

1. 중심이 원점이고, 반지름의 길이가 3 인 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = 3$

② $x^2 + y^2 = 1$

③ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 3^2$

④ $x^2 + y^2 = 3^2$

⑤ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 3$

해설

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2 \Rightarrow \therefore x^2 + y^2 = 9$$

2. 점 $(a, 1)$ 을 중심으로 하고 점 $(0, -3)$ 을 지나는 원의 반지름의 길이가 5 일 때, 양수 a 의 값은?

① 2

② $2\sqrt{2}$

③ 3

④ $2\sqrt{3}$

⑤ 4

해설

점 $(a, 1)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 5 인
원의 방정식은 $\therefore (x - a)^2 + (y - 1)^2 = 5^2$
이 점 $(0, -3)$ 을 지나므로 $(0 - a)^2 + (-3 - 1)^2 = 25$
 $a^2 = 9 \quad \therefore a = 3, (\because a > 0)$

3. 점 (5, 1)과 (-1, 7)을 지름의 양 끝으로 하는 원의 방정식은?

① $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 12$ ② $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 15$

③ $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$ ④ $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 21$

⑤ $(x-4)^2 + (y-6)^2 = 25$

해설

두 점의 중점을 C라 하면 C(2,4)

구하는 원의 반지름의 길이는

$$r = \sqrt{(2-(-1))^2 + (4-7)^2} = \sqrt{18}$$

$$\therefore (x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$$

4. 두 점 A(1, 2), B(-1, 4)를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$

② $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$

③ $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$

④ $x^2 + (y-3)^2 = 2$

⑤ $x^2 + y^2 = 2$

해설

원의 중심 : $\left(\frac{1+(-1)}{2}, \frac{2+4}{2}\right) = (0, 3)$

반지름 : $\frac{\sqrt{2^2+2^2}}{2}$

∴ 원의 방정식 : $x^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{2})^2$

5. 두 점 $(2, 1)$, $(-3, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

- ① $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 29$ ② $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{29}{4}$
③ $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 29$ ④ $x^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{29}{4}$
⑤ $x^2 + y^2 = 4$

해설

원의 중심은 $\left(\frac{2-3}{2}, \frac{1-1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 이고,

반지름은 $\frac{\sqrt{(2+3)^2 + (1+1)^2}}{2} = \frac{\sqrt{29}}{2}$ 이다.

$$\therefore \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{29}{4}$$

6. 두 점 A (-3, 8), B (7, -4) 를 지름의 양 끝으로 하는 원의 방정식을 구하면?

① $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 18$ ② $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 32$

③ $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 7$ ④ $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 22$

⑤ $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 61$

해설

구하는 원의 중심을 C 라고 하면

C 는 $\overline{AB}$ 의 중점이므로

$$C \left(\frac{-3+7}{2}, \frac{8-4}{2} \right)$$

$\therefore C (2, 2)$

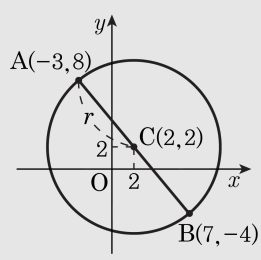
반지름의 길이를 r 라고 하면

r 는 $\overline{AB}$ 의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$r = \frac{1}{2} \overline{AB} = \overline{AC} = \sqrt{(2+3)^2 + (2-8)^2} = \sqrt{61}$$

따라서, 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 61$$



7. 중심이 (2, 3) 이고 y 축에 접하는 원의 방정식은?

- ① $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ ② $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$
③ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 4$ ④ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 9$
⑤ $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 5$

해설

중심이 (2,3) 일 때 y 축에 접해야 하므로
반지름의 길이는 2 이다.

8. x 축에 접하는 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 의 중심의 좌표가 $(3, -2)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

중심의 좌표가 $(3, -2)$ 인 원이 x 축에 접하므로
반지름의 길이는 2 이다.
따라서 구하는 원의 방정식은
 $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 2^2$
 $\therefore x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$
 $\therefore a + b + c = -6 + 4 + 9 = 7$

9. 두 점 (1, 2), (2, 1)을 지나고, x 축에 접하는 원은 두 개있다. 두 원의 중심 사이의 거리는?

- ① 4 ② 5 ③ $4\sqrt{2}$ ④ 6 ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

그 원을 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = b^2$ 이라 하면
(1, 2), (2, 1)을 지나므로
 $(1-a)^2 + (2-b)^2 = b^2, (2-a)^2 + (1-b)^2 = b^2$
 $1-2a+a^2+4-4b=0 \cdots \textcircled{1}$
 $4-4a+a^2+1-2b=0 \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2} \times 2 - \textcircled{1}$
 $a^2-6a+5=0, (a-1)(a-5)=0$
 $\therefore a=1$ 또는 $a=5$
i) $a=1$ 이면 $\textcircled{1}$ 에서 $b=1$
ii) $a=5$ 이면 $\textcircled{1}$ 에서 $b=5$
 $\therefore$ 두 원의 중심은 (1, 1) , (5, 5) 이다.
중심거리
 $= \sqrt{(5-1)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

10. 중심이 (3, 4) 이고 x 축에 접하는 원의 방정식을 구하면?

① $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 5$ ② $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$

③ $(x-5)^2 + (y-9)^2 = 15$ ④ $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 8$

⑤ $(x-6)^2 + (y-6)^2 = 22$

해설

중심이 (3, 4) 이고 x 축에 접하므로
반지름의 길이 r 은 $r = 4$
따라서, 구하는 원의 방정식은
 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 16$

11. 점 $(1, 1)$ 을 지나고, x 축과 y 축을 동시에 접하는 원은 두 개 존재한다. 이때, 두 원의 중심거리는 얼마인가?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{6}$ ⑤ 4

해설

x 축 및 y 축에 동시에 접하는 원의 중심은 (a, a) 로 나타낼 수 있다.

또한 반지름 역시 a 로 볼 수 있다.

따라서 (a, a) 를 중심으로 하는 원의 방정식은

$(x - a)^2 + (y - a)^2 = a^2$ 이다.

점 $(1, 1)$ 은 이 원 위의 점이므로 등식을 만족시킨다.

따라서 $a = 2 \pm \sqrt{2}$ 임을 알 수 있다.

두 점 사이의 거리 공식에 의해 두 원의 중심거리를 구하면

중심거리 d 는 $\sqrt{2((2 + \sqrt{2}) - (2 - \sqrt{2}))^2} = 4$ 이다.

12. 점 (1, 2)를 지나고 x 축 및 y 축에 동시에 접하는 원은 두 개가 존재할 때, 이 두 원의 중심 사이의 거리는?

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

구하는 원의 반지름의 길이를 r 라 하면 원의 방정식은 $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2$ 이 원이 점 (1, 2)를 지나므로 $(1-r)^2 + (2-r)^2 = r^2$, $r^2 - 6r + 5 = 0$, $(r-1)(r-5) = 0$
 $\therefore r = 1$ 또는 $r = 5$
따라서, 두 원의 중심은 각각 (1, 1), (5, 5) 이므로
두 원의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{(5-1)^2 + (5-1)^2} = 4\sqrt{2}$

13. 중심이 직선 $3x+y=12$ 의 제1사분면 위에 있고, x 축과 y 축에 동시에 접하는 원의 방정식을 구하면?

① $(x-1)^2+(y-1)^2=1$

② $(x-2)^2+(y-2)^2=4$

③ $(x-3)^2+(y-3)^2=9$

④ $(x-4)^2+(y-4)^2=16$

⑤ $(x-5)^2+(y-5)^2=25$

해설

x 축 및 y 축에 동시에 접하므로 구하는 원의 방정식은

$(x-a)^2+(y-a)^2=a^2$ 으로 나타낼 수 있다.

중심이 $a, -3a+12$ 를 지나므로 $a=-3a+12$ 이다.

따라서 $a=3$,

구하는 원의 방정식은 $(x-3)^2+(y-3)^2=9$ 이다.

14. x 축과 점(1, 0)에서 접하면서 y 축에 동시에 접하는 원의 넓이를 직선 $y = \frac{1}{3}x + b$ 가 이등분할 때, $6b$ 의 값으로 적당한 값을 찾으면?

① 2 ② -3 ③ 4 ④ -5 ⑤ 6

해설

x 축과 점(1, 0)에서 접하면서 y 축에 동시에 접하는 원의 방정식은 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$ 이다.

원의 넓이를 직선 $y = \frac{1}{3}x + b$ 가 이등분 하므로 이 직선은 원의 중심인 (1,1)을 지나야 한다.

따라서 $b = \frac{2}{3}$, $6b = 4$

15. 점 $(-4, 2)$ 를 지나고 x 축, y 축에 모두 접하는 원은 2 개가 있다. 이 때, 두 원 중 큰 원의 넓이는?

① 25π ② 50π ③ 75π ④ 100π ⑤ 125π

해설

제 2 사분면의 점 $(-4, 2)$ 를 지나고
 x 축, y 축에 접하는 원의 방정식은
 $(x-r)^2 + (y-r)^2 = r^2 (r > 0)$
 $(-4+r)^2 + (2-r)^2 = r^2$
 $16 - 8r + r^2 + 4 - 4r + r^2 = r^2, (r-2)(r-10) = 0$
 $\therefore r = 2$ 또는 $r = 10$
따라서 큰 원의 반지름의 길이가 10 이므로
넓이는 $\pi \cdot 10^2 = 100\pi$