

1. 실수  $x, y$ 에 대하여  $(1+i)x + (i-1)y = 2i$ 일 때,  $x+y$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(1+i)x + (i-1)y = 2i$$

$$(x-y) + (x+y)i = 2i$$

좌변과 우변이 같아야 하므로,  $x-y=0$ ,  $x+y=2$

두 식을 연립하여 풀어주면,  $\therefore x=1, y=1$

$$\therefore x+y=2$$

2.  $\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100}$  을 간단히 하면? (단,  $i = \sqrt{-1}$  이다.)

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{-2i}{2} = -i, i^4 = 1$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{100} &= \left(\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right)^{50} \\ &= (-i)^{50} \\ &= ((i^4)^{12} \cdot i^2) \\ &= -1\end{aligned}$$

3. 실수  $x, y$  에 대하여 복소수  $z = x + yi$  가  $z\bar{z} = 4$  를 만족할 때,  $x^2 + y^2$  의 값은? (단,  $\bar{z}$  는  $z$  의 켤레복소수이다.)

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$z = x + yi$  에서  $\bar{z} = x - yi$  이므로  
 $z \cdot \bar{z} = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$   
주어진 조건에서  $z \cdot \bar{z} = 4$  이므로  
 $x^2 + y^2 = 4$

4.  $x + \frac{1}{x} = 1$  일 때,  $x^3 + 5x + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^3}$  의 값을 구하면?

- ①  $\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{3}i)$       ②  $\frac{3}{2}(1 \pm \sqrt{3}i)$       ③  $\frac{5}{2}(2 \pm \sqrt{3}i)$   
④  $\frac{7}{2}(3 \pm \sqrt{3}i)$       ⑤  $\frac{9}{2}(4 \pm \sqrt{3}i)$

해설

$$x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 - x + 1 = 0 \therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^3 + \frac{1}{x^3} + 2\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3x \\&= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - \left(x + \frac{1}{x}\right) + 3x \\&= 3x \\&= \frac{3}{2}(1 \pm \sqrt{3}i)\end{aligned}$$

5. 방정식  $|x-3|+|x-4|=2$ 의 해의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

i )  $x < 3$  일 때,  
 $-(x-3)-(x-4)=3, -2x=-5$   
 $\therefore x=\frac{5}{2}$   
ii )  $3 \leq x < 4$  일 때  
 $(x-3)-(x-4)=2, 0 \cdot x=1$   
 $\therefore$  해가 없다.  
iii )  $x \geq 4$  일 때  
 $x-3+x-4=2, 2x=9$   
 $\therefore x=\frac{9}{2}$   
따라서  $x=\frac{5}{2}, \frac{9}{2}$  이고 그 합은 7

6.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + (a-1)x + \frac{1}{4}a^2 + a - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 실수  $a$ 의 조건을 구하면?

①  $a > 1$     ②  $a < \frac{3}{2}$     ③  $a < \frac{3}{4}$     ④  $a > \frac{3}{4}$     ⑤  $a < 2$

해설

판별식을  $D$ 라고 하면,

$$D = (a-1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}a^2 + a - 2\right) = -6a + 9$$

서로 다른 두 실근을 가지려면  $D > 0$ 이어야 하므로

$$-6a + 9 > 0 \text{에서 } a < \frac{3}{2}$$

7. 이차방정식  $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수  $k$ 의 값에 관계없이 중근을 가질 때,  $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k-a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하므로  
 $k$ 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

8. 이차방정식  $ix^2 + (2+i)x - i(1+i) = 0$ 의 두 근의 합은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

①  $-1 - 2i$

②  $1 - i$

③  $-1 + i$

④  $-1 + 2i$

⑤  $3i$

해설

주어진 양 방정식에  $i$ 를 곱하면

$$-x^2 + (2i - 1)x - i(i - 1) = 0$$

$$x^2 - (2i - 1)x + i(i - 1) = 0$$

$$(x - i)(x + 1 - i) = 0$$

$$\therefore x = i \text{ 또는 } x = -1 + i$$

두 근의 합은  $-1 + 2i$

9. 방정식  $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

① 1                      ② 2                      ③ 4                      ④ 5                      ⑤ 6

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{3}{2}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 2 \cdot \frac{3}{2} = 6$$

10.  $x$ 에 대한 이차방정식  $3x^2 - (2k + 5)x + 3 = 0$ 의 두 근 중 한 근을  $\alpha$ 라 할 때,  $\alpha + \frac{1}{\alpha} = k^2$ 이 성립한다. 이때, 양수  $k$ 의 값을 구하면?

- ① 2      ②  $\frac{5}{3}$       ③ 1      ④  $\frac{4}{3}$       ⑤ 3

해설

두 근의 곱이 1이므로 한 근이  $a$ 이면

다른 한 근은  $\frac{1}{a}$ 이다.

$$\therefore a + \frac{1}{a} = k^2 = \frac{2k+5}{3}$$

$$\therefore 3k^2 - 2k - 5 = 0$$

$$k = \frac{5}{3} \text{ 또는 } -1$$

$$\therefore \text{양수 } k = \frac{5}{3}$$

11. 이차방정식  $x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 를 두 근으로 하는 이차항의 계수가 1인 이차방정식을 구하면?

①  $x^2 + 6x + 4 = 0$

②  $x^2 + 6x - 4 = 0$

③  $x^2 + 4 = 0$

④  $x^2 - 6x + 4 = 0$

⑤  $x^2 - 6x - 4 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해서

두 근  $\alpha, \beta$ 에 대해  $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = 1$

두 근을  $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 로 하는

방정식에서

$$\text{두 근의 합} \Rightarrow \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$= (\alpha + \beta) + \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$= (\alpha + \beta) + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$$

$$= (-3) + \frac{-3}{1} = -6$$

$$\text{두 근의 곱} \Rightarrow \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right)\left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4$$

$$\therefore x^2 - (-6)x + 4 = x^2 + 6x + 4 = 0$$

12. 이차함수  $y = 12x - (1 + 3x)(1 - 3x)$  가  $x = p$  에서 최소이고 최솟값은  $q$  일 때,  $p + q$  의 값을 구하면?

- ㉠  $-\frac{17}{3}$       ㉡  $-\frac{5}{3}$       ㉢ 0      ㉣  $\frac{8}{3}$       ㉤  $\frac{20}{3}$

해설

$$y = 12x - (1 + 3x)(1 - 3x) = 9x^2 + 12x - 1$$

$$= 9\left(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}\right) - 5 = 9\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - 5$$

따라서,  $x = -\frac{2}{3}$  일 때 최소이고

최솟값은  $-5$  이므로

$$p = -\frac{2}{3}, q = -5$$

$$\therefore p + q = -\frac{17}{3}$$

13. 이차함수  $y = -(x-1)(x+3)$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} y &= -(x-1)(x+3) \\ &= -x^2 - 2x + 3 \\ &= -(x+1)^2 + 4 \end{aligned}$$

$x = -1$  일 때, 최댓값 4 를 가진다.

14. 이차함수  $y = x^2 + (k - 3)x + k$  의 그래프가  $x$  축과 만나지 않을 때, 실수  $k$  의 값의 범위는?

①  $-1 < k < 7$

②  $-1 < k < 8$

③  $0 < k < 9$

④  $1 < k < 9$

⑤  $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가  
 $x$  축과 만나지 않으려면  
이차방정식  $x^2 + (k - 3)x + k = 0$  이  
실근을 갖지 않아야 하므로  
 $D = (k - 3)^2 - 4k < 0$   
 $k^2 - 10k + 9 < 0, (k - 1)(k - 9) < 0$   
 $\therefore 1 < k < 9$

15. 이차함수  $y = -x^2 + 2x + 10$  의 최댓값을  $M$  ,  $y = 3x^2 + 6x - 5$  의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $M + m$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 10 \\ &= -(x-1)^2 + 11 \text{ 에서 } M = 11 \\ y &= 3x^2 + 6x - 5 \\ &= 3(x+1)^2 - 8 \text{ 에서 } m = -8 \\ \therefore M + m &= 11 - 8 = 3 \end{aligned}$$

16.  $x = -1$  일 때, 최댓값 3 을 갖고 한 점  $(1, -1)$  을 지나는 포물선의 식은?

①  $y = -2(x+1)^2 - 4$

②  $y = (x-2)^2 - 3$

③  $y = -2(x-1)^2 + 3$

④  $y = -(x+1)^2 + 3$

⑤  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이  $(-1, 3)$  이므로  $y = a(x+1)^2 + 3$

$(1, -1)$  을 대입하면  $-1 = 4a + 3$

$a = -1$

$\therefore y = -(x+1)^2 + 3$

17. 다음 함수의 최댓값 및 최솟값을 구하여라.

$$y = x^2 - 2x - 3 \quad (0 \leq x \leq 4)$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최댓값 5

▷ 정답 : 최솟값 -4

해설

먼저, 주어진 식을  $y = a(x - m)^2 + n$ 의 꼴로 변형하여 그래프를 그린 다음 주어진 구간 안에서 가장 높은 점과 가장 낮은 점을 조사한다.

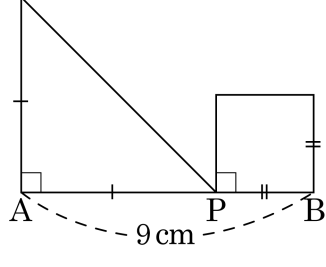
$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

꼭짓점 :  $x = 1$  일 때  $y = -4$

$$\text{양끝점 : } \begin{cases} x = 0 \text{ 일 때 } y = -3 \\ x = 4 \text{ 일 때 } y = 5 \end{cases}$$

$x = 4$ 에서 최댓값 5,  $x = 1$ 에서 최솟값 -4

18. 길이가 9cm인 선분 AB 위에 점 P를 잡아서 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형과 정사각형을 만들어 넓이의 합이 최소가 되게 할 때, 선분 AP의 길이는?



- ① 6cm                      ② 5.5cm                      ③ 5cm  
 ④ 4.5cm                      ⑤ 4cm

해설

선분 AP의 길이를  $x$ 라 하고 직각이등변삼각형과 정사각형의 넓이의 합을  $S$ 라 하면

$$S = \frac{1}{2}x^2 + (9-x)^2 = \frac{3}{2}(x-6)^2 + 27$$

따라서  $\overline{AP} = 6(\text{cm})$ 일 때 넓이가 최소이다.

19. 다음 사차방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^4 - 3x^3 + 3x^2 + x - 6 = 0$  에서  $x = -1, x = 2$  를 대입하면 성립하므로  
조립제법을 이용하여 인수분해하면

|    |   |    |    |    |    |
|----|---|----|----|----|----|
| -1 | 1 | -3 | 3  | 1  | -6 |
|    |   | -1 | 4  | 7  | 6  |
| 2  | 1 | -4 | 7  | -6 | 0  |
|    |   | 2  | -4 | 6  |    |
|    | 1 | -2 | 3  | 0  |    |

$(x+1)(x-2)(x^2-2x+3) = 0$   
 $\therefore x = -1$  또는  $x = 2$  또는  $x = 1 \pm \sqrt{2}i$   
따라서 실수근은  $-1, 2$  이므로  $-1 + 2 = 1$  이다.

20. 사차식  $x^4 - 4x^2 - 12$  를 복소수의 범위에서 인수분해하면?

①  $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

②  $(x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + 2i)(x - 2i)$

③  $(x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

④  $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x + 2i)(x - 2i)$

⑤  $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{6}i)(x - \sqrt{6}i)$

해설

$$x^4 - 4x^2 - 12, \quad x^2 = Y \text{ 라 하자}$$

$$\Rightarrow Y^2 - 4Y - 12 = (Y + 2)(Y - 6) = 0$$

$$Y = -2 \text{ 또는 } Y = 6$$

$$\Rightarrow x^2 = -2, \quad x^2 = 6$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{2}i, \quad x = \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore x^4 - 4x^2 - 12$$

$$= (x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$$

21.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은?

①  $-5$       ②  $-3$       ③  $-1$       ④  $1$       ⑤  $3$

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 이므로  $x = -1$ 을 대입하면  
 $(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$   
 $\therefore k = 3$

22.  $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을  $\omega$ 라 할 때,  $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단,  $\bar{\omega}$ 는  $\omega$ 의 켈레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

23. 방정식  $x^4 - ax^2 + 8 - a = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가질 때, 정수  $a$ 의 값들의 합은?

① 30

② 25

③ 23

④ 18

⑤ 13

해설

$x^4 - ax^2 + 8 - a = 0$ 이 서로 다른 네 개의 실근을 가지려면  $x^2 = y$ 라고 치환하여  $y^2 - ay + 8 - a = 0$ 이 서로 다른 두 양의 실근을 가져야 한다.

i)  $D = a^2 - 4(8 - a) = a^2 + 4a - 32 = (a + 8)(a - 4) > 0$

$\therefore a < -8$  또는  $a > 4$

ii)  $a > 0$

iii)  $8 - a > 0 \Rightarrow a < 8$

$\therefore 4 < a < 8$  이므로  $a = 5, 6, 7$

24. 다음 두 이차방정식

$$\begin{cases} x^2 + 4mx - (2m - 1) = 0 \\ x^2 + mx + (m + 1) = 0 \end{cases}$$

이 단 하나의 공통근을 가질 때,  $m$ 의 값은 ?

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

공통근을  $\alpha$ 라 하면

$$\alpha^2 + 4m\alpha - (2m - 1) = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$\alpha^2 + m\alpha + (m + 1) = 0 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 하면

$$3m\alpha - 3m = 0$$

$$3m(\alpha - 1) = 0 \quad \therefore m = 0, \alpha = 1$$

$m = 0$ 일 때 두 방정식이 일치하므로

단 하나의 공통근이라는 조건에 부적합

$\alpha = 1$ 을  $\textcircled{B}$ 에 대입

$$1 + m + m + 1 = 0 \quad \therefore m = -1$$

25.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - kx + k + 3 = 0$ 의 두 근이 모두 정수일 때,

상수  $k$ 의 값의 합은?

- ① 0                      ② 2                      ③ 4                      ④ 6                      ⑤ 8

해설

$x^2 - kx + k + 3 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하자

$\alpha + \beta = k, \alpha\beta = k + 3 \rightarrow \alpha + \beta + 3 = \alpha\beta$

$\alpha\beta - \alpha - \beta = 3$

$(\alpha - 1)(\beta - 1) = 4$   $\alpha, \beta$ 는 정수이므로

$1 \times 4 \Rightarrow \alpha = 2, \beta = 5, \quad k = 7$

$2 \times 2 \Rightarrow \alpha = 3, \beta = 3, \quad k = 6$

$-1 \times -4 \Rightarrow \alpha = 0, \beta = -3, \quad k = -3$

$-2 \times -2 \Rightarrow \alpha = -1, \beta = -1, \quad k = -2$

$\therefore 7 + 6 - 3 - 2 = 8$