

1. 다음에서 집합이 아닌 것을 모두 골라라.

- ㉠ 6의 약수의 모임

㉡ 100보다 큰 수 중에 100에 가까운 수들의 모임

㉢ 100보다 큰 모든 자연수들의 모임

㉣ 우리 반에서 키가 제일 큰 학생의 모임

㉤ 잘생긴 남학생의 모임

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

㉡ ‘가까운’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

㉤ ‘잘생긴’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

2. 8의 약수의 집합을 A , 12의 약수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $1 \in A, 1 \in B$ ② $2 \in A, 2 \in B$ ③ $4 \in A, 4 \notin B$
④ $4 \in A, 6 \in B$ ⑤ $7 \notin A, 11 \notin B$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $4 \in A$, $4 \in B$ 이다.

3. 다음 안에 알맞은 한 자리 자연수의 합은?

보기

$$\{x \mid x \text{는 } 3\text{의 배수}\} \supset \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$$

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 15 ⑤ 18

해설

3의 배수는 3, 6, 9, 12, ... 이므로
보기를 만족하는 한 자리의 자연수는 3, 6, 9 이다. 따라서 자연
수의 합은 18 이다.

4. 2007의 약수 전체의 집합을 A , 자연수에서 홀수 전체의 집합을 B , 자연수에서 짝수 전체의 집합을 C 라 할 때, $(A \cap B) \cap C$ 와 같은 집합은?

① A

② B

③ C

④ $B \cap C$

⑤ $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

해설

A, B, C 의 교집합은 공집합이 된다.

즉, B 와 C 의 교집합 역시 공집합이므로 답은 ④가 된다.

5. 다음 중 부분집합의 개수가 8개가 아닌 것은?

- ① $\{a, b, c\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$

해설

- ① $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

6. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{보다 크고 } 27 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32개

해설

$A = \{14, 15, 16, \dots, 26\}$ 의 부분집합 중 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수 15, 17, 19, 21, 23, 25는 포함하지 않는 부분집합의 개수는
 $2^{13-2-6} = 2^5 = 32$ (개)

7. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 9 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{x|x \text{는 짝수}\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은?

① $\{1\}$

② $\{1, 5\}$

③ $\{1, 3\}$

④ $\{3, 5, 7\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

A^c 과 B^c 을 각각 구한 후, 교집합을 구한다.

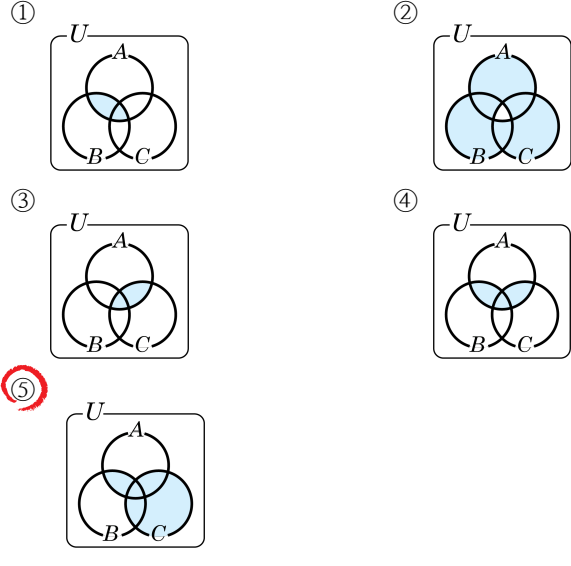
$$A^c = U - A, B^c = U - B$$

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 4, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로

$$A^c = \{3, 5, 7, 8\}, B^c = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$\therefore A^c \cap B^c = \{3, 5, 7\}$$

8. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $(A \cap B) \cup \{C \cap (A^c \cup B^c)\}$ 을 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?



해설

$$\begin{aligned}
 & (A \cap B) \cup \{C \cap (A^c \cup B^c)\} \\
 &= (A \cap B) \cup \{C \cap (A \cap B)^c\} \\
 &= \{(A \cap B) \cup C\} \cap \{(A \cap B) \cup (A \cap B)^c\} \\
 &= (A \cap B) \cup C
 \end{aligned}$$

9. 두 집합 $A = \{1, a, b, 15\}$, $B = \{2, 3a, b-2\}$ 에 대하여 $A - B = \{3, 5\}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$A - B = \{3, 5\}$ 이므로 3과 5는 집합 A 의 원소이다. $3 \in A, 5 \in A$ 이다.
따라서 $a = 3$ 또는 $a = 5$ 이다.
(i) $a = 3$ 이면 $b = 5$ 이다.
따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{2, 3, 9\}$ 이다.
이 때, $A - B = \{1, 5, 15\}$ 이므로 성립한다.
(ii) $a = 5$ 이면 $b = 3$ 이다.
따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{1, 2, 15\}$ 이다.
이 때, $A - B = \{3, 5\}$ 이므로 성립한다.
 $\therefore a = 5, b = 3$

10. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{7, 9, 10\}$ 이고, $n(A \cup X) = 5, n((A - B) \cap X) = 3$ 일 때, 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$n(A \cup X) = 5$ 에서 $n(A) = 5$ 이므로 $A \cup X = A$, 즉 $X \subset A$ 가 된다.

또, $n((A - B) \cap X) = n(\{1, 3, 5\} \cap X) = 3$ 에서 $(A - B) \subset X$ 이다. 따라서 $(A - B) \subset X \subset A$ 이므로

1, 3, 5 를 반드시 포함하는 A 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

11. 전체 집합 U 의 세 부분 집합 A, B, C 에 대하여 다음 <보기> 중 항상 옳은 것을 바르게 고른 것은?

보기

- ㉠ $(A \cap B) \cup (A - B) = A$
- ㉡ $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = U$
- ㉢ $(A - B) - C = A \cap B^c \cap C^c$
- ㉤ $A \cap (A^c \cup B) = A \cup B$

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉡
- ③ ㉡, ㉢, ㉤
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉤

해설

- ㉠ $(A \cap B) \cup (A \cup B^c) = A \cap (B \cup B^c) = A \cap U = A$
- ㉡ $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = (A \cup B \cap A) \cup (A \cup B \cap B^c) = A \cup A = A$
- ㉢ $(A - B) - C = (A \cap B^c) - C = A \cap B^c \cap C^c$
- ㉤ $A \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B) = A \cap B$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 43, n(B) = 28, n(A \cup B) = 50$ 일 때, $n(A - B) + n(B - A)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$$n(A - B) = n(A \cup B) - n(B) = 50 - 28 = 22$$

$$n(B - A) = n(A \cup B) - n(A) = 50 - 43 = 7$$

$$\therefore n(A - B) + n(B - A) = 22 + 7 = 29$$

13. 두 집합 $A = \{0, 1, \{\emptyset\}, \{0, 1, \emptyset\}\}$, $B = \{a, b, \{a, b, c\}\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 를 구하면?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

집합 안에 집합이 포함되어 있을 경우 포함된 집합을 하나의 원소로 여기어 원소의 개수를 센다.

$n(A) = 4, n(B) = 3$ 이므로 $n(A) - n(B) = 1$ 이다.

14. 집합 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 2a\}$, $B = \{x \mid 1-a \leq x < 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = A$ 일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

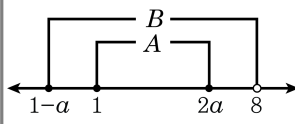
해설

$$A \cap B = A \Rightarrow A \subset B$$

$$\therefore 1-a \leq 1 \text{ 그리고 } 2a < 8$$

$$\Rightarrow 0 \leq a < 4, \ a = 0, 1, 2, 3$$

따라서 정수 a 의 개수는 4개이다.



15. 집합 $A = \{x|x \leq 12 \text{인 자연수}\}$, $B = \{x|x \text{는 소수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$(A \cap B) \cap X = X, \quad n(X) = 2$$

▶ 답: 개

▶ 정답 : 10 개

해설

$$A \cap B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$

$$(A \cap B) \cap X = X \circledast \mid \text{므로 } X \subset (A \cap B)$$

따라서 집합 X 는 $A \cap B$ 의 부분집합 중에서 원소가 2개인 부분 집합이므로

$\{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{2, 11\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{3, 11\}, \{5, 7\}, \{5, 11\}, \{7, 11\}$ 의 10 개이다.

16. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{2, 4, 5, 8\}$, $C = \{x \mid x \text{는 홀수}\}$ 일 때, $A \cap (B \cup C)$ 는?

- ① {2, 4} ② {2, 3, 4}
- ③ {2, 3, 4, 5} ④ {1, 2, 3, 4, 5}
- ⑤ {1, 2, 3, 4, 5, 8}

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, B = \{2, 4, 5, 8\}, C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$$
$$A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, \dots\} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

17. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 12\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 5, 6, 9, 12\}$, $A \cap B = \{6, 9, 12\}$ 가 성립할 때 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{6, 8, 9, 12\}$ ② $\{6, 8, 9, 10, 12\}$
③ $\{5, 6, 8, 12\}$ ④ $\{1, 5, 6, 9\}$
⑤ $\{6, 9, 12\}$

해설

$\{6, 9, 12\} \subset B \subset \{3, 6, 8, 9, 10, 12\}$ 이므로 집합 B 는 원소 6, 9, 12 은 반드시 포함하는 집합이다.
따라서 ③, ④ 은 B 가 될 수 없다.

19. $1 \leq x \leq 216$ 인 자연수 x 에 대하여 집합 X 를 $X = \left\{ x \mid \frac{x}{216} \text{는 기약분수} \right\}$ 라 할 때, $n(X)$ 의 값은? (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.)

- ① 64 ② 66 ③ 68 ④ 70 ⑤ 72

해설

$n(X)$ 는 216과 서로소인 정수의 개수이다.
 $216 = 2^3 \cdot 3^3$ 이므로 A 를 2의 배수, B 를 3의 배수라 하면
 $n(X) = 216 - (n(A) + n(B) - n(A \cap B))$
 $= 216 - (108 + 72 - 36) = 72$

20. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 집합 $A_n = \{x|x \text{는 } n \text{의 배수}\}$ 이라고 정의한다. 다음 중 옳지 않은 것은 ?

① $A_4 \subset A_2$

② $A_6 \subset A_2$

③ $A_2 \cap A_5 = A_{10}$

④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24}$

⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6$

해설

- ① $A_4 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 4 의 배수는 2 의 배수이므로 옳다.
- ② $A_6 \subset A_2 \rightarrow$ 모든 6 의 배수는 2 의 배수이므로 옳다.
- ③ $A_2 \cap A_5 = A_{10} \rightarrow$ 2 와 5 의 공배수의 집합은 10 의 배수의 집합과 같으므로 옳다.
- ④ $A_3 \cap A_4 \subset A_{24} \rightarrow A_3 \cap A_4 = A_{12}$ 이므로 $A_{24} \subset A_{12}$ 따라서 틀렸다.
- ⑤ $A_2 - A_3 = A_2 - A_6 \rightarrow$ 2 의 배수에서 3 의 배수를 제외한 것은 6 의 배수를 제외한 것과 같으므로 옳다.