

1. 다음 수의 제곱근 중 근호가 없는 수로 나타낼 수 있는 것은?

- ① 2 ② 5 ③ 10 ④ $\sqrt{16}$ ⑤ 20

해설

- ① $\pm\sqrt{2}$
② $\pm\sqrt{5}$
③ $\pm\sqrt{10}$
④ ± 2
⑤ $\pm 2\sqrt{5}$

2. $\sqrt{25}$, $\sqrt{(-6)^2}$ 을 근호를 사용하지 않고 차례대로 바르게 나타낸 것은?

① 5, 6

② 5, -6

③ 5, 36

④ 25, 36

⑤ 25, -36

해설

$$\sqrt{25} = 5, \sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6$$

∴ 5, 6

3. $\sqrt{\frac{50}{3}}x$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 정수 x 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = 6$

해설

$\frac{50}{3}x = \frac{2 \times 5^2 \times x}{3}$ 이므로 $x = 2 \times 3 = 6$ 이다.

4. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $6 - 4\sqrt{2}$

② $-4\sqrt{2}$

③ 6

④ 0

⑤ $-6 + 4\sqrt{2}$

해설

$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로

$$|3 - 2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2} - 3|$$

$$= 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 = 0$$

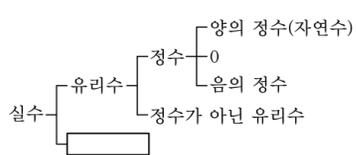
5. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sqrt{9}$ 는 무리수이다.
- ② 순환소수는 유리수이다.
- ③ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ④ 3.14 는 무리수이다.
- ⑤ 근호를 사용하여 나타낸 수는 모두 무리수이다.

해설

- ① $\sqrt{9}$ 는 유리수이다.
- ② 순환소수는 유리수이다.
- ③ 무한소수 중 비순환소수는 무리수이다.
- ④ 3.14 는 유리수이다.
- ⑤ 근호를 사용하여 나타낸 수 중에 무리수가 아닌 수도 있다.
예) $\sqrt{4} = 2$

6. 다음 중 안의 수에 해당하지 않는 것은?



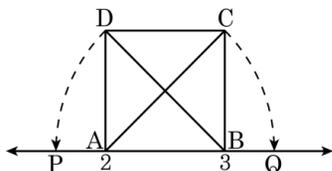
- ① $\sqrt{5} + 1$ ② $-\frac{\pi}{2}$ ③ $\sqrt{0.9}$
 ④ $-\sqrt{2.89}$ ⑤ $0.1234\dots$

해설

빈칸에 들어갈 용어는 무리수이다.
 무리수가 아닌 것을 찾는다.

$$\textcircled{4} -\sqrt{2.89} = -\sqrt{\frac{289}{100}} = -\sqrt{\left(\frac{17}{10}\right)^2} = -\frac{17}{10}$$

7. 다음 그림에서 \overline{AB} 를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 가 있다.
 $\overline{AC} = \overline{AQ} = \overline{BD} = \overline{BP}$ 일 때, PQ 의 길이를 구하면?



- ① 5 ② $1 + 2\sqrt{2}$ ③ $-1 + 2\sqrt{2}$
 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $5 + 2\sqrt{2}$

해설

$\overline{AC} = \overline{DB} = \sqrt{2}$
 $Q = 2 + \sqrt{2}, P = 3 - \sqrt{2}$ 이므로
 두 점 P, Q사이의 거리는 $2 + \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 1$

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 무리수를 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한 소수이다.
- ② 두 무리수 $-\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ③ 두 정수 -1 과 3 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
- ④ (무리수) + (무리수) = (무리수) 이다.
- ⑤ 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.

해설

④ $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 무리수와 무리수의 합은 유리수가 될 수도 있다.

9. 다음은 $a = 4\sqrt{2}$, $b = 3\sqrt{6}$ 의 대소를 비교하는 과정이다.
안에 알맞은 것을 순서대로 넣은 것은?

$$\begin{aligned} a \square b &= 4\sqrt{2} - \square \\ &= \sqrt{32} - \sqrt{54} \square 0 \\ \therefore a \square b \end{aligned}$$

- ① $+$, $3\sqrt{6}$, $<$, $>$ ② $+$, $4\sqrt{2}$, $>$, $>$
③ $-$, $3\sqrt{6}$, $>$, $>$ ④ $-$, $4\sqrt{2}$, $<$, $<$
⑤ $-$, $3\sqrt{6}$, $<$, $<$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= (4\sqrt{2}) - (3\sqrt{6}) \\ &= \sqrt{32} - \sqrt{54} < 0 \\ \therefore a < b \text{ 이다.} \end{aligned}$$

10. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sqrt{64a^2} - \sqrt{a^2} = 7a$

② $\sqrt{(11a)^2} + \sqrt{(-11a)^2} = 0$

③ $-\sqrt{169a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -10a$

④ $(-\sqrt{3a})^2 - (-\sqrt{7a})^2 = 10a$

⑤ $(-\sqrt{2a})^2 + (-\sqrt{a^2}) = a$

해설

② $\sqrt{(11a)^2} + \sqrt{(-11a)^2} = 11a + 11a = 22a$

③ $-\sqrt{169a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -13a - 3a = -16a$

④ $(-\sqrt{3a})^2 - (-\sqrt{7a})^2 = 3a - 7a = -4a$

11. $-3 < x < 3$ 일 때, $2\sqrt{(x-3)^2} - \sqrt{4(x+3)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4x$

② $-2x-6$

③ 0

④ $6x$

⑤ $6x+6$

해설

$$\begin{aligned} & -6 < x-3 < 0, 0 < x+3 < 6 \text{ 이므로} \\ \text{(주어진 식)} & = -2(x-3) - 2(x+3) \\ & = -2x+6 - 2x-6 \\ & = -4x \end{aligned}$$

12. $\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수는?

- ① 5 ② 70 ③ 81 ④ 89 ⑤ 99

해설

$11+x$ 가 제곱수가 되어야 한다.

$\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 큰 두 자리 x 값은

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{81} \quad \therefore x = 70$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{100} \quad \therefore x = 89$$

$$\sqrt{11+x} = \sqrt{121} \quad \therefore x = 110$$

110은 세자리 수 이므로 $x = 89$ 이다.

13. $12 < \sqrt{3x+40} < 15$ 일 때, $\sqrt{3x+40}$ 을 정수가 되게 하는 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 43$

▷ 정답: $x = 52$

해설

$$12 < \sqrt{3x+40} < 15$$

$$3x+40 = 13^2 = 169, x = 43$$

$$3x+40 = 14^2 = 196, x = 52$$

14. $2 < \sqrt{4n} < 5$ 를 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 5개

해설

$2 < \sqrt{4n} < 5$ 에서 각 변을 제곱하면

$$4 < 4n < 25, 1 < n < \frac{25}{4}$$

$$\therefore n = 2, 3, 4, 5, 6$$

16. 다음 중 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{0.9}, 2\sqrt{6}, \sqrt{0.04}, \sqrt{\frac{2}{4}}, \sqrt{9} - \sqrt{3}$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 3개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$\sqrt{0.9} = \sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$, $\sqrt{0.04} = 0.2$ 유리수이다.

따라서 $2\sqrt{6}$, $\sqrt{\frac{2}{4}}$, $\sqrt{9} - \sqrt{3}$ 이 무리수이다.

17. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수로 나타낼 수 있는 것은 모두 몇 개인가?

보기

$$\sqrt{150}, \sqrt{81}, \sqrt{0.4}, \sqrt{3}-0.7$$
$$\sqrt{\pi^2}, -\sqrt{1.21}, -\sqrt{11}, -\sqrt{225}$$

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
 $\sqrt{150}, \sqrt{0.4}, \sqrt{3}-0.7, \sqrt{\pi^2}, -\sqrt{11}$ 의 5 개이다.

18. 다음 중 각 식을 만족하는 x 의 값이 무리수인 것을 모두 고르면?

$\text{㉠ } x^2 = 9$	$\text{㉡ } x^2 = 121$	$\text{㉢ } x^2 = \frac{16}{25}$
$\text{㉣ } x^2 = \frac{8}{49}$	$\text{㉤ } x^2 = 7$	

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉣ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

$\text{㉠ } x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$
 $\text{㉡ } x^2 = 121 \Rightarrow x = \pm 11$
 $\text{㉢ } x^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow x = \pm \frac{4}{5}$
 $\text{㉣ } x^2 = \frac{8}{49} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{8}}{7}$
 $\text{㉤ } x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm \sqrt{7}$

19. 다음 설명 중 옳지 않는 것을 모두 고르면?

- ① 무한소수는 모두 무리수이다.
- ② 근호가 벗겨지는 수는 유리수이다.
- ③ $\sqrt{99} = 33$ 이므로 유리수이다.
- ④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
- ⑤ $\frac{\text{(정수)}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 꼴로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수이다.

해설

① 반례로 $0.\dot{i}i = \frac{11}{99} = \frac{1}{9}$ 이므로 유리수이다.

③ $\sqrt{99} = 3\sqrt{11}$ 이므로 무리수이다.

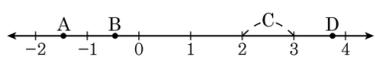
20. 다음 중 옳은 것은?

- ① 무한소수는 무리수이다.
- ② 유리수는 유한소수이다.
- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 유리수가 되는 무리수도 있다.
- ⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

- ① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
- ② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수(순환소수)도 있다.
- ④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
- ⑤ $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내었어도 유리수이다.

21. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 틀린 것을 모두 고르면?



- ① $\sqrt{15}$ 는 3 과 4 사이에 위치한다.
- ② $-\sqrt{2}$ 는 점 B 에 위치한다.
- ③ A 와 B 사이에는 무한 개의 유리수가 존재한다.
- ④ $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}$ 중 구간 C 에 속하는 무리수는 모두 7 개이다.
- ⑤ $2\sqrt{3}$ 에 대응하는 점은 D 이다.

해설

- ② $-\sqrt{2}$ 는 점 A 에 위치한다.
- ④ $\sqrt{4}$ 는 무리수가 아니다.

22. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm \sqrt{x}$ 이다.
- ㉡ x 가 제곱근 9이면 $x = 3$ 이다.
- ㉢ 7.5의 제곱근은 존재하지 않는다.
- ㉣ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉡, ㉣
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉠, ㉡, ㉣
- ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm \sqrt{a}$ 이다.
- ㉡ 7.5의 제곱근은 $\pm \sqrt{7.5}$ 이다.
- ㉣ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

23. $\sqrt{(-1)^2}$ 의 음의 제곱근을 a , $6\sqrt{3\sqrt{144}}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $3a+2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 = (\pm 1)^2$$

$$\therefore a = -1$$

$$6\sqrt{3\sqrt{144}} = 6\sqrt{3 \times 12} = 6 \times 6 = 36 = (\pm 6)^2$$

$$\therefore b = +6$$

$$3a + 2b = 3 \times (-1) + 2 \times 6 = -3 + 12 = 9$$

24. $-2 < x < 0$ 일 때, $\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{x^2} + \sqrt{(3-x)^2}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-x+5$

해설

$x+2 > 0, x < 0, 3-x > 0$ 이므로
(준식) $= x+2-x+3-x = -x+5$

25. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

26. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

27. 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 n 에 대하여 \sqrt{n} 이 무리수인 n 의 개수는?

- ① 11 개 ② 10 개 ③ 9 개 ④ 8 개 ⑤ 7 개

해설

7 ~ 14 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.
7, 8, 10, 11, 12, 13, 14 (7개)

28. 5의 음의 제곱근을 a , 2의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $\sqrt{-a^2+3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

$$\begin{aligned} a &= -\sqrt{5}, b = \sqrt{2} \\ \sqrt{-a^2+3b^2} - \sqrt{(a^2 \times b^2)^2} \\ &= \sqrt{-(-\sqrt{5})^2 + 3(\sqrt{2})^2} \\ &\quad - \sqrt{\{(-\sqrt{5})^2 \times (\sqrt{2})^2\}^2} \\ &= \sqrt{-5+6} - \sqrt{(5 \times 2)^2} \\ &= 1 - 10 = -9 \end{aligned}$$

29. 자연수 a, b 에 대해서 $\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 가 자연수가 될 때, $10a-b$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 461

해설

$\sqrt{49-a} + \sqrt{196+b}$ 이 자연수가 되려면 $49-a, 196+b$ 가 각각 완전제곱수가 되어야 한다.

또한 $10a-b$ 가 최댓값이 되려면 a 는 최댓값, b 는 최솟값이어야 한다.

$\sqrt{49-a}$ 가 0보다 크거나 같은 정수가 되는 a 의 최댓값은 $a = 49$ 이다.

$\sqrt{196+b}$ 가 자연수가 되는 b 의 최솟값은 $b = 29$ 이다.

따라서 $10a-b = 490 - 29 = 461$ 이다.

30. 자연수 n 에 대하여 \sqrt{n} 이하의 자연수의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n) = 161$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 41

해설

$\sqrt{1} = 1, \sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4, \sqrt{25} = 5, \sqrt{36} = 6, \sqrt{49} = 7$ 이므로

$n = 1, 2, 3$ 일 때, $f(n) = 1 \rightarrow 3 \times 1 = 3$

$n = 4, \dots, 8$ 일 때, $f(n) = 2 \rightarrow 5 \times 2 = 10$

$n = 9, \dots, 15$ 일 때, $f(n) = 3 \rightarrow 7 \times 3 = 21$

$n = 16, \dots, 24$ 일 때, $f(n) = 4 \rightarrow 9 \times 4 = 36$

$n = 25, \dots, 35$ 일 때, $f(n) = 5 \rightarrow 11 \times 5 = 55$

$n = 36, \dots, 48$ 일 때, $f(n) = 6 \rightarrow 13 \times 6 = 78$

$3 + 10 + 21 + 36 + 55 = 125$ 이고,

$n = 41$ 이면 $125 + 6 \times 6 = 161$

$\therefore n = 41$