1. 두 양수 a, b에 대하여 다음 설명 중 틀린 것은?

① a, b의 산술 평균은 $\frac{a+b}{2}$이다.

② $\sqrt{ab}$는 a, b의 기하평균이다.

③ $a+b \geq 2\sqrt{ab}$은 절대부등식이다.

④ $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$이면 반드시 $b = \frac{1}{a}$이다.

⑤ $a + \frac{1}{a} \geq 2$는 항상 성립한다.

2. 양수 a, b에 대하여 $a^2+b^2=1$을 만족할 때, $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}$의 최솟값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. 실수 a, b, x, y에 대하여 $a^2+b^2=5, x^2+y^2=3$일 때 다음 중 $ax+by$의 값이 될 수 없는 것은?

① -1　② 0　③ 2　④ 3　⑤ 4

4. 다음은 실수 a, b 에 대하여 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 이성립함을 증명한 것이다.

> (증명) $|a+b| \geq 0, |a|+|b| \geq 0$ 이므로
> $|a+b|^2 \leq (|a|+|b|)^2$ 을 증명하면 된다.
> $(|a|+|b|)^2 - |a+b|^2$
> $= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2$
> $= a^2 + 2|ab| + b^2 - a^2 - 2ab - b^2$
> $= 2(|ab| - ab)$
> 그런데, (가) 이므로 $2(|ab| - ab) \geq 0$
> $\therefore\ |a+b|^2 \leq (|a|+|b|)^2$
> 따라서 $|a+b| \leq |a|+|b|$
> 여기서, 등호가 성립하는 경우는 (나) 일 때,
> 즉, $ab \geq 0$ 일 때이다.

위의 증명 과정에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

① $|ab| \geq ab, a = b$
② $|ab| \geq ab, |ab| = ab$
③ $|ab| \leq ab, |ab| = ab$
④ $|ab| = ab, a = 0$
⑤ $|ab| = ab, a = b$

5. x, y 가 실수일 때, 다음 중 절대부등식이 <u>아닌</u> 것을 모두 고른 것은?

㉠ $x+1>0$	㉡ $x^2+xy+y^2 \geq 0$
㉢ $\lvert x\rvert+\lvert y\rvert \geq \lvert x-y\rvert$	㉣ $\lvert x+y\rvert \geq \lvert x-y\rvert$

① ㉠　　② ㉠, ㉢　　③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

6. $x > 3$일 때 $\dfrac{3}{x-3} + 2 + 3x$의 최솟값은?

① 3 ② 5 ③ 12 ④ 15 ⑤ 17

7. 길이가 $16\,\mathrm{m}$ 인 철조망을 이용하여 마당에 직사각형 모양의 토끼장을 만들어 토끼를 기르려고 한다. 이 때, 토끼장의 넓이의 최대값은?

① $8\,\mathrm{m}^2$ ② $16\,\mathrm{m}^2$ ③ $25\,\mathrm{m}^2$ ④ $36\,\mathrm{m}^2$ ⑤ $64\,\mathrm{m}^2$

8. $x > y > 0$인 실수 $x,\ y$에 대하여 $\frac{x}{1+x},\ \frac{y}{1+y}$의 대소를 비교하면?

① $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$ ② $\frac{x}{1+x} \leq \frac{y}{1+y}$ ③ $\frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$
④ $\frac{x}{1+x} \geq \frac{y}{1+y}$ ⑤ $\frac{x}{1+x} = \frac{y}{1+y}$

9. 다음 부등식 중 성립하지 않은 것은?

① $|a|-|b| \geq |a-b|$

② $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$

③ $(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$

④ $a^2+ab+b^2 \geq 0$

⑤ $a^2+b^2+1 > 2(a+b-1)$

10. 다음은 실수 $a,\ b,\ c$ 가 모두 양수일 때, $a^3+b^3+c^3-3abc \geq 0$ 임을 보이는 과정이다. [㉮] 안에 들어갈 알맞은 식은?

$$
\begin{aligned}
&a^3+b^3+c^3-3abc \\
&=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \\
&=\frac{1}{2}(a+b+c)(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca) \\
&=\frac{1}{2}(a+b+c)(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2) \\
&=\frac{1}{2}(a+b+c)\ [㉮] \geq 0
\end{aligned}
$$

① $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$

② $(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2$

③ $(a+b)^2-(b+c)^2-(c+a)^2$

④ $(a-b)^3+(b-c)^3+(c-a)^3$

⑤ $(a-b)^2-(b-c)^2-(c-a)^2$