

1. 다음 중 명제가 아닌 것은?

① $2(x-3) = -x+5+3x$

② $x > -1$ 이면 $x > 0$ 이다.

③ x 가 실수이면 $x^2 \geq 0$ 이다.

④ $x^2 + 4x - 5 = 0$

⑤ $x = 2$ 이면 $x^3 = 8$ 이다.

해설

참인 명제 : ③, ⑤

거짓인 명제 : ①, ②

④의 경우 $x = -5$ 또는 $x = 1$ 일 때는 참이고, 그 외의 경우는 거짓이므로 명제가 아니다.

2. 다음 중 명제 ' $x + y \geq 2$ 이고 $xy \geq 1$ 이면, $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이다.' 가 거짓임을 보이는 반례는?

① $x = 1, y = \frac{1}{2}$

② $x = 100, y = \frac{1}{2}$

③ $x = 1, y = 1$

④ $x = 2, y = 4$

⑤ $x = -1, y = -5$

해설

$x + y \geq 2, xy \geq 1$ 는 만족하지만, $x \geq 1, y \geq 1$ 은 만족하지 않는 반례를 찾는다.

$\therefore x = 100, y = \frac{1}{2}$ 일 때, 거짓이다.

3. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \geq 1$ 또는 $x \leq 2$

④ $x \leq 1$ 그리고 $x \geq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은 $1 \leq x \leq 2$ 이다.

4. 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 조건 ' $x^2 - 6x + 8 = 0$ '의 진리집합은 $\{2, 3\}$ 이다.
- ② 조건 ' x 는 소수이다.'의 진리집합은 $\{1, 3, 5\}$ 이다.
- ③ 조건 ' x 는 4의 약수이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 2, 4\}$ 이다.
- ④ 조건 ' $0 \leq x < 4$ 이고 $x \neq 2$ 이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$ 이다.
- ⑤ 조건 ' x 는 6의 약수이다.'의 진리집합은 $\{1, 2, 3\}$ 이다.

해설

- ① $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ 또는 $x = 4$
 , 따라서, 진리집합은 $\{2, 4\}$
- ② 소수는 2, 3, 5 이므로 진리집합은 $\{2, 3, 5\}$
- ③ 4의 약수는 1, 2, 4 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 4\}$
- ④ $x = 0, 1, 2, 3$ 이고 $x \neq 2$ 이므로 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$
- ⑤ 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고 6의 약수는 1, 2, 3, 6 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 3, 6\}$

5. 다음 중에서 참인 명제는? (단, 문자는 실수이다.)

- ① $x^2 = 1$ 이면 $x^3 = 1$ 이다.
- ② $\sqrt{(-3)^2} = -3$
- ③ $|x| > 0$ 이면 $x > 0$ 이다.
- ④ $|x + y| = |x - y|$ 이면 $xy = 0$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

해설

- ① $x = -1$ 이면 $x^2 = 1$ 이지만 $x^3 = -1$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ② $\sqrt{(-3)^2} = |-3| = 3$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ③ $x = -2$ 이면 $|-2| = 2 > 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이므로 거짓인 명제이다.
- ④ $|x + y| = |x - y|$ 의 양변을 제곱하면 $(x + y)^2 = (x - y)^2$
 $\leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = x^2 - 2xy + y^2 \leftrightarrow xy = 0$ 따라서, 참인 명제이다.
- ⑤ 등변사다리꼴은 대각선의 길이가 같지만 직사각형은 아니다. 따라서, 거짓인 명제이다.

6. 명제 ‘ $p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다.’가 참일 때, 두 집합 $P = \{x \mid p(x)\}$, $Q = \{x \mid q(x)\}$ 사이의 관계로 다음 중 옳은 것은?

① $Q \subset P$

② $Q^c \subset P$

③ $P \subset Q^c$

④ $P \cup Q = P$

⑤ $P \subset Q$

해설

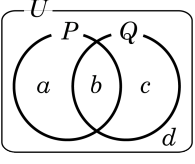
‘ $p(x)$ 이면 $q(x)$ 이다.’가 참일 때, 즉, $p \Rightarrow q$ 이면 진리집합의 포함관계는 $P \subset Q$

7. 다음 중 ‘모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.’의 부정인 명제를 고르면?
- ① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.
 - ② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.
 - ③ 모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.
 - ④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.
 - ⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) $\Rightarrow$ 어떤 ~ 아니다.
적어도 ~ 아니다.

8. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 두 집합 P, Q 사이의 포함 관계가 다음과 같을 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보여주는 원소는 무엇인가?



- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ a 와 c

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 $P \subset Q$ 가 성립해야 한다. $P \subset Q \leftrightarrow x \in P$ 이면 $x \in Q$ P 의 원소 a 에 대하여 $a \in P$ 이나 $a \notin Q$ 이므로 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

9. p_n 이 다음과 같을 때, $f(p_n) = 1$ (p_n 이 명제이면) $f(p_n) = -1$ (p_n 이 명제가 아니면) 로 정의한다. 이 때, $f(p_1) + f(p_2) + f(p_3)$ 의 값을 구하면? (단, $n = 1, 2, 3$)

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0$
 $p_2 : 16$ 의 양의 약수는 모두 짝수이다.
 $p_3 : \sqrt{3}$ 은 유리수이다.

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$f(p_n) = \begin{cases} 1 & (p_n \text{이 명제이다.}) \\ -1 & (p_n \text{이 명제가 아니다.}) \end{cases}$$

$p_1 : x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow$ 명제가 아니다. ($\because x$ 값에 따라 참 일수도 거짓일수도 있다.)

$p_2 : \text{거짓}, p_3 : \text{거짓} \rightarrow$ 모두 거짓인 명제이다.

$$\therefore f(p_1) + f(p_2) + f(p_3) = (-1) + 1 + 1 = 1$$

10. 실수 x, y 에 대하여 조건 ' $|x| + |y| = 0$ '의 부정과 같은 것은?

- ① $x = y = 0$
- ② $x = y \neq 0$
- ③ $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$
- ④ x, y 중 적어도 하나는 0 이다.
- ⑤ x, y 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

해설

$|x| + |y| = 0$ 의 부정은 $|x| + |y| \neq 0$ 이다.
따라서, $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이므로 x, y 중 적어도 하나는 0 이 아니다.

11. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 가 $A = \{x \mid f(x) = 0\}$, $B = \{x \mid g(x) = 0\}$, $C = \{x \mid h(x) = 0\}$ 일 때, 명제 ‘ $f(x) \neq 0$ 이고 $(g(x) = 0$ 또는 $h(x) = 0)$ ’의 부정의 진리집합을 A, B, C 로 나타내면?

- ① $A^c \cap (B \cup C)^c$ ② $A^c \cap (B \cap C)^c$ ③ $A \cap (B \cup C)^c$
 ④ $A \cup (B \cup C)^c$ ⑤ $A \cup (B^c \cup C^c)$

해설

명제의 동치 관계를 이용해 보자.

$$\sim [f(x) \neq 0 \text{ 이고 } (g(x) = 0 \text{ 또는 } h(x) = 0)]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = 0 \text{ 또는 } \sim [g(x) = 0 \text{ 또는 } h(x) = 0]$$

$$\Leftrightarrow f(x) \text{ 또는 } [g(x) \neq 0 \text{ 이고 } h(x) \neq 0]$$

$$\Leftrightarrow A \cup (B^c \cap C^c)$$

$$\Leftrightarrow A \cup (B \cup C)^c$$

12. 다음 중 참인 명제의 개수는?

- (가) 6의 배수는 2의 배수이다.
(나) 두 삼각형의 넓이가 같으면 합동이다.
(다) 소수는 모두 홀수이다.
(라) 평행사변형은 정사각형이다.
(마) 홀수의 집합은 덧셈에 대하여 닫혀 있다.
(바) 얼마나 아름다운 풍경인가?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- (가) 6의 배수의 집합은 2의 배수의 집합에 포함되므로 참이다.
(나) 두 삼각형의 넓이가 같아도 형태가 다를 수 있으므로 꼭 합동이 되지만은 않는다.
(다) 소수에는 2도 포함되므로 짝수도 있다.
(라) 정사각형의 집합이 평행사변형의 집합의 진부분집합이므로 거짓이다.
(마) 예를 들어 $3 + 5 = 8$ 즉, 짝수가 나오므로 닫혀있지 않다.
(바) 명제가 성립되지 않는다. ($\therefore$ 참, 거짓을 구분할 수 없다.)

13. 두 조건 p, q 의 진리집합 P, Q 에 대하여 $P \cap Q = P$ 인 관계가 성립할 때, 다음 중 항상 참인 명제인 것은?

① $p \rightarrow q$

② $p \rightarrow \sim q$

③ $q \rightarrow p$

④ $\sim p \rightarrow q$

⑤ $\sim q \rightarrow p$

해설

$P \cap Q = P \Leftrightarrow P \subset Q$ 이고, $P \subset Q$ 가 성립하면 $p \rightarrow q$ 가 참이 된다.

14. 전체집합을 $U = \{-1, 0, 1\}$ 이라 할 때, 전체집합 U 에 대하여 다음 중 참인 명제는?

- ① 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$ 이다.
- ② 임의의 x, y 에 대하여 $x + y \leq 1$ 이다.
- ③ 어떠한 x 에 대하여도 $x^2 + 2x \geq -1$ 이다.
- ④ 적당한 x, y 에 대하여 $x^2 - y^2 > 1$ 이다.
- ⑤ $x^2 + x < x^3$ 인 x 가 존재한다.

해설

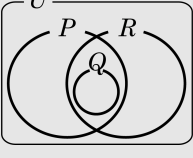
- ① 반례 : $x = 0$ 일 때 $x^2 = 0$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ② 반례 : $x = y = 1$ 일 때 $x + y = 2 \geq 1$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ③ 모든 x 에 대하여 $x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \geq 0$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
- ④ 모든 x, y 에 대하여 $x^2 - y^2 \leq 1$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
- ⑤ 모든 x 에 대하여 $x^2 + x \geq x^3$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.

15. 전체집합 U 에서 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라고 할 때, $Q \subset (P \cap R)$ 가 성립한다. 이때, 다음 중 항상 참인 명제를 모두 고르면?

- ① $p \rightarrow r$
- ② $\sim p \rightarrow \sim q$
- ③ $r \rightarrow q$
- ④ $q \rightarrow r$
- ⑤ $\sim r \rightarrow p$

해설

세 집합 P, Q, R 에 대하여 $Q \subset (P \cap R)$ 를 만족하도록 벤 다이어그램을 그리면 다음 그림과 같다.



이때, $P^c \subset Q^c, Q \subset R$ 이므로 $\sim p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r$