

1. 두 점 (8, 5), (3, - 7) 사이의 거리를 구하면?

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

$$\sqrt{(3-8)^2 + (-7-5)^2} = \sqrt{169} = 13$$

2. 두 점 A(1, -3), B(3, 7)에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 3으로 내분하는 점 P(a, b)와 2 : 3으로 외분하는 점 Q(c, d)에 대하여 $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① $-\frac{134}{5}$ ② $-\frac{116}{5}$ ③ $\frac{134}{5}$ ④ $\frac{116}{5}$ ⑤ 20

해설

$$P(a, b) = \left(\frac{2 \times 3 + 3 \times 1}{2 + 3}, \frac{2 \times 7 + 3 \times (-3)}{2 + 3} \right)$$

$$= \left(\frac{9}{5}, 1 \right)$$

$$Q(c, d) = \left(\frac{2 \times 3 - 3 \times 1}{2 - 3}, \frac{2 \times 7 - 3 \times (-3)}{2 - 3} \right)$$

$$= (-3, -23)$$

$$\therefore a + b + c + d = \frac{9}{5} + 1 - 3 - 23$$

$$= -\frac{116}{5}$$

3. $\triangle ABC$ 의 두 꼭짓점이 $A(0, 1), B(2, 0)$ 이고 무게중심이 $G(2, 1)$ 일 때, 꼭짓점 C 의 좌표를 구하면?

① $(-1, 2)$

② $(1, 0)$

③ $(2, 1)$

④ $(3, 2)$

⑤ $(4, 2)$

해설

꼭짓점 C 의 좌표를 (a, b) 라 하면

$\triangle ABC$ 의 두 꼭짓점이 $A(0, 1), B(2, 0)$ 이고

무게중심이 $G(2, 1)$ 이므로

$$\frac{0+2+a}{3}=2, \frac{1+0+b}{3}=1$$

$$\therefore a=4, b=2$$

$$\therefore C(4, 2)$$

4. 수직선 위의 두 점 $A(a), B(b)(a > b)$ 사이의 거리 $\overline{AB}$ 는 5이고 점 $C(a + b)$ 의 좌표를 -1 이라 할 때, 점 $D(a - b)$ 의 좌표는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$a > b$ 일때, $A(a), B(b)$ 사이의 거리는 $a - b$ 이므로, $a - b = 5$
따라서 $D(a - b)$ 의 좌표는 5

5. 두 점 A(-3, 2), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P의 좌표는?

① (-3, 0)

② (1, 0)

③ (2, 0)

④ (-1, 0)

⑤ (5, 0)

해설

x 축 위의 점을 P(x , 0)라 하면

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 에서 $\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$ 이므로

$$(x+3)^2 + (0-2)^2 = (x-4)^2 + (0-5)^2$$

$$14x = 28$$

따라서 $x = 2$ 즉, P(2, 0)

6. 두 점 A(3, 0), B(0, 2)에 대하여 $\overline{PA}^2 - \overline{PB}^2 = 5$ 를 만족하는 점 P의 자취의 방정식은?

① $-3x + 2y + 9 = 0$

② $3x + 2y = 0$

③ $6x - 4y + 9 = 0$

④ $-3x + 2y = 0$

⑤ $-6x + 4y - 5 = 0$

해설

구하는 점을 P(x, y)라 하면

$\overline{PA}^2 - \overline{PB}^2 = 5$ 에서

$$(x-3)^2 + y^2 - \{x^2 + (y-2)^2\} = 5$$

정리하면 $-6x + 4y = 0$

$$\therefore -3x + 2y = 0$$

7. 좌표평면 위의 세 점 A(3, 3), B(-3, 0), C(3, 0) 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 의 값이 최소가 되는 점을 P(a , b) 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & \overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2 \\ &= (a-3)^2 + (b-3)^2 + (a+3)^2 + b^2 + (a-3)^2 + b^2 \\ &= 3(a^2 + b^2 - 2a - 2b + 12) \\ &= 3(a-1)^2 + 3(b-1)^2 + 30 \end{aligned}$$

따라서 $a = 1$, $b = 1$ 일 때, 최솟값 30 을 갖는다.

$$\therefore a + b = 2$$

8. 세 점 A(6, 2) B(0, -6), C(7, -5)를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 외심의 좌표를 (a, b) 라 할 때, 3ab 의 값을 구하면?

- ① -24
- ② -18
- ③ -12
- ④ 9
- ⑤ 21

해설

$\overline{BC}^2 + \overline{CA}^2 = \overline{AB}^2$ 이므로 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.
∴ 빗변 $\overline{AB}$ 의 중점이 외심이다.
 $\left(\frac{6+0}{2}, \frac{2+(-6)}{2}\right) = (3, -2)$
∴ $3ab = -18$

9. 점 $P(a, b)$ 가 직선 $y = 3x + 2$ ($-1 \leq x \leq 2$) 위를 움직일 때, 점 $Q(a + b, a - b)$ 가 나타내는 자취의 길이는?

- ① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $5\sqrt{5}$ ⑤ $6\sqrt{5}$

해설

점 $P(a, b)$ 가 직선 $y = 3x + 2$ 위의 점이므로

$$b = 3a + 2 \text{ (단, } -1 \leq a \leq 2) \cdots \textcircled{1}$$

이 때, 점 $Q(a + b, a - b)$ 에서

$$a + b = X, a - b = Y \text{로 놓고}$$

a, b 를 X, Y 로 나타내면

$$a = \frac{X + Y}{2}, b = \frac{X - Y}{2}$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\frac{X - Y}{2} = \frac{3X + 3Y}{2} + 2$$

$$\therefore X + 2Y + 2 = 0$$

$$\text{한편, } X = a + b = a + (3a + 2) = 4a + 2 \text{ 이고}$$

$$-1 \leq a \leq 2 \text{ 이므로 } -2 \leq 4a + 2 \leq 10$$

$$\therefore -2 \leq X \leq 10$$

따라서 점 $Q(x, y)$ 는

직선 $x + 2y + 2 = 0$ (단, $-2 \leq x \leq 10$) 위를 움직인다.

그런데 $x = -2$ 일 때, $y = 0$

$x = 10$ 일 때, $y = -6$ 이므로

구하는 자취의 길이는 두 점 $(-2, 0), (10, -6)$ 을 이은 선분의 길

이와 같다.

$$\therefore \sqrt{(10 + 2)^2 + (-6)^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

10. 좌표평면 위에 있는 세 점 A(2, 10), B(-8, -14), C(10, 4)를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC가 있다. $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라고 할 때, D의 좌표는?

- ① D(5, 1) ② D(5, -1) ③ D(-5, 1)
 ④ D(-5, -1) ⑤ D(2, -3)

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AD}$ 가 각의 이등분선일 때,
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이다.
 $\overline{AB} = 26, \overline{AC} = 10$ 이고
 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이므로
 D는 $\overline{BC}$ 를 13 : 5로 내분하는 점이다.
 $D\left(\frac{13 \times 10 + 5 \times (-8)}{13 + 5}, \frac{13 \times 4 + 5 \times (-14)}{13 + 5}\right)$
 $\therefore D(5, -1)$