

1. 다항식 $2xy^2 + x^2y - 3x + x^3 - 1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 에 대한 삼차식이다.
- ② y 에 대한 이차식이다.
- ③ x^2 의 계수는 y 이다.
- ④ x 의 계수는 $2y^2 - 3$ 이다.
- ⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항: $x^3 - 3x - 1$

2. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

① $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x - 5$

② $(x^2 + 2y^2) - 2(y^2 - 3x^2) = 7x^2$

③ $(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

④ $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx$

⑤ $(x^3 + 1) \div (x + 1) = x^2 - x + 1$

해설

① $(4x - 2) + (7 - 2x) = 2x + 5$

3. 등식 $ax^2 - (2a+c)x - 1 = (b-2)x^2 + (b+3)x - c$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 를 정할 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(\text{준식}) = (a - b + 2)x^2 - (2a + c + b + 3)x - 1 + c = 0$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a - b + 2 = 0, 2a + c + b + 3 = 0, c = 1$$

$$\Rightarrow a = -2, b = 0, c = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 5$$

4. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + 2i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록 k 의 값을 정하면?

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} z &= 3(k + 2i) - k(-2i) \\ &= 3k + (6 + 2k)i \Rightarrow \text{순허수} \\ \therefore 3k &= 0, k = 0 \end{aligned}$$

5. 다음 등식을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값을 구하면?

$$(1 + 2i)x + (1 + i)y = 1 + 3i$$

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$(x + y) + (2x + y)i = 1 + 3i$$

$$x + y = 1, 2x + y = 3$$

$$x = 2, y = -1$$

6. $\frac{3+4i}{1+3i}$ 를 $a+bi$ 의 꼴로 나타 낼 때, $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 2

② -2

③ 1

④ -1

⑤ 0

해설

분모의 실수화를 해준다.

$$\frac{3+4i}{1+3i} = \frac{(3+4i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$\therefore a-b=2$$

7. $\frac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4}$ 의 값은?

① i

② $-i$

③ $-\frac{i}{2}$

④ $\frac{1-i}{2}$

⑤ $\frac{1+i}{2}$

해설

$$\frac{1+i^3+i^6}{1+i^2+i^4} = \frac{1+(-i)+(-1)}{1+(-1)+1} = \frac{-i}{1} = -i$$

8. 다항식 $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x - 1$, 나머지가 $-7x - 2$ 이다. 다항식 $B = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 14

⑤ 17

해설

$$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2 \text{ 이다.}$$

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$$

좌변을 $2x - 1$ 로 나누면

$$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$$

$$\therefore B = x^2 - 3x + 2$$

9. 다항식 $f(x)$ 에 대하여 $(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, $2a - b$ 의 값은?

① -3

② -5

③ -4

④ 4

⑤ 5

해설

$$(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b \text{에서}$$

$$x^2 = 2 \text{ 일 때, } 4 - 4a + b = 0 \dots\dots ①$$

$$x^2 = -3 \text{ 일 때, } 9 + 6a + b = 0 \dots\dots ②$$

$$①, ② \text{에서 } a = -\frac{1}{2}, b = -6$$

$$\therefore 2a - b = 5$$

10. k 의 값에 관계없이 $(2k^2 - 3k)x - (k + 2)y - (k^2 - 4)z = 28$ 이 항상 성립하도록 x, y, z 의 값을 정할 때, $3x + y + z$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 식을 k 에 대해 정리하면

$$(2x - z)k^2 - (3x + y)k - (2y - 4z + 28) = 0$$

$$\therefore 2x - z = 0, 3x + y = 0, 2y - 4z + 28 = 0$$

$z = 2x$, $y = -3x$ 을 $2y - 4z + 28 = 0$ 에 대입하면

$$x = 2, y = -6, z = 4$$

$$\therefore 3x + y + z = 4$$

11. x 에 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 9이다. 이 다항식을 $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $x-1$

② $2x+3$

③ $4x-3$

④ $4x+3$

⑤ $3x-1$

해설

나머지 정리에서 $f(2) = 5$, $f(3) = 9$

$f(x) = (x-2)(x-3)Q(x) + ax + b$ 라 놓으면,

$f(2) = 2a + b = 5$, $f(3) = 3a + b = 9$ 을

연립하여 풀면 $a = 4$, $b = -3$

$\therefore$ 나머지는 $4x-3$

12. 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4$ 로 나누었을 때의 나머지가 $-x + 4$ 이다. 다항식 $f(x+1)$ 을 $x^2 + 2x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $2x + 1$

② $-x + 3$

③ $x - 1$

④ $2x$

⑤ $2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)P(x) - x + 4 \\ &= (x + 2)(x - 2)P(x) - x + 4 \end{aligned}$$

$$\therefore f(-2) = 6, f(2) = 2$$

$$\begin{aligned} f(x+1) &= (x^2 + 2x - 3)Q(x) + ax + b \\ &= (x + 3)(x - 1)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$x = -3 \text{을 대입하면 } f(-2) = -3a + b = 6$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } f(2) = a + b = 2$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

따라서 나머지는 $-x + 3$

13. 다음 ㉠~㉤중 인수분해를 한 결과가 틀린 것은 모두 몇 개인가?

$$\textcircled{㉠} \quad x^2(a-b) - y^2(b-a) = (a-b)(x+y)(x-y)$$

$$\textcircled{㉡} \quad 9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x - 2y)(3x + y)$$

$$\textcircled{㉢} \quad x^3 - 125 = (x - 5)(x^2 - 5x + 25)$$

$$\textcircled{㉤} \quad 2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2 = (2x - y + 2)(x - y + 1)$$

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$$\textcircled{㉠} \quad x^2(a-b) - y^2(b-a) = x^2(a-b) + y^2(a-b) = (a-b)(x^2 + y^2)$$

$$\textcircled{㉡} \quad 9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x + 2y)(3x - y)$$

$$\textcircled{㉢} \quad x^3 - 125 = (x - 5)(x^2 + 5x + 25)$$

$$\textcircled{㉤} \quad 2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$$

$$= 2x^2 - (4 + y)x - (y^2 - y - 2)$$

$$= 2x^2 - (4 + y)x - (y - 2)(y + 1)$$

$$= \{2x + (y - 2)\} \{x - (y + 1)\}$$

$$= (2x + y - 2)(x - y - 1)$$

14. 최대공약수가 $x+1$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 일 때, 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 합을 구하면?

① $2x^2 + 3x + 1$

② $x^2 + 3x + 1$

③ $2x^2 + 3x + 2$

④ $x^3 + 3x - 2$

⑤ $x^2 - x + 1$

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x+1)(x-1)(x+2)$$

∴ 두 다항식은 $(x+1)(x-1)$, $(x+1)(x+2)$ 이다.

∴ 두 다항식의 합은 $2x^2 + 3x + 1$

15. x^2 의 계수가 1인 두 다항식 A, B 에 대해 두 다항식의 곱이 $(x-1)(x^3+3x^2-9x+5)$ 이고, 두 다항식의 최소공배수가 $(x-1)^2(x+5)$ 일 때, 두 다항식의 상수항의 합은?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$AB = LG = (x-1)(x^3+3x^2-9x+5)$$

$L = (x-1)^2(x+5)$ 이므로 $G = x-1$
따라서 x^2 의 계수가 1인 두 다항식은
각각 $(x-1)^2, (x-1)(x+5)$ 이다.

16. 두 다항식 A, B 의 최대공약수를 $A \star B$ 라 할 때 $\frac{AB \star B^2}{A \star B}$ 를 간단히 하면?

① A

② B

③ AB

④ A^2

⑤ B^2

해설

$A \star B = G$ 라 하면, $A = aG, B = bG$ 이고, a, b 는 서로소이다.

$$\frac{AB \star B^2}{A \star B} = \frac{abG^2 \star b^2G^2}{G} = \frac{bG^2}{G} = bG = B$$

17. $a - b = 3$, $b - c = 1$ 일 때, $ab^2 - a^2b + bc^2 - b^2c + ca^2 - c^2a$ 의 값은?

① -14

② -12

③ -8

④ -4

⑤ 0

해설

$$a - b = 3 \quad \cdots \textcircled{\text{㉠}}, \quad b - c = 1 \quad \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} + \textcircled{\text{㉡}} \text{에} \text{서} \quad a - c = 4$$

$$\therefore ab^2 - a^2b + bc^2 - b^2c + ca^2 - c^2a$$

$$= ab(b - a) + c^2(b - a) - c(b^2 - a^2)$$

$$ab(b - a) + (b - a)\{c^2 - c(b + a)\}$$

$$= (b - a)(ab + c^2 - bc - ca)$$

$$= (b - a)\{a(b - c) + c(c - b)\}$$

$$= (b - a)(b - c)(a - c)$$

$$= (a - b)(b - c)(c - a)$$

$$= 3 \times 1 \times (-4) = -12$$

18. 복소수 $\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수) 에 대하여 $\alpha^* = b + ai$ 로 나타낸다. $\alpha = \frac{4+3i}{5}$ 일 때, $5\alpha^5(\alpha^*)^4$ 의 값을 구하면?

① $4 + 3i$

② $3 + 3i$

③ $2 + 3i$

④ $1 + 3i$

⑤ $-1 + 3i$

해설

$$\begin{aligned}\alpha\alpha^* &= (a + bi)(b + ai) \\ &= ab + a^2i + b^2i - ab = (a^2 + b^2)i\end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{4+3i}{5} \text{ 이므로 } \alpha\alpha^* = \left\{ \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 \right\} i = i$$

$$\begin{aligned}\therefore 5\alpha^5(\alpha^*)^4 &= 5\alpha(\alpha \cdot \alpha^*)^4 \\ &= 5 \cdot \frac{4+3i}{5} \cdot i^4 \\ &= 4 + 3i\end{aligned}$$

19. $a - b = 1$ 이고, $a^2 + b^2 = -1$ 일 때, $a^{14} + b^{20}$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$b = a - 1$ 을 $a^2 + b^2 = -1$ 에 대입하면

$a^2 - a + 1 = 0$ 에서 $a^3 = -1$

$a = b + 1$ 을 $a^2 + b^2 = -1$ 에 대입하면

$b^2 + b + 1 = 0$ 에서 $b^3 = 1$

$$\begin{aligned} a^{14} + b^{20} &= (a^3)^4 \times a^2 + (b^3)^6 \times b^2 \\ &= a^2 + b^2 = -1 \end{aligned}$$

20. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^{11} + x = a_0 + a_1(x+3) + a_2(x+3)^2 + \cdots + a_{11}(x+3)^{11}$ 이 성립할 때, $a_1 + a_3 + \cdots + a_{11}$ 의 값은?

① $2^{22} - 2^{11} + 2$

② $2^{22} + 2^{11} - 2$

③ $2^{21} - 2^{10} + 1$

④ $2^{21} + 2^{10} - 1$

⑤ $2^{21} + 2^{10} + 1$

해설

주어진 식의 양변에 $x = -2$, $x = -4$ 를 각각 대입하면

$$-2^{11} - 2 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{11} \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$-2^{22} - 4 = a_0 - a_1 + a_2 + \cdots - a_{11} \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} - \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } 2(a_1 + a_3 + \cdots + a_{11}) = 2^{22} - 2^{11} + 2$$

$$\therefore a_1 + a_3 + \cdots + a_{11} = 2^{21} - 2^{10} + 1$$