

1. $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{7}\right) = x^2 + ax + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① $-\frac{5}{21}$ ② $-\frac{4}{21}$ ③ $-\frac{1}{21}$ ④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{4}{21}$

해설

$$\begin{aligned}\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{7}\right) &= x^2 + \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{7}\right)x + \left(-\frac{1}{3}\right) \times \frac{1}{7} \\ &= x^2 - \frac{4}{21}x - \frac{1}{21} \\ &= x^2 + ax + b\end{aligned}$$

x 의 계수는 $-\frac{4}{21}$ 이고, 상수항은 $-\frac{1}{21}$ 이므로 $a + b$ 는 $\left(-\frac{4}{21}\right) + \left(-\frac{1}{21}\right) = -\frac{5}{21}$ 이다.

2. $12ax^2 - 12axy + 3ay^2$ 을 인수분해하면?

① $12(ax - ay)^2$

② $6a(x - y)^2$

③ $(6ax - ay)^2$

④ $3a(x - y)^2$

⑤ $3a(2x - y)^2$

해설

$$\begin{aligned} 12ax^2 - 12axy + 3ay^2 &= 3a(4x^2 - 4xy + y^2) \\ &= 3a(2x - y)^2 \end{aligned}$$

3. $\sqrt{a^2 + 4a + 4} - \sqrt{a^2 - 4a + 4}$ 를 간단히 하여 $2a$ 라는 결과를 얻었다.
이때, a 의 범위로 가장 적합한 것은?

① $a < -2$

② $a > 2$

③ $0 < a < 2$

④ $-2 < a < 0$

⑤ $-2 < a < 2$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{a^2 + 4a + 4} - \sqrt{a^2 - 4a + 4} \\ &= \sqrt{(a+2)^2} - \sqrt{(a-2)^2} \\ &= |a+2| - |a-2| = 2a \end{aligned}$$

이 식이 성립하려면 $a+2 > 0$, $a-2 < 0$ 이어야 한다.

$$\therefore -2 < a < 2$$

4. $8x^2 - 10x + 3$ 을 인수분해 하면?

① $(2x + 1)(4x + 3)$

② $(2x - 1)(4x - 3)$

③ $(2x + 1)(4x - 3)$

④ $(2x - 1)(4x + 3)$

⑤ $(2x - 3)(4x + 1)$

해설

$$8x^2 - 10x + 3 = (2x - 1)(4x - 3)$$

5. $ax^2 - 18x + b$ 가 $x + 1$ 과 $2x - 11$ 로 나누어떨어질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$$ax^2 - 18x + b = A(x + 1)(2x - 11)$$

$$ax^2 - 18x + b = A(2x^2 - 9x - 11)$$

$$ax^2 - 18x + b = 2Ax^2 - 9Ax - 11A$$

$$A = 2, a = 4, b = -22$$

$$\therefore a + b = -18$$

6. 두 다항식 $6x^2 - 5x + 1$ 과 $6x^2 + 7x - 3$ 의 공통인 인수는 $ax - 1$ 이다.
이 때, a 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

해설

$$6x^2 - 5x + 1 = (2x - 1)(3x - 1)$$

$$6x^2 + 7x - 3 = (3x - 1)(2x + 3)$$

따라서 공통인 인수는 $3x - 1$ 이므로 $a = 3$ 이다.

7. $x-4$ 가 두 다항식 $x^2+ax+40$, $3x^2-10x+b$ 의 공통인 인수일 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① 3

② 6

③ 0

④ -3

⑤ -6

해설

$$x^2+ax+40=(x-4)(x-10)$$

$$\therefore a=-14$$

$$3x^2-10x+b=(x-4)(3x+2)$$

$$\therefore b=-8$$

$$\therefore a-b=-14-(-8)=-6$$

8. $a(2a - b) - (b - 2a)$ 를 인수분해하면?

① $(a - 1)(2a - b)$

② $(a - 1)(2a + b)$

③ $(a + 1)(2a + b)$

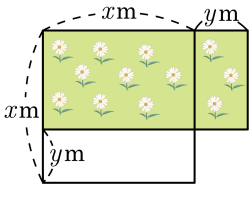
④ $(a + 1)(2a - b)$

⑤ $a(2a - b)$

해설

$$\begin{aligned} a(2a - b) - (b - 2a) &= a(2a - b) + (2a - b) \\ &= (2a - b)(a + 1) \end{aligned}$$

9. 아람이네 가족은 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $x\text{m}$ 인 정사각형의 꽃밭을 가로 길이는 $y\text{m}$ ($x > y$) 늘이고, 세로의 길이는 $y\text{m}$ 줄여서 새로운 꽃밭을 만들기로 하였다. 꽃밭의 넓이는?



- ① $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2(\text{m}^2)$
 ② $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2(\text{m}^2)$
 ③ $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2(\text{m}^2)$
 ④ $(x + y)(x - y) = x^2 + y^2(\text{m}^2)$
 ⑤ $(x + y)(x + y) = x^2 + y^2(\text{m}^2)$

해설

새로운 꽃밭의 가로 길이는 $(x + y)\text{m}$, 세로 길이는 $(x - y)\text{m}$
 꽃밭의 넓이 : $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2(\text{m}^2)$

10. $(4x-a)\left(3x+\frac{1}{3}\right)$ 의 전개식에서 x 의 계수와 상수항이 서로 같을 때, 상수 a 의 값은?

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

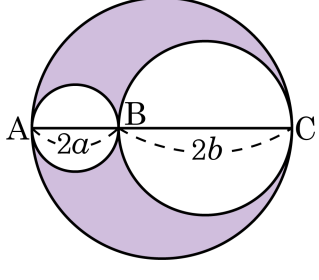
해설

$$(4x-a)\left(3x+\frac{1}{3}\right)=12x^2+\left(-3a+\frac{4}{3}\right)x-\frac{1}{3}a$$

$$-3a+\frac{4}{3}=-\frac{1}{3}a$$

$$\therefore a=\frac{1}{2}$$

11. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 큰 원의 지름이고 나머지 원의 지름은 각각 $\overline{AB} = 2a$, $\overline{BC} = 2b$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이 S 를 a , b 에 관한 식으로 나타내면?



- ① $S = \pi ab$ ② $S = 2\pi ab$ ③ $S = 4\pi ab$
④ $S = 8\pi ab$ ⑤ $S = 16\pi ab$

해설

(색칠한 부분의 넓이)
= (큰 원의 넓이) - (작은 두 원의 넓이)
 $= \pi \left(\frac{2a + 2b}{2} \right)^2 - (\pi a^2 + \pi b^2)$
 $= \pi(a + b)^2 - \pi(a^2 + b^2)$
 $= \pi(a^2 + 2ab + b^2 - a^2 - b^2)$
 $= 2\pi ab$

12. $(x + y + 3)(x + y - 2) = Ax^2 + By^2 + Cxy + x + y - 6$ 이 성립할 때, $A + B + C$ 의 값은? (단, A, B, C 는 상수)

① -12

② -6

③ 0

④ 4

⑤ 8

해설

$x + y = t$ 로 치환하면

$$(t + 3)(t - 2) = t^2 + t - 6$$

$t = x + y$ 를 대입하면

$$(x + y)^2 + (x + y) - 6$$

$$= x^2 + 2xy + y^2 + x + y - 6$$

$$A = 1, B = 1, C = 2$$

$$\therefore A + B + C = 4$$

13. $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = 2^a + b$ 에서 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$(2-1)$ 을 곱한다.
 $2-1=1$ 이므로 식의 값에 변화없다.
 $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$
 $= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$
 $= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)$
 $= (2^8-1)(2^8+1) = 2^{16}-1$
 $\therefore a=16, b=-1$
 $\therefore a-b=16-(-1)=17$

14. $x^2 - 2x = 1$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$x^2 - 2x - 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$$x - \frac{1}{x} = 2,$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 2^2 + 2 = 6$$

15. $(x-3)^2 - (y+3)^2$ 을 인수분해할 때, 인수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x-6$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-3+y+3)(x-3-y-3) \\ &= (x+y)(x-y-6)\end{aligned}$$

$$\therefore x+y+x-y-6=2x-6$$

16. 다음 중 $x^8 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^4 - 1$

④ $x^6 - 1$

⑤ $x^8 - 1$

해설

$$\begin{aligned}x^8 - 1 &= (x^4 - 1)(x^4 + 1) \\&= (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) \\&= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)\end{aligned}$$

17. 다음 식 $x^2 + (-2y+3)x - (3y-1)(y+2)$ 를 인수분해하여 나온 일차식을 서로 더하면?

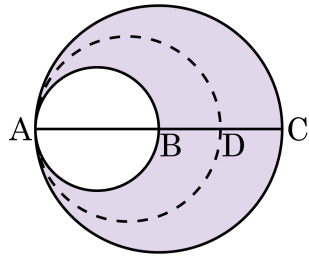
- ① $2x - 2y + 3$ ② $2x - 2y + 1$ ③ $2x - 3y + 3$
④ $2x - y + 3$ ⑤ $x - 2y + 3$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + (-2y+3)x - (3y-1)(y+2) \\ &= \{x - (3y-1)\} \{x + (y+2)\} \\ &= (x - 3y + 1)(x + y + 2) \end{aligned}$$

따라서 일차식 인수의 합은 $2x - 2y + 3$

18. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



- ☒ ① $2\pi xy$
☐ ② πxy
☐ ③ $2\pi x^2 y$
☐ ④ πxy^2
☐ ⑤ $\pi (2x^2 + y)$

해설

$$\overline{AC} = 2x + y, \quad \overline{AB} = 2x - y$$

$$\text{따라서 어두운 부분의 넓이는 } \pi \left(\frac{2x+y}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{2x-y}{2} \right)^2 = 2\pi xy$$

19. $(x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2)$ 를 인수분해하면?

- ① $(x-2)(x-5)(x+2)$ ② $(x-2)(x+5)(x+2)$
③ $(x-2)(x-5)(x+3)$ ④ $(x-2)(x+5)(x-2)$
⑤ $(x-2)(x+5)(x-3)$

해설

$$\begin{aligned} A &= x-2 \text{ 로 치환하면} \\ (x-2)x^2-3(x-2)x-10(x-2) \\ &= Ax^2-3Ax-10A \\ &= A(x^2-3x-10) \\ &= A(x-5)(x+2) \\ &= (x-2)(x-5)(x+2) \end{aligned}$$

20. 자연수 $2^{160} - 1$ 은 30 과 40 사이의 두 자연수에 의하여 나누어떨어진 다. 이 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$2^{160} - 1$
 $= (2^{80} + 1)(2^{40} + 1)(2^{20} + 1)(2^{10} + 1)(2^5 + 1)(2^5 - 1)$
 $2^{160} - 1$ 을 나누어 떨어지게 하는 수 중 30 과 40 사이의 수는
 $2^5 + 1 = 33$ 과 $2^5 - 1 = 31$ 이다.
 $\therefore 33 + 31 = 64$

21. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\ &= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\ &= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\ & xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\ & \therefore 4(xy)^n = 4 \end{aligned}$$

22. $x = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $6(x+2)^2 + 5(x+2) - 6 = a + b\sqrt{2}$ 이다. $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 0$

해설

$6(x+2)^2 + 5(x+2) - 6$ 에서
 $x+2 = t$ 로 치환하면
 $6t^2 + 5t - 6 = (2t+3)(3t-2)$
 $t = x+2 = \sqrt{2} + 1$ 이므로 이를 대입하면
 $(2\sqrt{2} + 2 + 3)(3\sqrt{2} + 3 - 2)$
 $= (2\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} + 1)$
 $= 12 + 17\sqrt{2} + 5 = 17 + 17\sqrt{2}$
따라서 $a = b = 17$ 이므로 $a - b = 0$

23. $(3 + 2x + x^2 + 3x^3)^2$ 을 전개하였을 때, x^9 의 계수를 제외한 각 항의 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$(3 + 2 + 1 + 3)^2 = 9^2 = 81$ 이고

전개한 식의 x^9 의 계수는 $3^2 = 9$ 이다.

따라서 x^9 의 계수를 제외한 각 항의 계수들의 총합은 $81 - 9 = 72$ 이다.

24. 다음 식이 완전제곱식이 되도록 $\square$ 안에 알맞은 수를 넣을 때, $\square$ 안의 수가 가장 큰 것은?

- ① $x^2 - 12x + \square$
- ② $4x^2 - \square x + 25$
- ③ $9x^2 + \square x + 1$
- ④ $x^2 + 18x + \square$
- ⑤ $x^2 - \square x + 100$

해설

- ① $x^2 - 12x + \square = x^2 - 2 \times 6 \times x + 6^2$
 $\therefore \square = 6^2 = 36$
- ② $4x^2 - \square x + 25 = (2x \pm 5)^2$
 $\therefore \square = \pm 2 \times 2 \times 5 = \pm 20$
- ③ $9x^2 + \square x + 1 = (3x \pm 1)^2$
 $\therefore \square = \pm 2 \times 3 \times 1 = \pm 6$
- ④ $x^2 + 18x + \square = x^2 + 2 \times 9 \times x + 9^2$
 $\therefore \square = 9^2 = 81$
- ⑤ $x^2 - \square x + 100 = (x \pm 10)^2$
 $\therefore \square = \pm 2 \times 1 \times 10 = \pm 20$

25. x 에 관한 이차식 $12x^2 + 20xy + ky^2$ 이 $(6x + ay)(2x + by)$ 로 인수분해될 때, k 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$12x^2 + (2a + 6b)xy + aby^2$
 $a + 3b = 10$ 이 되는 경우는
(1, 3), (4, 2), (7, 1)이므로
 k 의 최댓값은 $a = 4, b = 2$ 일 때이다.
 $\therefore (k \text{의 최댓값}) = 8$