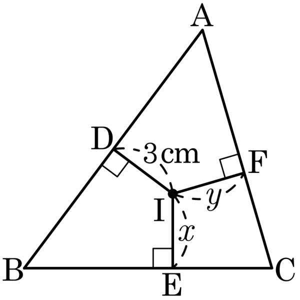
1. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{ID} = 3\text{cm}$ 일 때, $x + y$ 의 길이는?



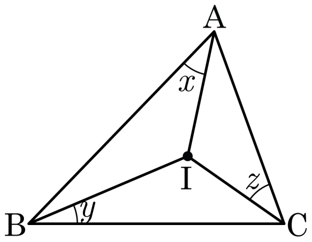
① 4cm　　② 5cm　　③ 6cm　　④ 7cm　　⑤ 8cm

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = y = 3(\text{cm})$ 이다.

$\therefore\ x + y = 6(\text{cm})$

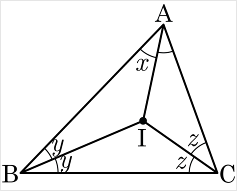
2. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x + \angle y + \angle z = (\qquad)^{\circ}$이다. (   ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 90

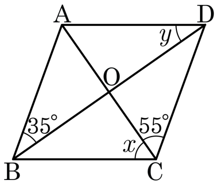
해설



$2(x+y+z) = 180^{\circ}$

$\therefore\ x+y+z = 90^{\circ}$

3. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABD = 35°$, $\angle ACD = 55°$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 값은?



① 20° ② 25° ③ 30°

④ 35° ⑤ 40°

해설

$\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ 이므로 $\angle OAB = \angle OCD = 55°$

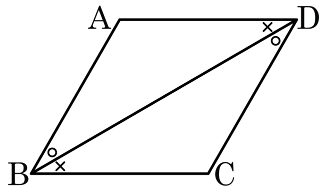
$\triangle ABO$ 에서 $\angle AOB = 180° - (35° + 55°) = 90°$

평행사변형의 두 대각선이 서로 수직이므로 □ABCD 는 마름모가 된다.

$\angle x = 55°, \angle y = 35°$

$\therefore \angle x - \angle y = 20°$

4. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 말로 알맞은 것은?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠

$\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\boxed{}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

① $\overline{AB}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{BD}$ ④ $\overline{DC}$ ⑤ $\overline{DA}$

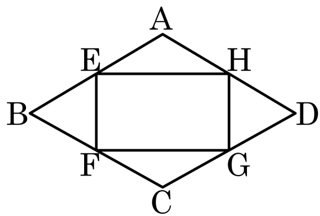
해설

$\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각), $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각), $\overline{BD}$는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)이다.

5. 다음은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle AEH \equiv \triangle CFG$ (SAS 합동)

$\therefore \angle AEH = \angle AHE = \angle CFG = \angle CGF$

$\triangle BEF \equiv \triangle DHG$ (SAS 합동)

$\therefore \angle BEF = \angle BFE = \angle DHG = \angle DGH$

즉, □EFGH 에서 $\angle E = \angle F = \angle G = \angle H$

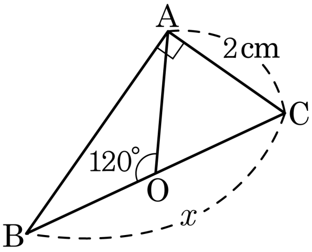
따라서, □EFGH 는 $\boxed{}$ 이다.

① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

네 내각의 크기가 모두 같은 사각형은 직사각형이다.

6. 다음 그림에서 점 O 는 직각삼각형 ABC 의 외심일 때, x 의 값은?



① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

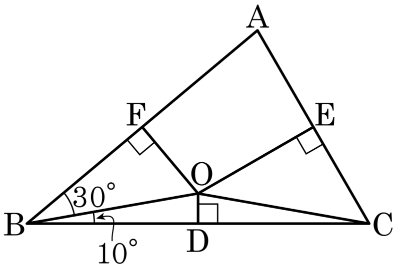
$\angle AOB = 120°$ 이므로 $\angle AOC = 60° (\because 180° - \angle AOB)$

$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\angle AOC = 60°$

$\therefore \angle AOC = \angle OCA = \angle OAC = 60°$ 이므로 $\triangle AOC$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{BC} = \overline{OB} + \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OC} = 2 + 2 = 4(\text{cm})$

7. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle ABO = 30°$, $\angle OBC = 10°$일 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad°}$

▷ 정답 : $\underline{80°}$

해설

점 O가 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle OAB$에서 $\angle OAB = \angle OBA = 30°$

$\triangle OBC$에서 $\angle OCB = \angle OBC = 10°$

$\triangle OCA$에서 $\angle OAC = \angle x$라 하면 $\angle OCA = \angle x$

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$

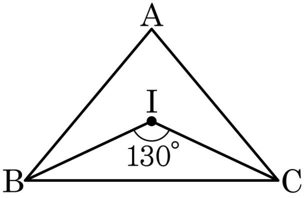
$30° + \angle x + 30° + 10° + 10° + \angle x = 180°$

$80° + 2\angle x = 180°$, $2\angle x = 100°$

$\therefore\ \angle x = 50°$

$\therefore\ \angle A = 30° + 50° = 80°$

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다.



$\angle\mathrm{BIC} = 130°$ 일 때, $\angle\mathrm{BAC}$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 80 °

해설

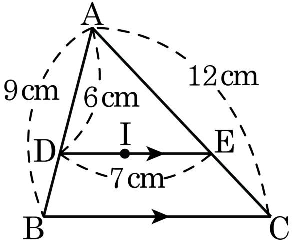
$$\angle\mathrm{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{BAC}$$

$$130° = 90° + \frac{1}{2}\angle\mathrm{BAC}$$

$$\frac{1}{2}\angle\mathrm{BAC} = 40°$$

$$\therefore\ \angle\mathrm{BAC} = 80°$$

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 라고 할 때, $\overline{AE}=(\quad)\mathrm{cm}$ 이다. 빈 칸에 들어갈 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,

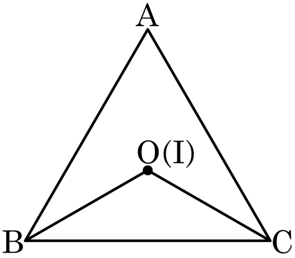
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $=\overline{AB}+\overline{AC}$

$\overline{AB}+\overline{AC}=9+12=21(\mathrm{cm})$

($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $=\overline{AD}+\overline{AE}+\overline{DE}=6+\overline{AE}+7=21(\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{AE}=8\mathrm{cm}$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle ABO = \angle BCO$ ② $\overline{AB} = \overline{BC}$

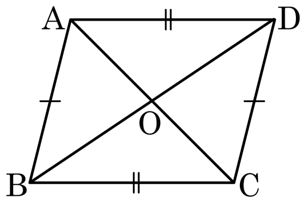
③ $\angle BOC = 120°$ ④ $\angle A = 2\angle OCB$

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로
$\angle BAC = 60°$ 이다.
따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30°$ 이다.
⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60° + 30° = 90°$

11. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



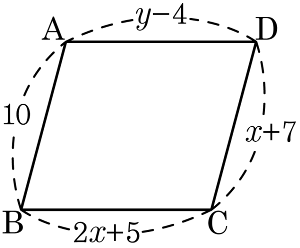
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면
△ABC와 △CDA 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯㉠
$\overline{AD} = \boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ⋯㉡
$\boxed{\text{ㄷ}}$는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
∠BAC = ∠DCA 이므로
$\boxed{\text{ㄱ}} \,//\, \overline{DC}$ ⋯㉣
∠ACB = $\boxed{\text{ㅁ}}$ 이므로
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ ⋯㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{AB}$　② ㄴ : $\overline{BC}$　③ ㄷ : $\overline{AC}$
④ ㄹ : SAS　⑤ ㅁ : ∠CAD

해설

△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

12. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



① $x=4,\ y=15$ ② $x=3,\ y=16$ ③ $x=4,\ y=16$

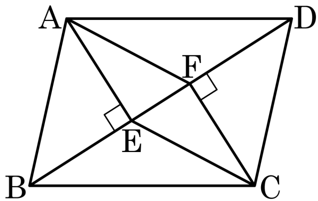
④ $x=3,\ y=15$ ⑤ $x=5,\ y=12$

해설

$10=x+7,\ y-4=2x+5$이므로

$x=3,\ y=15$이다.

13. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 는 평행사변형이다. 이용되는 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 다른 것을 이등분한다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

④ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{CF}$

$\angle AEF = \angle CFE = 90°$ (엇각) 이므로 $\overline{AE} // \overline{CF}$

따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

14. 세 변의 길이가 각각 $10\,\mathrm{cm}, 24\,\mathrm{cm}, 26\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형의 외접원과 내접원의 넓이의 합을 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 185π $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

외접원의 반지름 : $\dfrac{26}{2}=13(\mathrm{cm})$

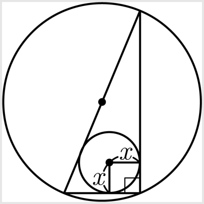
넓이 :$13\times13\times\pi=169\pi(\mathrm{cm}^2)$

내접원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$10-x+24-x=26$

$34-2x=26,\quad -2x=-8$

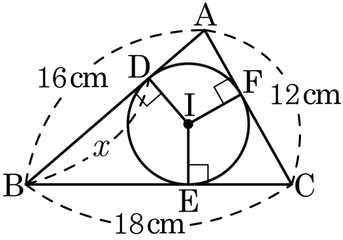
$\therefore x=4$



넓이 : $4\times4\times\pi=16\pi(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore 169\pi+16\pi=185\pi(\mathrm{cm}^2)$

15. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이 x 를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 11 cm

해설

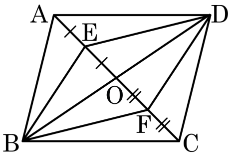
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BD} = x = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{CE} = 18 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 16 - x = \overline{AF}$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 18 - x + 16 - x = 12$

$\therefore x = 11(\text{cm})$

16. 평행사변형 ABCD 의 대각선 AC 위에 두 점 E , F 를 각각 $\overline{AE} = \overline{EO}$, $\overline{OF} = \overline{FC}$ 가 되게 잡을 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는 평행사변형 EBFD 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



▶ 답 : ______ 배

▷ 정답 : 2 배

해설

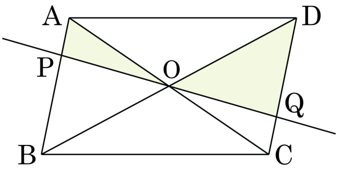
$\triangle AOB \equiv \triangle DOC$ 이고 $\triangle AOD \equiv \triangle BOC$

$\overline{AO} = 2\overline{EO}$ 이므로 $\triangle AOD = 2\triangle EOD$ 가 된다.

같은 방법으로 $\triangle DOC = 2\triangle DOF$, $\triangle OBC = 2\triangle OBF$, $\triangle AOB = 2\triangle EOB$ 가 된다.

따라서 전체 평행사변형 ABCD 의 넓이는 평행사변형 EBFD 의 넓이의 2 배가 된다.

17. 오른쪽 그림과 같이 넓이가 $60\,\mathrm{cm}^2$ 인 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $15\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 에서

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD$(엇각)

$\angle AOP = \angle COQ$(맞꼭지각)

$\overline{AO} = \overline{CO}$(평행사변형의 성질)

$\therefore \triangle AOP \equiv \triangle COQ$ (ASA 합동)

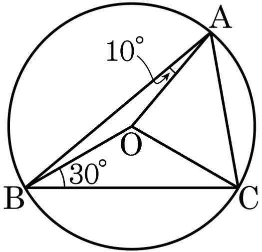
$\triangle AOP$ 와 $\triangle COQ$ 가 합동이므로 색칠한 부분의 넓이의 합은 $\triangle CDO$ 와 같다.

$\square ABCD = 4\triangle CDO$ 이므로 $60 = 4\triangle CDO$

$\therefore\ \triangle CDO = 15(\mathrm{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이의 합은 $15\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

18. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OAB = 10°$, $\angle OBC = 30°$일 때, $\angle OAC$의 크기는?



① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

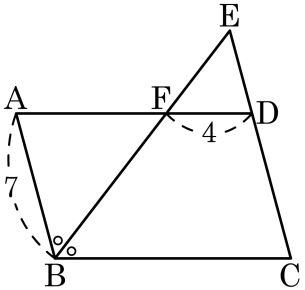
해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$

$\therefore \angle OAC = 90° - (30° + 10°) = 50°$

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABE = \angle CBE$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하면 ?



① 9　　② 10　　③ 11　　④ 12　　⑤ 13

해설

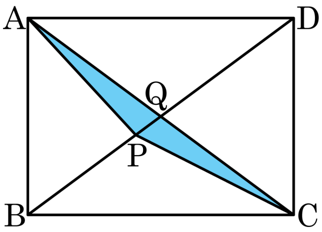
$\angle ABF = \angle EFD = \angle AFB = \angle FED$

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{DE} = 4$

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{CD} = 7$

$\therefore\ \overline{EC} = \overline{CD} + \overline{DE} = 11$

20. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 점 P 가 있다. 대각선 AC 를 긋고 점 P 에서 각 꼭짓점을 연결하면 $\triangle PCD$, $\triangle BCP$ 의 넓이는 각각 10cm^2, 6cm^2 가 된다. 이 때, $\triangle PAC$ 의 넓이를 구하여라.



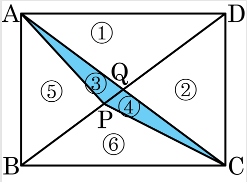
▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 4 cm^2

해설

$\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ACD = \triangle APD + \triangle BPC$ 이므로

각각의 넓이를 다음과 같이 나타낼 때,



① + ② = ① + ③ + ⑥ 에서

② = ③ + ⑥ 이다.

② = $\triangle DPC$ − ④ 라 하면

$\triangle DPC$ − ④ = ③ + ⑥ 이므로

③ + ④ = $\triangle DPC$ − ⑥ $= 10 - 6 = 4\ (\text{cm}^2)$