

1. 직선 $y = -2x + 4$ 에 평행하고, 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

- ① $y = \frac{1}{2}x + 1$ ② $y = -2x - \frac{1}{2}$ ③ $y = -2x - 2$
④ $y = -2x + 1$ ⑤ $y = 2x - 1$

해설

두 직선이 평행하므로 기울기가 같고 구하고자 하는 직선의 기울기는 -2

따라서 기울기가 -2 이고, 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y + 3 = -2(x - 2)$$

$$\therefore y = -2x + 1$$

2. 좌표평면 위의 점(2, 3)을 지나는 직선 l 이 두 점 A(-4, 1), B(2, -2)를 잇는 선분AB를 1 : 2로 내분할 때, 직선 l 의 y 절편은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

해설

선분 $\overline{AB}$ 를 1 : 2로 내분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot (-4)}{1 + 2}, \frac{1 \cdot (-2) + 2 \cdot 1}{1 + 2} \right)$$

$\therefore (-2, 0)$

직선 l 은 두 점 (2, 3), (-2, 0)을 지나므로

$$\text{그 방정식은 } y = \frac{3}{4}(x + 2)$$

$$\therefore y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$$

따라서 y 절편은 $\frac{3}{2}$ 이다.

3. 다음 중 x 절편이 -1 이고, y 절편이 2 인 직선의 방정식은?

① $x - 2y - 2 = 0$ ② $-x + 2y = 0$ ③ $x + y + 1 = 0$

④ $x + 2y + 2 = 0$ ⑤ $2x - y + 2 = 0$

해설

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow \therefore 2x - y + 2 = 0$$

4. 두 점 A(3, 2), B(a, b)를 지나는 직선이 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 과 직교하고, 그 교점은 선분 AB를 2 : 1로 내분한다. 이때, $3a + b$ 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 10

해설

직선 AB의 기울기는 2이므로

$$\frac{b-2}{a-3} = 2$$

$$b-2 = 2(a-3), \quad b = 2a-4 \dots\dots \textcircled{1}$$

$\overline{AB}$ 를 2 : 1로 내분하는 점은

$$\left(\frac{2a+1 \cdot 3}{2+1}, \frac{2b+1 \cdot 2}{2+1} \right) = \left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3} \right) \text{이고,}$$

이 점은 직선 $x + 2y - 3 = 0$ 위에 있으므로

$$\frac{2a+3}{3} + 2 \frac{2b+2}{3} - 3 = 0,$$

$$a + 2b - 1 = 0 \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면

$$a = \frac{9}{5}, \quad b = -\frac{2}{5}$$

$$\therefore 3a + b = 5$$

5. 원점에서 거리 1 이고, 점 (1, 2)를 지나는 직선의 방정식이 $ax + by + c = 0$ 으로 표현될 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, $b \neq 0$)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

점 (1, 2)를 지나는 직선은
 $y = m(x - 1) + 2$ 에서,
 $mx - y - m + 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$
여기서 (0, 0)에 이르는 거리가 1 이므로
 $\frac{|-m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1, |m - 2| = \sqrt{m^2 + 1}$
양변을 제곱하여 정리하면, $m = \frac{3}{4}$
 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면, $\frac{3}{4}x - y + \frac{5}{4} = 0,$
 $3x - 4y + 5 = 0$
 $\therefore a + b + c = 3 - 4 + 5 = 4$

6. 좌표평면 위에서 원점과 직선 $x - y - 3 + k(x + y) = 0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최댓값은? (단, k 는 상수이다.)

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$x - y - 3 + k(x + y) = 0$ 에서
 $(k + 1)x + (k - 1)y - 3 = 0$

원점에서 이 직선까지의 거리

$$f(k) = \frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2 + (k-1)^2}}$$
$$= \frac{3}{\sqrt{2(k^2 + 1)}}$$

따라서 $f(k)$ 는 분모가 최소일 때

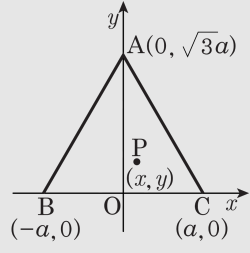
최대가 되므로 $f(k)$ 의 최댓값은

$$k = 0 \text{ 일 때 } \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

7. 좌표평면 위의 정삼각형 ABC에 대하여 $2\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 을 만족시키는 점 P의 자취는 어떤 도형을 그리는가?
- ① 삼각형 ② 직선 ③ 선분
 ④ 원 ⑤ 원 아닌 곡선

해설

그림과 같이 변 BC의 중점을 원점으로 하는 좌표축을 설정하고 점 C의 좌표를 $C(a, 0)$ 이라고 두면, $B(-a, 0)$, $A(0, \sqrt{3}a)$ 이다.



이 때, 점 P의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$$2\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \text{ 이므로}$$

$$2\{x^2 + 2(y - \sqrt{3}a)^2\}$$

$$= (x + a)^2 + y^2 + (x - a)^2 + y^2$$

$$\text{정리하여 간단히 하면, } y = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

∴ 직선

8. 다음 보기 중 직선 $y = -2x + 5$ 와 수직인 직선을 모두 고르면?

보기

㉠ $4x - 2y = 3$

㉡ $x - 2y = 1$

㉢ $y = \frac{1}{2}x + 3$

㉣ $y = -2x - 5$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉣

해설

직선 $y = -2x + 5$ 와 서로 수직이려면
기울기의 곱이 -1 이어야 한다.

따라서, 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 것은 ㉢, ㉣이다.

9. 점 (2, 1)와 직선 $y = 2x + 2$ 사이의 거리는?

- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ 2 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{2}$

해설

$y = 2x + 2$ 에서 $2x - y + 2 = 0$

∴ 구하는 거리는

$$\frac{|2 \times 2 - 1 \times 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

10. 세 직선 $2x - y - 4 = 0$, $x - 2y - 2 = 0$, $y = ax + 2$ 가 오직 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

세 직선이 한 점에서 만나려면 두 직선의 교점을 나머지 한 직선이 지나야 한다.

$$2x - y - 4 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$x - 2y - 2 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$y = ax + 2 \cdots \textcircled{3}$ 이라 할 때,

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 의 교점이 $\textcircled{3}$ 위에 있으면, 한 점에서 만나므로

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 를 연립하여 풀면 $x = 2$, $y = 0$

두 직선의 교점 $(2, 0)$ 이 직선 $y = ax + 2$ 를 지나면 한 점에서 만나므로

$$0 = 2a + 2, 2a = -2$$

$$\therefore a = -1$$