1. 다음 중 명제를 모두 고르면?

㉠ $2+2=4$	㉡ $x+8=x-5$
㉢ $3x-1=10$	㉣ $x+2x>6$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉢, ㉣

해설

명제는 참, 거짓이 명확해야 한다.
㉠ 참, ㉡ 거짓
㉢, ㉣ 미지수 x 의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하므로 명제가 아니다.

2. 다음 중 거짓인 명제는?

① 직사각형은 사다리꼴이다.

② $x > 3$이면 $x > 5$ 이다.

③ $a = b$이면 $a^3 = b^3$이다.

④ x가 4의 배수이면 x는 2의 배수이다.

⑤ $(x-3)(y-5) = 0$이면 $x = 3$ 또는 $y = 5$이다.

해설

반례 : $x = 4$

3. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 의 대우는?

① $p \rightarrow q$ ② $\sim q \rightarrow p$ ③ $\sim q \rightarrow \sim p$

④ $\sim p \rightarrow q$ ⑤ $q \rightarrow \sim p$

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$, $p \rightarrow \sim q$ 의 대우는 $\sim(\sim q) \rightarrow \sim p$

$\therefore q \rightarrow \sim p$

4. p : $x = 3$, q : $x^2 = 3x$ 에서 p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ **답 :** ______조건

▷ **정답 :** 충분조건

해설

조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면 $P = \{3\}$, $Q = \{0,\ 3\}$
이므로 $P \subset Q$, $Q \not\subset P$ ∴ 충분조건

5. $x-1=0$이 $2x^2+ax-1=0$이기 위한 충분조건일 때 상수 a의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x-1=0$이면 $2x^2+ax-1=0$이 참이므로
$x=1$을 대입하면 $2+a-1=0$
$\therefore a=-1$

6. 다음 빈 칸에 알맞은 말을 써 넣어라.

$A \cap B = A$ 인 것은 $A \subset B$ 이기 위한 $\boxed{}$ 조건이다.

▶ **답:**

▷ **정답:** 필요충분

해설

$A \cap B = A$ 인 것이 곧, $A \subset B$ 을 의미하므로 명제와 역 모두 참이 되는 필요충분조건이다.

7. 전체집합 $U = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에 대하여 조건 $x^2 - 2 > 0$의 진리집합은?

① $\varnothing$ ② $\{0,\ 1\}$ ③ $\{3,\ 4,\ 5\}$

④ $\{2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ ⑤ U

해설

주어진 조건 $x^2 - 2 > 0$ 에 $x = 0$을 대입하면$0 - 2 > 0$ (거짓)
$x = 1$을 대입하면 $1 - 2 > 0$ (거짓)
$x = 2$를 대입하면 $4 - 2 > 0$ (참)
$x = 3$을 대입하면 $9 - 2 > 0$ (참)
$x = 4$를 대입하면 $16 - 2 > 0$ (참)
$x = 5$를 대입하면 $25 - 2 > 0$ (참)
따라서 구하는 진리집합은 $\{2,\ 3,\ 4,\ 5\}$

8. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 한다. $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $P \cup Q = U$　　② $P \cap Q = \varnothing$　　③ $Q \subset P$

④ $P \subset Q$　　⑤ $P = Q$

해설

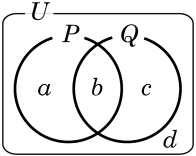
$\sim p \rightarrow \sim q$이 참이면 $P^c \subset Q^c \Leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$이 참이면 대우인 $q \rightarrow p$ 가 참

따라서 $Q \subset P$

9. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 두 집합 P, Q 사이의 포함 관계가 다음과 같을 때, 명제 $p \to q$ 가 거짓임을 보여주는 원소는 무엇인가?



① a　② b　③ c　④ d　⑤ a와 c

해설

명제 $p \to q$ 가 참이 되려면 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 $P \subset Q$ 가 성립해야 한다. $P \subset Q \leftrightarrow x \in P$이면 $x \in Q$

P 의 원소 a 에 대하여 $a \in P$ 이나 $a \notin Q$ 이므로 $p \to q$ 는 거짓이다.

10. 두 명제 '겨울이 오면 춥다.' '눈이 오지 않으면 춥지 않다.'가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 <u>없는</u> 것은?

① 추우면 눈이 온다.

② 눈이 오면 겨울이 온다.

③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.

④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.

⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다. ↔ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
눈이 오지 않으면 춥지 않다. ↔ 추우면 눈이 온다. ⇒ 겨울이 오면 눈이 온다.
②에서 '눈이 오면 겨울이 온다'는 참, 거짓을 판별할 수 없다.

11. 다음은 임의의 자연수 n에 대하여 『n^2이 홀수이면 n 도 홀수이다.』 임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

> 주어진 명제의 (가)를 구해보면 『n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.』이 때, n 이 짝수이면 $n=$ (나) (단, k 는 자연수)
> 따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2 도 짝수이다.

① 대우, $2k$ ② 대우, $4k$ ③ 대우, $2k+1$

④ 역, $2k+1$ ⑤ 역, $4k^2$

해설

'n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.' 의 대우는 'n 이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.'

$\therefore$ (가)–대우 n 이 짝수이면 $n = 2k$

$\therefore$ (나)– $2k$

12. 명제 p, q, r 에 대하여 p 는 q이기 위한 필요조건, r 은 q이기 위한 충분조건일 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인가?

① 필요 ② 충분

③ 필요충분 ④ 아무 조건도 아니다.

⑤ q 에 따라 다르다.

해설

p 는 q이기 위한 필요조건이므로 $p \Leftarrow q$,
즉 $q \Rightarrow p$ 가 성립하고 r 은 q이기 위한 충분조건,
즉 $r \Rightarrow q$ 가 성립하므로 $r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 이다.
그러나 $p \Rightarrow r$인지는 알 수 없다.
따라서 $r \Rightarrow p$ 이므로 p 는 r 이기 위한 필요조건이다.

13. 명제 '$x > 1$ 인 어떤 x 에 대하여 $x^2 < 1$ 또는 $x^2 = 1$ '의 부정은?

① $x \le 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$

② $x > 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$

③ $x < 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \ge 1$

④ $x > 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \ge 1$

⑤ $x \le 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \ge 1$

해설

$x > 1$은 대전제이므로 부정이 적용되지 않는다.
$\sim$ (어떤x) $\leftrightarrow$ (모든 x), $\sim$ (또는) $\leftrightarrow$ (그리고),
$\sim (x^2 < 1) \leftrightarrow (x^2 \ge 1)$, $\sim (x^2 = 1) \leftrightarrow (x^2 \ne 1)$
따라서 주어진 명제의 부정은 '$x > 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$ '이다.

14. 전체집합을 $U = \{-1,\ 0,\ 1\}$이라 할 때, 전체집합 U에 대하여 다음 중 참인 명제는?

① 모든 x에 대하여 $x^2 > 1$이다.

② 임의의 x, y에 대하여 $x + y \le 1$이다.

③ 어떠한 x에 대하여도 $x^2 + 2x \ge -1$ 이다.

④ 적당한 x, y에 대하여 $x^2 - y^2 > 1$이다.

⑤ $x^2 + x < x^3$ 인 x가 존재한다.

해설

① 반례 : $x = 0$ 일 때 $x^2 = 0$ 이므로 주어진 명제 는 거짓이다.
② 반례 : $x = y = 1$ 일 때 $x + y = 2 \ge 1$ 이므로 주 어진 명제는 거짓이다.
③ 모든 x 에 대하여 $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \ge 0$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
④ 모든 x, y 에 대하여 $x^2 - y^2 \le 1$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
⑤ 모든 x 에 대하여 $x^2 + x \ge x^3$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.

15. 두 조건 $p : |x-2| \le h$, $q : |x+1| \le 7$에 대하여 'p이면 q이다.'가 참이 되도록 하는 h의 최댓값을 구하여라. (단, $h \ge 0$)

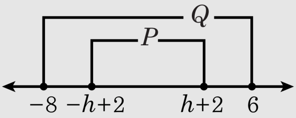
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

p : $2-h \le x \le 2+h$

q : $-8 \le x \le 6$



$-h+2 \ge -8 \leftrightarrow h \le 10$, $h+2 \le 6 \leftrightarrow h \le 4$

$\therefore h \le 4$

$\therefore n$의 최댓값은 4

16. 실수 x에 대하여 다음 명제가 참일 때, a의 최솟값을 구하여라.

$x > a$이면 $|x-2| > 4$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 명제가 참이므로
대우 '$|x-2| \le 4$ 이면 $x \le a$ 이다.' 가 참이다.
$|x-2| \le 4$ 에서
$-4 \le x-2 \le 4,\ \ -2 \le x \le 6$이므로
$\therefore\ a \ge 6$
따라서 a 의 최솟값은 6이다.

17. 두 실수 x, y에 대하여 다음 명제가 참일 때, 실수 k의 최솟값을 구하여라.

$x+y<8$이면 $x<-2$ 또는 $y<k$

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.
따라서 $x \geq -2$이고 $y \geq k$이면 $x+y \geq 8$
$x \geq -2$, $y \geq k$에서 $x+y \geq k-2$이므로
$k-2 \geq 8$, $\therefore\ k \geq 10$
따라서 k의 최솟값은 10이다.

18. $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow \sim r$ 가 모두 참일 때, 다음 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $p \rightarrow \sim r$ ② $\sim q \rightarrow \sim p$ ③ $r \rightarrow \sim q$

④ $\sim p \rightarrow r$ ⑤ $r \rightarrow \sim p$

해설

$p \rightarrow q$ 가 참이고 $q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 삼단논법에 의하여 $p \rightarrow \sim r$ (①) 이 참이고, 대우 $r \rightarrow \sim p$ (⑤) 도 참이다.

또, 각각의 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ (②), $\sim r \rightarrow \sim q$ (③) 가 모두 참이다.

19. a, b가 실수일 때, p가 q이기 위한 필요충분조건이 <u>아닌</u> 것은?

① $p: a^2 + b^2 = 0$, $q: |a| + |b| = 0$

② $p: a = 0$, $q: |a + b| = |a - b|$

③ $p: |a| = |b|$, $q: a^2 = b^2$

④ $p: a + b > 0,\ ab > 0$, $q: a > 0,\ b > 0$

⑤ $p: |a| + |b| > |a + b|$, $q: ab < 0$

해설

$q: |a + b| = |a - b| \to a = 0$ 또는 $b = 0$

20. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, q 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 충분조건, r 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이때, p 는 s 이기 위한 어떤 조건인지 써라.

▶ 답 : ________ 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $q \Rightarrow p$
q 는 r 이기 위한 필요조건이므로 $r \Rightarrow q$
q 는 s 이기 위한 충분조건이므로 $q \Rightarrow s$
r 는 s 이기 위한 필요조건이므로 $s \Rightarrow r$
$s \Rightarrow r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 에서 $s \Rightarrow p$
그러나 $p \Rightarrow s$인지는 알 수 없다.
$\therefore$ p는 s이기 위한 필요조건이다.