

1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

- ① 우리학교 홈페이지에 글을 올린 사람의 모임
- ② 내 미니 홈페이지 방명록에 글을 남긴 사람의 모임
- ③ 이메일을 가지고 있는 사람의 모임
- ④ 터치폰을 사용하는 사람의 모임
- ⑤ 머리가 긴 여학생의 모임

해설

- ⑤ ‘긴’이라는 단어는 개인에 따라 기준이 달라지므로 집합이 될 수 없다.

2. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}, B = \{1, x+1, x+3\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같다. 집합 A 를 원소나열법으로 나타내면

$A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\} = \{1, x+1, x+3\}$ 이므로 $x = 1$ 이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

- ① $A = \emptyset$ 이면 집합 A 의 원소의 개수는 1 개 이다.
- ② 집합 A 의 원소의 개수보다 집합 B 의 원소의 개수가 많으면 $A \subset B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 집합 B 의 원소의 개수가 집합 A 의 원소의 개수보다 많다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 5\text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 4, 6, 8\}) - n(\{1, 2, 4, 6\}) = 0$ 이다.

해설

- ① $A = \emptyset$ 이면 집합 A 의 원소의 개수는 0 개 이다.
- ② 반례 : $\{3\} \not\subset \{4, 5\}$
- ③ 반례 : $\{2, 4\} \subset \{2, 4\}$, $n(\{2, 4\}) = n(\{2, 4\})$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 5\text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 2$ 이다.

4. 집합 $A = \{x \mid |x - 1| = 1\}$, $B = \{x \mid 2x - 1 < 9\}$, $C = \{x \mid -3 < x < 3\}$ 일 때, 세 집합 A, B, C 의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A \subset B \subset C$

② $A \subset C \subset B$

③ $B \subset A \subset C$

④ $B \subset C \subset A$

⑤ $C \subset A \subset B$

해설

$$|x - 1| = 1, x - 1 = \pm 1 \text{ 이므로 } x = 0, 2$$

$$\therefore A = \{0, 2\}$$

$$B = \{x \mid 2x - 1 < 9\} = \{x \mid 2x < 10\} = \{x \mid x < 5\}$$

$$C = \{x \mid -3 < x < 3\}$$

$$\therefore A \subset C \subset B$$

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 12를 포함하고 4를 포함하지 않는 부분집합이 아닌 것은?

① $\{12\}$

② $\{8, 12\}$

③ $\{12, 16\}$

④ $\{8, 12, 16\}$

⑤ $\{8, 12, 16, 20\}$

해설

$$A = \{4, 8, 12, 16\}$$

4, 12를 제외한 $\{8, 16\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면

원소가 0개인 부분집합 : $\emptyset$

원소가 1개인 부분집합 : $\{8\}, \{16\}$

원소가 2개인 부분집합 : $\{8, 16\}$

이고, 각각의 집합에 원소 12를 넣으면 원소 12를 포함하고 4를 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합이 된다.

6. 집합 $X = \{(x, y) \mid ax + by = 4\}$ 가 있다. $(3, 1) \in X$, $(-2, -2) \in X$ 인 관계를 만족시킬 때, 상수 $a + b$ 의 값을 구하면?

① -4

② -2

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$(3, 1) \in X$ 이므로 $3a + b = 4 \cdots \textcircled{㉠}$

마찬가지로 $(-2, -2) \in X$ 이므로

$-2a - 2b = 4 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에서 $a = 3$, $b = -5$

$\therefore a + b = -2$

7. 다음 중 집합에 관한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 집합 $A = \{\emptyset\}$ 일 때, $n(A) = 1$

② 집합 $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 0$

③ 집합 $C = \{x | x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(C) = 4$

④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = c$

⑤ $n(\{0, 1, 2\}) = 3$

해설

② 집합 $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 1$

④ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, b\}) = 3 - 2 = 1$

8. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, $B \subset A$ 를 만족하는 B 가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $B = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$

② $B = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$

③ $B = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

④ $B = \{x | x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 6 \text{의 배수}\}$

⑤ $B = \{x | x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

① $B = \{1, 2, 4, 8\}$

② $B = \{2, 4, 6, 8\}$

③ $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

④ $B = \{6, 12, 18, 24\}$

⑤ $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

9. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{보다 작은 소수}\}$ 의 부분집합 중에서 한 자리의 자연수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는?

① 4개

② 10개

③ 12개

④ 16개

⑤ 20개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3, 5, 7 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는

$$2^{8-4} = 2^4 = 16 \text{ (개)}$$

10. 자연수를 원소로 가지는 집합 S 가 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4-x) \in S$ 이다.' 를 만족한다. 이 때, 집합 S 의 개수는?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

집합 S 의 원소는 자연수이어야 하므로 x 가 자연수이어야 한다. 또한, 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4-x) \in S$ ' 로부터 x 가 S 의 원소이면 $(4-x)$ 도 S 의 원소이므로 $(4-x)$ 도 자연수이다. $1 \in S$ 이면 $(4-1) \in S$, 즉 $3 \in S$, $2 \in S$ 이면 $(4-2) \in S$, 즉 $2 \in S$, $3 \in S$ 이면 $(4-3) \in S$, 즉 $1 \in S$ 이므로 1과 3은 동시에 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아니어야 한다.

한편, 2는 혼자서 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아닐 수 있다.

따라서 두 집합 $S_1 = \{2\}$, $S_2 = \{1, 3\}$ 의 원소들을 동시에 갖거나 갖지 않는 모든 집합들을 보면 S_1 만을 가질 때에는 $\{2\}$, S_2 만을 가질 때에는 $\{1, 3\}$, S_1, S_2 를 모두 가질 때에는 $\{1, 2, 3\}$ 이다. 따라서 3개이다.