

1. 이차방정식 $(x-2)^2 = 4x-7$ 을 $ax^2+bx+c=0$ ($a>0$, a, b, c 는 상수)의 꼴로 나타낼 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = -88$

해설

$(x-2)^2 = 4x-7$ 을 정리하면

$x^2 - 8x + 11 = 0$ 이므로

$a = 1, b = -8, c = 11$

$\therefore abc = 1 \times (-8) \times 11 = -88$

2. 다음 이차방정식을 풀어라.

$$(x-6)(x-1)=3x$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=5+\sqrt{19}$

▷ 정답 : $x=5-\sqrt{19}$

해설

$$\begin{aligned}(x-6)(x-1) &= 3x \\ x^2-7x+6 &= 3x \\ x^2-10x+6 &= 0 \\ x^2-10x+25 &= 19 \\ (x-5)^2 &= 19 \\ x-5 &= \pm\sqrt{19} \\ \therefore x &= 5\pm\sqrt{19}\end{aligned}$$

3. 이차방정식 $2(x-4)^2 = a$ 가 하나의 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

(완전제곱식)= 0 일 때, 중근을 가지므로 $a = 0$

4. 이차방정식 $x^2+8x-a=0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $x^2+ax-4a=0$ 의 근을 구하면?

- ① $x=4$ (중근) ② $x=6$ (중근)
③ $x=8$ (중근) ④ $x=2$ 또는 $x=8$
⑤ $x=2$ 또는 $x=6$

해설

중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 4^2 + a = 0, a = -16$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$(x-8)^2 = 0$$

$$\therefore x = 8(\text{중근})$$

5. x 가 -2, -1, 0, 1, 2일 때, 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 해는?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

x 에 -2, -1, 0, 1, 2를 대입하면 $x = 1$ 일 때에만 성립한다.
따라서 해는 $x = 1$ 이다.

6. 다음 중 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 과 같은 것은?

① $x - 2 = 0$ 또는 $x + 6 = 0$ ② $x + 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$

③ $x - 2 = 0$ 또는 $x - 6 = 0$ ④ $x + 3 = 0$ 또는 $x - 4 = 0$

⑤ $x + 3 = 0$ 또는 $x + 4 = 0$

해설

$$x^2 - 4x - 12 = 0, (x + 2)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x + 2 = 0 \text{ 또는 } x - 6 = 0$$

7. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 한 근이 3일 때, a 의 값과 다른 한 근의 차를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$3^2 - 4 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x - 3)(x - 1) = 0$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

$$\therefore 3 - 1 = 2$$

8. -1 은 이차방정식 $x^2 + ax + 1 = 0$ 과 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인해이다. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 25 ② 27 ③ 29 ④ 31 ⑤ 33

해설

각 이차방정식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^2 - a + 1 = 0, \quad a = 2$$

$$2 \times (-1)^2 + 3 + b = 0 \quad b = -5$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 2^2 + (-5)^2 = 29$$

9. $x^2 - 10x + 25 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -2$ (중근) ② $x = -3$ (중근) ③ $x = 5$ (중근)
④ $x = 1$ (중근) ⑤ $x = 3$ (중근)

해설

$$(x-5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ (중근)}$$

10. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, A, B 의 값은?

① $A = 3, B = 8$

② $A = -3, B = 8$

③ $A = 2, B = 4$

④ $A = -3, B = -8$

⑤ $A = 4, B = 6$

해설

$$(x-1)(x-5) = 4$$

$$x^2 - 6x = 4 - 5$$

$$x^2 - 6x + 9 = -1 + 9$$

$$(x-3)^2 = 8, A = -3, B = 8$$

11. 다음은 이차방정식 $2x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하는 과정일 때, 안에 들어갈 수의 합은?

$$x = \frac{-\square \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times \square}}{2 \times \square}$$

- ①

-2
- ②

-1
- ③

0
- ④

1
- ⑤

2

해설

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$$
이므로
 $(-5) + 1 + 2 = -2$ 이다.

12. $(x+y)(x+y-3)-28=0$ 일 때, $x+y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y=7$

▷ 정답 : $x+y=-4$

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$A(A-3)-28=0$

$A^2-3A-28=0$

$(A-7)(A+4)=0$

$\therefore x+y=7$ 또는 $x+y=-4$

13. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 증근을 갖는다.

㉡ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.

㉢ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.

㉤ $k < 2$ 이면 근이 없다.

- ① ㉢, ㉤

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉤

해설

㉠ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$ (증근)

㉡ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$
 $x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$ 이므로 두 근의 곱은 0

㉢ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2

㉤ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$
 $k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.
 $\therefore$ 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

14. 지상으로부터 50m 인 지점에서 1 초에 45m 의 빠르기로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 45t + 50$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 5 초 후의 높이는 얼마인가?

① 100m ② 125m ③ 150m ④ 175m ⑤ 200m

해설

$h = -5t^2 + 45t + 50$ 에서 $t = 5$ 를 대입하면

$$h = -125 + 225 + 50 = 150$$

따라서 발사 후 5초 후의 높이는 150m이다.

15. a 는 이차방정식 $3x^2 - 6x - 7 = 0$ 의 한 근이고, b 는 이차방정식 $x^2 + 7x - 21 = 0$ 의 한 근일 때, $a^2 + 3b^2 - 2a + 21b$ 의 값은?

- ① $\frac{196}{3}$ ② $\frac{197}{3}$ ③ 66 ④ $\frac{199}{3}$ ⑤ $\frac{200}{3}$

해설

x 대신에 a 를 대입하면 $3a^2 - 6a - 7 = 0$, $a^2 - 2a = \frac{7}{3}$

x 대신에 b 를 대입하면 $b^2 + 7b - 21 = 0$, $3b^2 + 21b = 63$

$$\therefore a^2 + 3b^2 - 2a + 21b = \frac{7}{3} + 63 = \frac{196}{3}$$

16. 이차방정식 $2x^2 - (k + 3)x + 2k = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 값 들의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - (k + 3)x + 2k &= 2(x - a)^2 \\ &= 2x^2 - 4ax + 2a^2 \end{aligned}$$

$$k + 3 = 4a, \quad 2a^2 = 2k$$

$$(k + 3)^2 = 16k$$

$$k^2 - 10k + 9 = 0$$

$$\therefore k = 1, \quad k = 9$$

$$(k \text{의 값의 곱}) = 1 \times 9 = 9$$

17. 이차방정식 $(3x-2)^2 = 16$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{2}{3}$

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$$(3x-2)^2 = 16$$

$$3x-2 = \pm 4$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 2$$

18. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는

$$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$$

$$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$$

$(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$

이므로 두 수의 합은 $-9, 9, -3, 3$ 이다.

$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$

따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

19. 이차방정식 $6(x-1)^2 + 7x = (2x-3)(4x+1)$ 의 해가 $x = \alpha$ 또는 $x = \beta$ 일 때, $4(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

주어진 방정식을 정리하면 $2x^2 - 5x - 9 = 0$

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 72}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{97}}{4}$$

$\alpha > \beta$ 이므로

$$\alpha = \frac{5 + \sqrt{97}}{4}, \beta = \frac{5 - \sqrt{97}}{4}$$

$$\therefore 4(\alpha + \beta) = 10$$

20. 지상 10 m 의 높이에서 20 m/s 의 속력으로 위로 똑바로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이는 $10 + 20x - 5x^2$ (m) 라고 한다. 이 물체의 높이가 30 cm 로 되는 것은 던져 올린 지 몇 초 후가 되는지 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 정답 : 2초

해설

x 초 후에 높이가 30 cm 되었다면

$$10 + 20x - 5x^2 = 30$$

$$5x^2 - 20x + 20 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

21. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배를 하였더니 제공을 한 것보다 48 만큼 작아졌다. 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

어떤 수를 x 라 하면

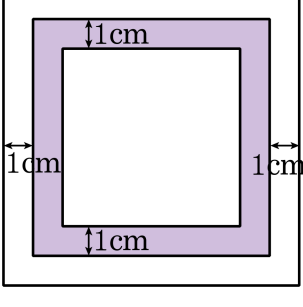
$$x^2 = 2x + 48$$

$$x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$x = -6 \text{ 또는 } x = 8$$

x 는 자연수이므로 $x = 8$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 정사각형 세 개가 포개어져 있다. 가장 큰 정사각형의 넓이가 나머지 두 정사각형의 넓이의 합과 같을 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① 7cm^2
- ② 16cm^2
- ③ 28cm^2
- ④ 30cm^2
- ⑤ 36cm^2

해설

가운데 정사각형의 한 변을 $x\text{ cm}$ 라 하면 가장 큰 사각형의 한 변은 $(x+2)\text{ cm}$, 가장 작은 사각형의 한 변은 $(x-2)\text{ cm}$ 가 된다.
 $(x+2)^2 = x^2 + (x-2)^2$
 $x^2 - 8x = 0, x(x-8) = 0$
 $x = 0, 8$ 에서 $x > 0$ 이므로 $x = 8$
즉 가운데 정사각형의 한 변은 8 cm , 가장 작은 정사각형의 한 변은 $8-2 = 6(\text{ cm})$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는 $8^2 - 6^2 = 28(\text{ cm}^2)$ 이다.

23. 가로 3 cm, 세로 8 cm 의 직사각형이 있다. 가로의 길이를 x cm 만큼 늘리고, 세로의 길이를 x cm 만큼 줄였더니, 원래 직사각형 넓이보다 6 cm² 만큼 커졌다. 다음 보기 중, x 를 구하는 이차방정식은?

① $x^2 + 5x + 6 = 0$

② $x^2 - 5x + 6 = 0$

③ $x^2 - 5x - 6 = 0$

④ $x^2 - 5x - 18 = 0$

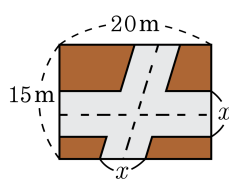
⑤ $x^2 + 5x - 18 = 0$

해설

$$3 \times 8 + 6 = (3 + x)(8 - x)$$

$$\therefore x^2 - 5x + 6 = 0$$

24. 가로, 세로의 길이가 각각 20 m, 15 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 도로를 만들려고 한다. 화단의 넓이가 126 m^2 이 되도록 할 때, 도로의 폭을 구하면?



- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
 ④ 6 m ⑤ 7 m

해설

$$\begin{aligned}(20 - x)(15 - x) &= 126 \\ x^2 - 35x + 174 &= 0 \\ (x - 6)(x - 29) &= 0 \\ x &= 29 \text{ 또는 } x = 6 \\ \therefore x &= 6 \quad (\because x < 15)\end{aligned}$$

25. 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 각각 m, n 이라고 할 때, $m + 1, n + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로
 $m + 1, n + 1$ 은 각각 4 또는 0 이므로
 $x^2 + ax + b = 0$ 식에 $x = 4$ 와 $x = 0$ 을 대입하여 정리하면
 $a = -4, b = 0$ 이다.
따라서 $ab = 0$ 이다.