1. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{3, 4\}$ 일 때, $(A^c \cup B) \cap A = \{3\}$ 을 만족시키는 집합 B 의 개수는?

- ① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$(A^c \cup B) \cap A = (A^c \cap A) \cup (B \cap A) = B \cap A$, $B \cap A = \{3\}$ 이므로 집합 B 는 3을 포함하고 4를 포함하지 않는 U 의 부분집합이다. 따라서 $\{0, 1, 2\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
 $\therefore 2^3 = 8$ (개)

2. 실수 a, b 에 대하여 $ax + b = 0$ 이 x 에 대한 항등식이 되기 위한 필요충분조건을 다음 중 보기에서 모두 고르면 ?

보기

㉠ $a^2 + b^2 = 0$

㉡ $ab = 0$

㉢ $a + bi = 0$

㉣ $a + b\sqrt{3} = 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$ax + b = 0$ 이 x 에 대한 항등식 $\leftrightarrow a = 0, b = 0$

㉠ $a^2 + b^2 = 0 \leftrightarrow a^2 = 0, b^2 = 0 \leftrightarrow a = 0, b = 0$

㉡ $ab = 0 \leftrightarrow a = 0$ 또는 $b = 0$

㉢ $a + bi = 0 \leftrightarrow a = 0, b = 0$

㉣ (반례) $a = \sqrt{3}, b = -1 \Rightarrow a + b\sqrt{3} = 0$

$\therefore$ ㉠, ㉣

3. 지우네 반 학생 30 명 중 게임기를 가진 학생은 21 명, 휴대전화기를 가진 학생은 19 명, 둘 다 가지고 있는 학생은 11 명이다. 이 때, 휴대전화기만 가지고 있는 학생 수는?

① 8명 ② 11명 ③ 19명 ④ 21명 ⑤ 30명

해설

지우네 반 학생의 집합을 U , 게임기를 가진 학생의 집합을 A , 휴대전화기를 가진 학생의 집합을 B 라 하면
 $n(U) = 30, n(A) = 21, n(B) = 19, n(A \cap B) = 11$ 이다.
휴대전화기만 가진 학생의 집합은 $B - A$ 이므로
 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 11 = 8$ 이다.

4. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 조건을 만족하는 집합 B 의 개수는?

$$B \subset A, \{2, 3\} \subset B, n(B) = 4$$

- ① 4개 ② 6개 ③ 8개 ④ 10개 ⑤ 12개

해설

$$A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

$$B \subset A, \{2, 3\} \subset B, n(B) = 4 \text{ 이므로}$$

$$B = \{1, 2, 3, 6\}, \{1, 2, 3, 9\}, \{1, 2, 3, 18\},$$

$$\{2, 3, 6, 9\}, \{2, 3, 6, 18\}, \{2, 3, 9, 18\}$$

5. 자연수의 집합에서 자연수 k 의 배수의 집합을 S_k 로 표시할 때, $(S_4 \cap S_6) \supset S_k$ 일 때, k 의 최솟값을 k_1 , $(S_4 \cup S_6) \subset S_k$ 일 때, k 의 최댓값을 k_2 라 할 때, $k_1 + k_2$ 의 값은?

- ① 2 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 14

해설

$(S_4 \cap S_6) \supset S_{12}$ (12는 4와 6의 최소공배수)

$\therefore$ 최솟값 : 12

$(S_4 \cup S_6) \subset S_2$ (2는 4와 6의 최대공약수)

$\therefore$ 최댓값 : 2

$\therefore k_1 + k_2 = 14$

6. 다음을 만족하는 집합 A 의 원소가 될 수 없는 것은?

- ㉠ 모든 원소는 자연수이다.
- ㉡ $2 \in A, 6 \in A$
- ㉢ $a + b \in A, a \in A, b \in A$

- ① 4 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2 \in A, 6 \in A$ 이므로
 $2 + 2 = 4 \in A, 2 + 6 = 8 \in A$
 $4 + 6 = 10 \in A, 6 + 6 = 12 \in A$

7. 다음 중 두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건만 되는 것은? (단, x, y 는 실수, A, B 는 집합이다.)

① $p: x^2 - 4x + 4 = 0, q: x^2 - 3x + 2 = 0$

② $p: x$ 는 8의 양의 약수, $q: x$ 는 6의 양의 약수

③ $p: |x| < 1, q: x^2 - 1 < 0$

④ $p: |x + y| = |x| + |y|, q: x = y$

⑤ $p: A - B = A, q: A \cap B = \emptyset$

해설

주어진 명제는 거짓이고 역은 참인 것을 고른다.

- ① 충분조건
- ② 아무런 조건 아님
- ③ 필요충분조건
- ⑤ 필요충분조건

8. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수 중 약수가 } 2 \text{개인 수}\}$ 에 대하여 $P = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in B\}$,
 $Q = \{x \mid x = a \times b, a \in A, b \in B\}$ 일 때,
 $P \cap Q$ 를 원소나열법으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: {3, 4, 5, 6}

해설

$$A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\}$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수 중 약수가 } 2 \text{개인 수}\} = \{2, 3, 5\}$$

먼저 집합 P 의 원소를 구해보면 다음과 같다.

$B \setminus A$	1	2	4
2	3	4	6
3	4	5	7
5	6	7	9

$$\therefore P = \{3, 4, 5, 6, 7, 9\}$$

다음으로 집합 Q 의 원소를 구해보면 다음과 같다.

$B \setminus A$	1	2	4
2	2	4	8
3	3	6	12
5	5	10	20

$$\therefore Q = \{2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 20\}$$

$$\text{그러므로 } P \cap Q = \{3, 4, 5, 6\}$$