

1. 두 점 $A(-2, -3)$, $B(2, 1)$ 을 지나는 직선에 평행하고, 점 $(2, 1)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = x + 1$

② $y = x - 1$

③ $y = -x + 1$

④ $y = -x - 1$

⑤ $y = x$

해설

기울기가 m 이고, 점 (x_1, y_1) 을 지나는 직선의 방정식은 $y - y_1 = m(x - x_1)$

두 점 $A(-2, -3)$, $B(2, 1)$ 을 지나는 직선의 기울기가

$$\frac{1 - (-3)}{2 - (-2)} = 1 \text{ 이므로,}$$

구하는 직선의 방정식은

$$y - 1 = 1 \cdot (x - 2)$$

$$\therefore y = x - 1$$

2. 점 $(2, -1)$ 을 지나고 직선 $y = 2x + 4$ 에 평행한 직선의 방정식은?

① $y = \frac{1}{2}x - 2$

② $y = 2x - 5$

③ $y = -2x - 5$

④ $y = 2x + 2$

⑤ $y = -2x + 5$

해설

$y = 2x + 4$ 와 평행한 직선의 기울기는 2 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y - (-1) = 2(x - 2)$$

$$\therefore y = 2x - 5$$

3. 직선 $y = -x + 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

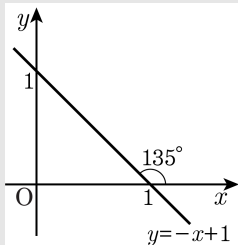
▷ 정답 : 기울기 -1

▷ 정답 : y 절편 1

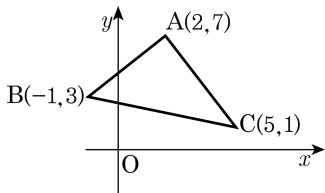
▷ 정답 : x 축의 양의 방향 135°

해설

기울기 -1 , y 절편 1 ,
 x 축의 양의 방향과
이루는 각 135°



4. 세 점 $A(2, 7), B(-1, 3), C(5, 1)$ 을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC 의 무게중심을 G 라 할 때, 다음 중 두 점 A, G 를 지나는 직선의 방정식은?



- ① $x - y - 2 = 0$ ② $x + y - 2 = 0$ ③ $x - 2 = 0$
 ④ $3x - y + 1 = 0$ ⑤ $4x + y - 1 = 0$

해설

두 점 A, G 를 지나는 직선은 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나므로
 점 A 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나는 직선의 방정식을 구하면 된다.
 $\overline{BC}$ 의 중점의 좌표는

$$\left(\frac{-1+5}{2}, \frac{3+1}{2} \right)$$

따라서, 두 점 $(2, 7)$ 과 $(2, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $x = 2$ 이다.

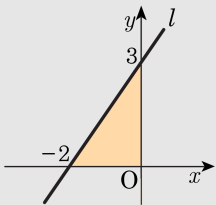
5. 직선 $3x - 2y + 6 = 0$ 이 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$3x - 2y + 6 = 0$ 을 그래프에 도식해보면,



$\therefore$ 빗금 친 부분의 넓이 : $\frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$

6. 세 점 $A(-2, 9)$, $B(3, -1)$, $C(5, a)$ 가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① -6

② -5

③ 2

④ 9

⑤ 13

해설

일직선 위에 있으려면 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 기울기가 같다.

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $\frac{9 - (-1)}{-2 - 3} = -2$ 이고

$\overline{BC}$ 의 기울기는 $\frac{a - (-1)}{5 - 3}$ 이다.

$$\therefore a = -5$$

7. 세 점 $A(2, 3)$, $B(-1, 9)$, $C(-4, a)$ 가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 6

② 9

③ 12

④ 15

⑤ 17

해설

일직선 위에 있으려면 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 기울기가 같다.

$$\overline{AB} \text{의 기울기: } \frac{3-9}{2-(-1)} = -2$$

$$\overline{BC} \text{의 기울기: } \frac{a-3}{(-4)-(2)} \therefore a = 15$$

8. $ac < 0$, $bc > 0$ 일 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 이 나타내는 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.



답 :

사분면



정답 : 제 2사분면

해설

$b \neq 0$ 이므로,

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{7}$$

$ac < 0$, $bc > 0$ 에서 $ac \cdot bc < 0$

$\therefore abc^2 < 0$ 즉, $ab < 0$

$ab < 0$ 에서 기울기 $-\frac{a}{b} > 0$

$bc > 0$ 에서 y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$

따라서 $\textcircled{7}$ 은 제 2 사분면을 지나지 않는다.

9. 다음 그림의 좌표평면 위에서 두 직사각형의 넓이를 모두 이등분하는 직선의 기울기는?

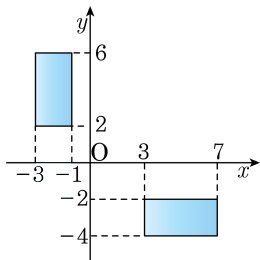
① $-\frac{3}{2}$

② -1

③ $-\frac{3}{4}$

④ $-\frac{7}{8}$

⑤ $-\frac{1}{2}$



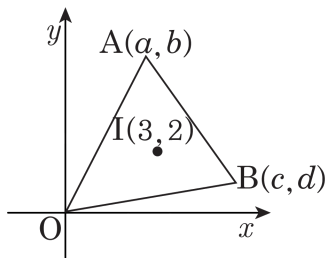
해설

직사각형의 넓이는 두 대각선의 교점을 지나는 직선에 의하여 이등분된다.

따라서, 두 대각선의 교점의 좌표는 각각 $A(-2, 4)$, $B(5, -3)$ 이므로

$$\text{직선 AB의 기울기는 } \frac{-3-4}{5-(-2)} = -1$$

10. 그림과 같이 세 점 $O(0, 0)$, $A(a, b)$, $B(c, d)$ 로 이루어진 삼각형 OAB 의 내심 I 의 좌표가 $(3, 2)$ 이다. $\overline{OA} = \overline{OB}$ 일 때, $\frac{3c+2d}{3a+2b}$ 의 값은?



① 1

② $\frac{3}{2}$

③ $-\frac{2}{3}$

④ $-\frac{3}{2}$

⑤ 알 수 없다

해설

$\triangle OAB$ 가 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이고,
 $\angle AOI = \angle BOI$ 이므로
 $\overline{OI}$ 는 $\overline{AB}$ 와 수직이다.

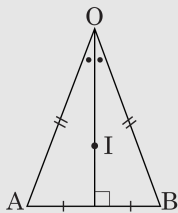
$\overline{OI}$ 의 기울기가 $\frac{2}{3}$ 이므로

$\overline{AB}$ 의 기울기는 $-\frac{3}{2}$ 이다.

$$\therefore \frac{b-d}{a-c} = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore 3a+2b=3c+2d$$

$$\therefore \frac{3c+2d}{3a+2b} = 1$$



11. 두 직선 $ax + by + c = 0$, $cx + ay + b = 0$ 이 일치할 때, 이 직선과
평행하며, 점 (2, 1)을 지나는 직선의 방정식은?

① $x - y = 1$

② $2x + y = 5$

③ $2x - y = 3$

④ $x + 2y = 5$

⑤ $x + y = 3$

해설

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow$$

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{㉠}$$

$$cx + ay + b = 0 \Rightarrow$$

$$y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a} \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{이 일치하므로 } -\frac{a}{b} = -\frac{c}{a}, -\frac{c}{b} = -\frac{b}{a}$$

$$a^2 = bc, b^2 = ac$$

$$\therefore c = \frac{a^2}{b}, c = \frac{b^2}{a}$$

$$\therefore \frac{a^2}{b} = \frac{b^2}{a}$$

$$\therefore a^3 = b^3 \Rightarrow (a - b)(a^2 + ab + b^2) = 0$$

$$\therefore a = b (\because a^2 + ab + b^2 \neq 0)$$

$$\therefore c = \frac{a^2}{b} = \frac{a^2}{a} = a$$

$$\therefore a = b = c$$

$$\therefore \textcircled{㉠} : x + y + 1 = 0, y = -x - 1$$

$$\therefore \text{구하는 직선의 기울기} : -1$$

$$\therefore \text{구하는 직선} : y - 1 = (-1)(x - 2)$$

$$\Rightarrow x + y - 3 = 0$$

12. 두 직선 $x + y - 4 = 0$, $2x - y + 1 = 0$ 의 교점과 점 $(2, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면 $y = ax + b$ 이다. ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $ab = -28$

해설

$$\begin{cases} x + y - 4 = 0 \\ 2x - y + 1 = 0 \end{cases} \quad \text{을 연립하면}$$

교점 : $(1, 3) \Rightarrow (1, 3), (2, -1)$ 을 지나는 직선

$$y = \frac{-1 - 3}{2 - 1}(x - 1) + 3$$

$$\Rightarrow y = -4x + 7$$

$$\therefore a = -4, b = 7$$

$$\therefore ab = -28$$

13. 두 직선 $x + y = 1$, $ax + 2y + a + 2 = 0$ 이 제 1사분면에서 만나도록 하는 정수 a 값의 개수를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x + y = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$ax + 2y + a + 2 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉠} \times 2 : (a - 2)x + a + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{a + 4}{2 - a}$$

$$\Rightarrow y = 1 - x = \frac{2a + 2}{a - 2}$$

$$\therefore \text{교점} : \left(\frac{a + 4}{2 - a}, \frac{2a + 2}{a - 2} \right)$$

교점이 제 1 사분면에 있으므로

$$\frac{a + 4}{2 - a} > 0, \frac{2a + 2}{a - 2} > 0$$

두 식의 양변에 $(a - 2)^2$ 을 곱하면

$$(a - 2)(a + 4) < 0, 2(a + 1)(a - 2) > 0$$

$$\Rightarrow -4 < a < 2, a < -1 \text{ or } a > 2$$

$$\therefore -4 < a < -1$$

$\therefore$ 정수인 a 의 개수는 $-3, -2$ 즉 2개

14. 함수 $f(x) = ax + 1$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 구하면?

① $(1, 0)$

② $(1, 1)$

③ $(0, 1)$

④ $(-1, 0)$

⑤ $(0, -1)$

해설

함수 $f(x) = ax + 1$ 의 그래프는
 a 의 값에 관계없이 점 $(0, 1)$ 을 지나는 직선이다.

15. 두 점 $(2, -1)$, $(4, 3)$ 을 지나는 직선과 원점 사이의 거리는 ?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

두 점 $(2, -1)$, $(4, 3)$ 을 지나는 직선은

$$y + 1 = \frac{3 - (-1)}{4 - 2}(x - 2)$$

$$\therefore 2x - y - 5 = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리는

$$\frac{|2 \times 0 - 0 - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

16. 원점을 지나고, 점 (2, 1)에서의 거리가 1인 직선의 방정식은? (단, x 축은 제외)

① $y = \frac{2}{3}x$

② $y = -\frac{2}{3}x$

③ $y = \frac{1}{3}x$

④ $y = -\frac{4}{3}x$

⑤ $y = \frac{4}{3}x$

해설

원점을 지나는 직선을

$y = kx (k \neq 0)$ 이라 하면,

(2, 1)에서의 거리가 1이므로

$$\frac{|2k - 1|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 1, |2k - 1| = \sqrt{k^2 + 1}, k(3k - 4) = 0$$

$$k = \frac{4}{3} (\because k \neq 0)$$

$$\therefore y = \frac{4}{3}x$$

17. 좌표평면 위에서 원점과 직선 $x - y - 3 + k(x + y) = 0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최대값은? (단, k 는 상수이다.)

① $\frac{3}{2}$

② $\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$x - y - 3 + k(x + y) = 0$ 에서

$$(k + 1)x + (k - 1)y - 3 = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리

$$\begin{aligned} f(k) &= \frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2 + (k-1)^2}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{2(k^2 + 1)}} \end{aligned}$$

따라서 $f(k)$ 는 분모가 최소일 때
최대가 되므로 $f(k)$ 의 최대값은

$$k = 0 \text{ 일 때 } \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

18. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$(0, 0), (2, 6), (6, 3)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$$

19. $A(0, -2), B(3, 3), C(4, 0)$ 인 $\triangle ABC$ 의 넓이는?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{(4-3)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}$$

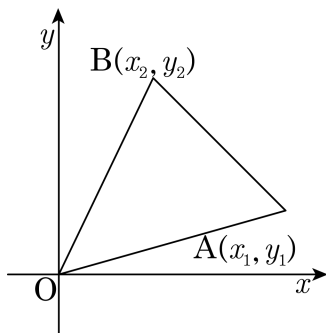
또, 직선 BC의 방정식은 $3x + y - 12 = 0$ 이므로

$A(0, -2)$ 로부터 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{|-2-12|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{14}{\sqrt{10}}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{AH} = 7$$

20. 원점 $O(0, 0)$ 와 두 점 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 로 이루어진 삼각형 OAB 의 넓이는?



- ① $\frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$ ② $\frac{1}{2}|x_1y_1 - x_2y_2|$ ③ $\frac{1}{2}|x_1y_1 + x_2y_2|$
 ④ $\frac{1}{2}|x_1x_2 - y_1y_2|$ ⑤ $\frac{1}{2}|x_1x_2 + y_1y_2|$

해설

$$\overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

직선 OA 의 방정식은 $y = \frac{y_1}{x_1}x$

$$\therefore y_1x - x_1y = 0$$

점 $B(x_2, y_2)$ 에서

직선 $y_1x - x_1y = 0$ 까지의 거리 h 는

$$\frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} \text{ 이다.}$$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot \overline{OA} \cdot h$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$$

$$= \frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$$

21. 복소수 $z = a + bi$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2 - 3i)z &= (2 - 3i)(a + bi) \\ &= (2a + 3b) + (2b - 3a)i \cdots \textcircled{7}\end{aligned}$$

⑦ 이 실수이려면 $2b = 3a$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a$$

따라서, 기울기가 양인 직선이다.