

1. 1에서 100까지의 자연수 중에서 6과 서로소인 자연수의 개수는?

① 17 개

② 33 개

③ 50 개

④ 67 개

⑤ 84 개

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로 6과 서로소인 수는 2의 배수도 3의 배수도 아닌 수이다.

100 이하의 자연수 중 2의 배수는 50 개, 3의 배수는 33 개, 6의 배수는 16 개이므로

2 또는 3의 배수의 개수는 $50 + 33 - 16 = 67$ (개)

따라서 6과 서로소인 수는 $100 - 67 = 33$ (개)이다.

2. $10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수가 360 이라고 할 때 x 의 값은 얼마인가?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$10 \times x$, $12 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 360$ 이다.
따라서 $x = 6$ 이다.

3. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 24cm, 36cm 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6 cm

② 8 cm

③ 10 cm

④ 12 cm

⑤ 24 cm

해설

자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24 와 36 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24 와 36 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24 \quad 36} \\ \hline \end{array}$$

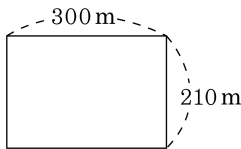
$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 6 \quad 9} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 = 12(\text{cm})$$

4. 다음 그림과 같이 가로 길이 300 m, 세로 길이 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?



① 32 그루

② 34 그루

③ 36 그루

④ 38 그루

⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$,

$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수 30 (m),

나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,

가로 $300 = 30 \text{ (m)} \times 10 \text{ (그루)}$

세로 $210 = 30 \text{ (m)} \times 7 \text{ (그루)}$

직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(10 + 7) \times 2 = 34 \text{ (그루)}$

5. 100 부터 300 까지의 자연수 중에서 3, 4 중 어떤수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는 모두 몇 개인가?

① 67

② 99

③ 100

④ 101

⑤ 200

해설

3의 배수의 갯수는 $100 - 33 = 67$,

4의 배수의 갯수는 $75 - 24 = 51$,

12의 배수의 갯수는 $25 - 8 = 17$

따라서 3, 4중 어떤 수로도 나누어 떨어지지 않는 수의 갯수는

$201 - (67 + 51 - 17) = 100$

6. 최대공약수가 $3^2 \times x$ 인 두 자연수의 공약수가 12 개일 때, x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

공약수, 즉 최대공약수의 약수가 12 개이므로
최대공약수는 $a \times b^5$, $a^2 \times b^3$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^{11}
꼴이어야 한다.

하지만 $3^2 \times x$ 꼴이므로 $3^2 \times b^3$ (단, b 는 소수, $b \neq 3$) 꼴이어야
하고, x 는 한 자리의 자연수 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $x = 2^3 = 8$ 이다.

7. 두 자연수 $2^2 \times 5^2 \times 15$, $2^2 \times 5^{\square} \times 14$ 의 공약수의 개수가 12개일 때 $\square$ 안에 들어가기에 적당하지 않은 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$2^2 \times 5^3 \times 3$, $2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 공약수의 개수가 12 개이므로 $2^2 \times 5^x$ 에서 $3 \times (x + 1) = 12 \quad \therefore x = 3$ 따라서, 최대공약수는 $2^2 \times 5^3$
 $\therefore \square \geq 3$

8. 남자 98 명, 여자 84 명인 어떤 모임에서 조 대항 장기 자랑을 하려고 한다. 조별 인원수가 같고 각 조에 속한 남녀의 비가 같도록 조를 짤 때, 최대한 만들 수 있는 조를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 14 개

해설

짤 수 있는 조의 수를 x 라 할 때,

$$98 = x \times \square, 84 = x \times \triangle$$

x 는 98 과 84 의 최대공약수

$$98 = 7^2 \times 2, 84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

$$\therefore x = 2 \times 7 = 14(\text{ 개})$$

9. 20 과 28 의 어느 것으로 나누어도 6 이 남는 자연수 중 가장 큰 세 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 986

해설

20 과 28 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 6 인 수를 k 라고 하면, $(k - 6)$ 은 20 과 28 의 공배수가 됩니다.

따라서 20 과 28 의 공배수 중에서 세 자리의 자연수를 구하고, 거기에 6 을 더하면 됩니다.

20 과 28 의 최소공배수는 140 이므로, 세 자리 수 중 가장 큰 140 의 배수는 $140 \times 7 = 980$ 입니다.

따라서 구하는 수는 $980 + 6 = 986$ 입니다.

10. 세 수 124, 156, 204를 어떤 수로 나누었더니 그 나머지가 모두 같았다. 어떤 수 중에서 가장 큰 수와 그 때의 나머지를 구하여라.

① 어떤 수 : 7, 나머지 : 2

② 어떤 수 : 9, 나머지 : 5

③ 어떤 수 : 12, 나머지 : 6

④ 어떤 수 : 16, 나머지 : 2

⑤ 어떤 수 : 16, 나머지 : 12

해설

어떤 수를 x , 나머지를 r 이라 하고 세 수 124, 156, 204의 몫을 각각 Q_1, Q_2, Q_3 라 하면

$124 = xQ_1 + r, 156 = xQ_2 + r, 204 = xQ_3 + r$ 이므로
각각의 수의 차는 x 로 나누어 떨어진다.

$$204 - 124 = 80, 204 - 156 = 48, 156 - 124 = 32$$

32, 48, 80의 최대공약수는 16이므로 어떤 수는 16이고 그 때의 나머지는 12이다.