = 7 - x$

$\therefore\ x = 2.25\text{cm}$

따라서 선분 EC 의 길이는 2.25cm 이다.

22. 다음 그림은 $\angle A$ 를 꼭지각으로 하는 이등변삼각형을 선분 AD 와 선분 CD 의 길이가 같도록 접은 것이다. $\angle A$ 가 $35°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** __________ °

▷ **정답 :** 37.5 °

해설

$\triangle ADC$는 이등변삼각형이므로

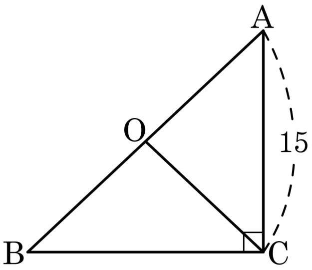
$\angle A = \angle ACD = 35°$

$\angle ACB = (180° - 35°) \div 2 = 72.5°$

$(\because\ \triangle ABC$는 이등변삼각형$)$

$\therefore\ \angle BCD = 72.5° - 35° = 37.5°$

23. 다음 그림에서 점 O는 $\angle C = 90°$인 직각삼각형의 외심이다. $\triangle AOC$의 넓이가 60일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



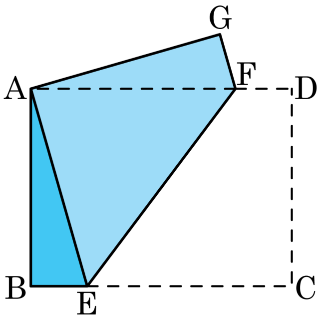
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

변 $\overline{OC}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로
$\triangle ABC$의 넓이는 $60 \times 2 = 120$이다.
높이가 15이고, 삼각형의 넓이가 120이므로
$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 15 = 120$$
$\therefore x = 16$

24. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C 가 점 A 에 겹쳐지도록 접었다.
$\angle BAE = 16°$ 일 때, $\angle AFG$, $\angle AEF$ 의 크기의 합을 구하여라.



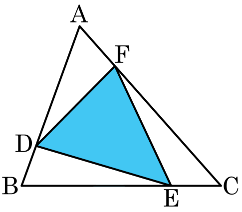
▶ 답 : °

▷ 정답 : 127°

해설

$\angle AEF = \angle FEC = \angle EFA$ 이다. $\angle GAE = 90°$ 이고, $\angle FAE = 90° - 16° = 74°$ 이므로
$\angle AEF = (180° - 74°) \div 2 = 53°$ 이다. $\triangle AFG$ 에서 $\angle AFG = 180° - 16° - 90° = 74°$ 이다.
따라서 $\angle AFG + \angle AEF = 74° + 53° = 127°$ 이다.

25. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{BE} : \overline{EC} = \overline{CF} : \overline{FA} = 3 : 1$ 이다. $\triangle ADF = 6\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $14\,\text{cm}^2$

해설

$$\triangle ADF = \frac{3}{4}\triangle ABF$$
$$= \frac{3}{4} \times \frac{1}{4}\triangle ABC$$
$$= \frac{3}{16}\triangle ABC$$

$$\triangle ABC = \frac{16}{3}\triangle ADF = \frac{16}{3} \times 6 = 32\ (\text{cm}^2)$$

마찬가지로 $\triangle DBE = \dfrac{3}{16}\triangle ABC$,

$$\triangle FEC = \frac{3}{16}\triangle ABC$$

$$\therefore\ \triangle DEF = \frac{7}{16}\triangle ABC = \frac{7}{16} \times 32 = 14\ (\text{cm}^2)$$