

1. 복소수 $\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i}$ 가 실수가 되도록 하는 실수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i} &= \frac{(3+i)(1-i) + (1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{4-2i + (a+1) + (a-1)i}{2} \\ &= \frac{a+5 + (a-3)i}{2}\end{aligned}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로 $a-3=0$

$\therefore a=3$

2. $(\sqrt{3}-i)^2 \times (\sqrt{12}+2i)^2$ 을 간단히 하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답:

▷ 정답: 64

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (\sqrt{3}-i)^2 \times (2\sqrt{3}+2i)^2 \\ &= 2^2 \times \{(\sqrt{3}-i)(\sqrt{3}+i)\}^2 \\ &= 2^2 \times 4^2 = 2^2 \times 2^4 = 2^6 \\ &= 64\end{aligned}$$

3. 복소수 $z = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$ 에 대하여 z^2 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $z^2 = i$

해설

$$z = \frac{1+i}{\sqrt{2}} \text{ 이므로 } z^2 = \frac{1+2i-1}{2} = i$$

4. 복소수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 찾으시오.

- ① $2+i$ 의 허수 부분은 $2i$ 이다.
- ② $-5i$ 는 순허수이다.
- ③ i^3 은 허수이다.
- ④ $1+\sqrt{3}i$ 의 켈레복소수는 $1-\sqrt{3}i$ 이다.
- ⑤ $1-\frac{1}{i}$ 는 실수이다.

해설

- ① $2+i$ 의 허수부분 : i (×)
- ② $-5i$ 는 순허수 (○)
- ③ $i^3 = -i$ 허수 (○)
- ④ $\overline{1+\sqrt{3}i} = 1-\sqrt{3}i$ (○)
- ⑤ $1-\frac{1}{i} = 1+i$ 복소수 (×)

5. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $a \geq 0, b < 0$ ② $a > 0, b > 0$ ③ $a \geq 0, b > 0$
④ $a < 0, b < 0$ ⑤ $a \leq 0, b < 0$

해설

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 성립할 조건은 $b < 0$ 이고 $a \geq 0$ 일 때이다.

6. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.)

보기

- ㉠ $z \cdot \bar{z}$ 는 실수이다.
 ㉡ $z + \bar{z}$ 는 실수이다.
 ㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다.
 ㉣ $(z+1)(\bar{z}+1)$ 은 실수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

㉠ $z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$ (실수)

㉡ $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (실수)

㉢ $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

㉣ $(z+1)(\bar{z}+1) = (a + bi + 1)(a - bi + 1)$
 $= (a + 1 + bi)(a + 1 - bi)$
 $= (a + 1)^2 + b^2$ (실수)

7. $x = -2 - i$ 일 때, $x^2 + 4x + 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x = -2 - i$ 에서 $x + 2 = -i$ 의 양변을 제곱하면

$(x + 2)^2 = (-i)^2$ 이므로

$x^2 + 4x = -5$

$\therefore x^2 + 4x + 10 = -5 + 10 = 5$

8. $\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}}$ 의 값은?

① $1-\sqrt{2}$

② $-1-\sqrt{2}$

③ $(1+\sqrt{2})i$

④ $-(1+\sqrt{2})i$

⑤ $(1-\sqrt{2})i$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}} &= \frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{1}{i} \\ &= (\sqrt{2}+1) \times (-i) \\ &= -(1+\sqrt{2})i\end{aligned}$$

9. $a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$ 가 순허수가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & a^2(1+i) + a(2+i) - 8 - 6i \\ &= (a^2 + 2a - 8) + i(a^2 + a - 6) \\ &= (a+4)(a-2) + i(a+3)(a-2) \end{aligned}$$

만약에 $a=2$ 가 되면 실수가 된다.
 $a \neq 2, \therefore a = -4$

10. $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{200} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{200}$ 을 간단히 하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2 &= i & \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 &= -i \\ \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{200} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{200} &= i^{100} + (-i)^{100} \\ &= (i^4)^{25} + ((-i)^4)^{25} \\ &= 1 + 1 = 2\end{aligned}$$