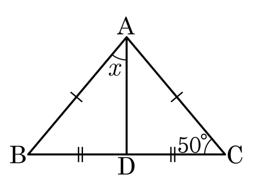
1. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CD}}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

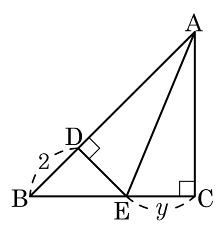


① $35\,°$ ② $40\,°$ ③ $45\,°$ ④ $50\,°$ ⑤ $55\,°$

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{BAC} = 180\,° - 2 \times 50\,° = 80\,°$
또 $\overline{\mathrm{AD}}$ 는 $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 이등분하므로 $\overline{\mathrm{AD}}$ 는 $\angle\mathrm{BAC}$ 를 이등분하고 $\overline{\mathrm{BC}}$ 와 수직 (이등변삼각형의 각의 이등분선의 성질)
따라서 $x = \dfrac{1}{2} \times 80\,° = 40\,°$

2. 다음 그림에서 $\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{AD}$, $\overline{BD} = 2$ 이다. y 의 값은?

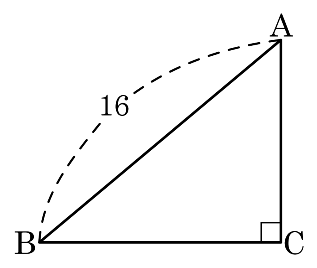


① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle A = \angle B = 45°$
따라서 $\angle B = 45°$ 이다.
$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ (RHS 합동) 이고 $\angle B = \angle BED$ 이므로 $y = \overline{DE} = \overline{BD} = 2$

3. 다음 그림은 $\angle C$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 둘레의 길이는?

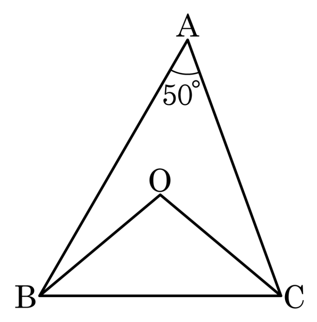


① 10π ② 12π ③ 14π ④ 16π ⑤ 18π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 8이므로
둘레는 $2\pi r = 2 \times \pi \times 8 = 16\pi$이다

4. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle A = 50^\circ$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하면?



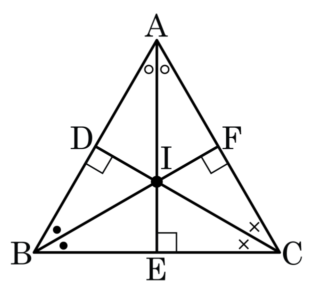
① 110° ② 100° ③ 105° ④ 95° ⑤ 115°

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC$이므로 $50^\circ \times 2 = 100^\circ$

$\therefore \angle BOC = 100^\circ$

5. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



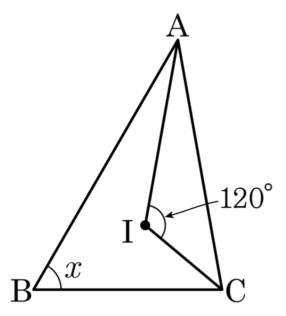
$\triangle$IBE와 $\triangle$IBD에서
$\angle$IEB $=$ $\angle$IDB $= 90°$,
$\overline{\text{IB}}$는 공통변,
$\angle$IBE $=$ $\angle$IBD이므로
$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD (RHA 합동)
$\therefore$ $\overline{\text{ID}} = \boxed{} \cdots$①
같은 방법으로 $\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF (RHA 합동)이므로
$\therefore$ $\boxed{} = \overline{\text{IF}} \cdots$㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore$ $\overline{\text{ID}} = \overline{\text{IF}}$
$\triangle$ADI와 $\triangle$AFI에서
$\angle$ADI $=$ $\angle$AFI $= 90°$, $\overline{\text{AI}}$는 공통 변, $\overline{\text{ID}} = \overline{\text{IF}}$
이므로 $\triangle$ADI $\equiv$ $\triangle$AFI(RHS 합동)
대응각 $\angle$DAI $=$ $\angle$FAI이므로 $\overline{\text{AI}}$는 $\angle$A의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{\text{IA}}$ ② $\overline{\text{IE}}$ ③ $\overline{\text{IC}}$ ④ $\overline{\text{IB}}$ ⑤ $\overline{\text{AF}}$

해설

$\triangle$IBE $\equiv$ $\triangle$IBD(RHA 합동)이므로
$\overline{\text{ID}}$와 대응변인 $\overline{\text{IE}}$의 길이가 같고, $\triangle$ICE $\equiv$ $\triangle$ICF(RHA 합동)
이므로 $\overline{\text{IE}}$와 대응변인 $\overline{\text{IF}}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{\text{IE}}$가 들어간다.

6. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 60°

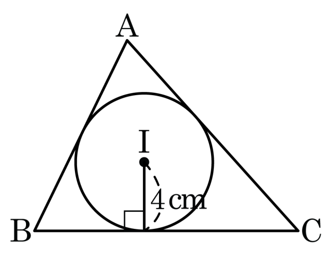
해설

$\frac{x}{2} + 90° = 120°$,

$\frac{x}{2} = 30°$

$\therefore\ x = 60°$

7. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이가 40cm^2 이다. 이 때, $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$ 의 값을 구하면?



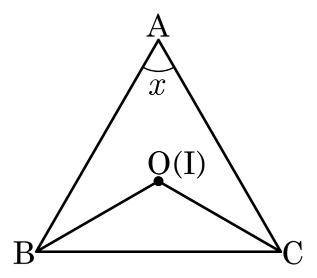
① 17cm ② 18cm ③ 19cm ④ 20cm ⑤ 21cm

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}) = 40$ 이다.

따라서 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC} = 20\text{cm}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

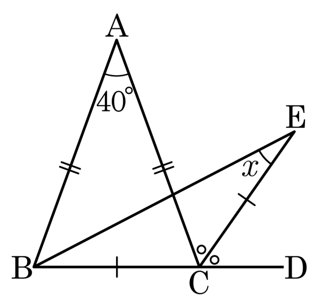


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 60 °

해설
$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
따라서 $x = 60°$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CE}$ 인 이등변삼각형이고 $\angle A = 40°$, $\angle ACE = \angle DCE$ 일 때, $\angle x$ 의 값은?



① 22.5° ② 25° ③ 27.5° ④ 30° ⑤ 32.5°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

또한 $\angle ACE = \angle DCE = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$

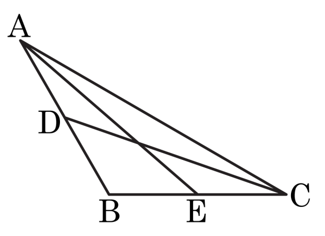
$\triangle BCE$ 가 $\overline{CB} = \overline{CE}$ 인 이등변삼각형이고 $\angle BCE = 70° + 55° = 125°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}(180° - \angle BCE)$

$= \frac{1}{2}(180° - 125°)$

$= 27.5°$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A, C 에서 대변의 중점과의 교점을 각각 D, E 라고 할 때, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CD}}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉮~㉰ 에 들어갈 말을 알맞게 쓴 것을 고르면?



[가정] $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$, 점 D, E 는 $\overline{\mathrm{AB}}$ 와 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점
[결론] $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CD}}$
[증명] $\triangle$ADC 와 $\triangle$CEA 에서
(㉮)는 공통 $\cdots$㉠
$\angle \mathrm{DAC} = \angle \mathrm{ECA}$ $\cdots$㉡
또 $\overline{\mathrm{AD}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}, \overline{\mathrm{CE}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로
(㉯)$\cdots$㉢
㉠,㉡,㉢에서 $\triangle$ADC 와 $\triangle$CEA 는 SAS 합동
따라서 (㉰)

① $\overline{\mathrm{AE}}$, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CE}}$, $\overline{\mathrm{AB}}$ 는 $\overline{\mathrm{CB}}$ 와 길이가 같다.

② $\overline{\mathrm{AE}}$, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{AE}}$ 는 $\overline{\mathrm{CD}}$ 와 길이가 같다.

③ $\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CE}}$, $\overline{\mathrm{AB}}$ 는 $\overline{\mathrm{CB}}$ 와 길이가 같다.

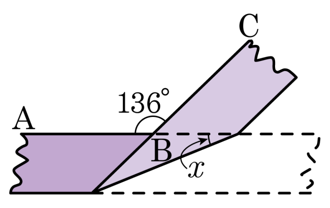
④ $\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{AB}}$ 는 $\overline{\mathrm{CB}}$ 와 길이가 같다.

⑤ $\overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CE}}$, $\overline{\mathrm{AE}}$ 는 $\overline{\mathrm{CD}}$ 와 길이가 같다.

해설

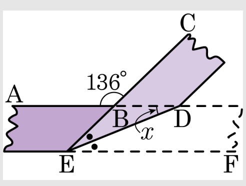
[가정] $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$, 점 D, E 는 $\overline{\mathrm{AB}}$ 와 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점
[결론] $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CD}}$
[증명] $\triangle$ADC 와 $\triangle$CEA 에서
($\overline{\mathrm{AC}}$)는 공통$\cdots$㉠
$\angle \mathrm{DAC} = \angle \mathrm{ECA}$$\cdots$㉡
또 $\overline{\mathrm{AD}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}, \overline{\mathrm{CE}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로
($\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{CE}}$)$\cdots$㉠
㉠,㉡,㉢에서 $\triangle$ADC 와 $\triangle$CEA 는 SAS 합동
따라서 ($\overline{\mathrm{AE}}$ 는 $\overline{\mathrm{CD}}$ 와 길이가 같다.)

11. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ABC = 136°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$ ② $22°$ ③ $24°$ ④ $26°$ ⑤ $28°$

해설



$\angle ABE = 180° - 136° = 44°$

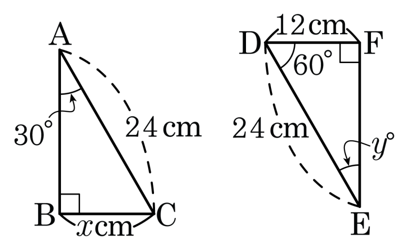
$\angle ABE = \angle BEF = 44°$ (엇각)

$\angle BED = \angle DEF = \dfrac{1}{2} \times 44° = 22°$ (종이 접은 각)

$\angle BDE = \angle DEF = 22°$ (엇각)

$\therefore \angle x = 22°$

12. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x+y$ 의 값은?

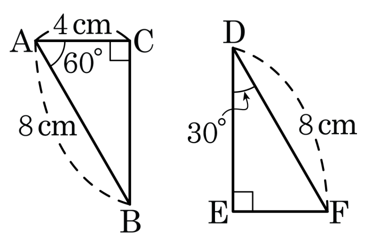


① 12　　② 36　　③ 42　　④ 48　　⑤ 60

해설

$\triangle\mathrm{ABC}, \triangle\mathrm{EFD}$ 는 RHA 합동 이므로
$\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{FD}} = 12\mathrm{cm} = x\mathrm{cm}$, $\angle y = \angle\mathrm{CAB} = 30°$
$\therefore x + y = 12 + 30 = 42$

13. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이는?



① 5cm ② 4.5cm ③ 4cm

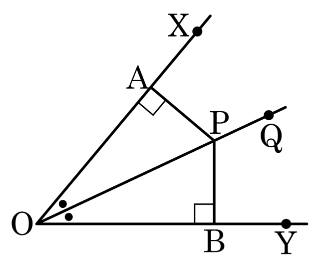
④ 3.5cm ⑤ 3cm

해설

$\triangle\mathrm{ABC}, \triangle\mathrm{FDE}$ 는 RHA 합동

$\therefore \overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{CA}} = 4\mathrm{cm}$

14. 다음은 XOY 의 이등분선 위의 한 점 P 라 하고 점 P 에서 $\overline{OX}, \overline{OY}$ 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라고 할 때, $\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ 임을 나타내기 위해서 이용한 합동조건은?



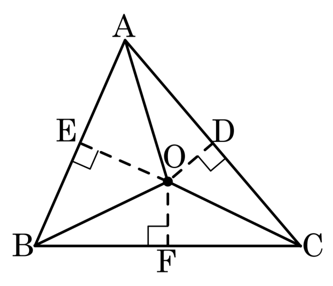
① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ AAA 합동

④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

$\angle AOP = \angle BOP$, $\overline{OP}$ (공통), $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ 이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$
$\therefore$ RHA 합동

15. 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, 합동인 삼각형이 아닌 것을 모두 고르면?

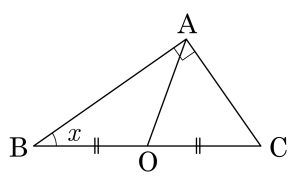


① $\triangle OBE \equiv \triangle OBF$
② $\triangle OCF \equiv \triangle OCD$
③ $\triangle OBE \equiv \triangle OAE$
④ $\triangle AOD \equiv \triangle COD$
⑤ $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$

해설

$\triangle AOE \equiv \triangle BOE$, $\triangle OBF \equiv \triangle OCF$, $\triangle AOD \equiv \triangle COD$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 O는 $\angle A = 90°$인 직각삼각형의 빗변의 중점이다. $\angle AOB : \angle AOC = 11 : 7$일 때, $\angle B$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad°}$

▷ 정답 : $35\underline{°}$

해설

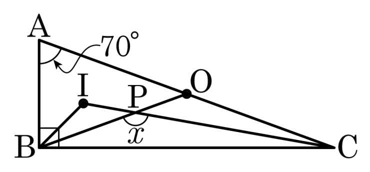
$\angle AOB : \angle AOC = 11 : 7$이므로

$\angle AOB = 180° \times \frac{11}{18} = 110°$

$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$$\begin{aligned}\angle B &= \frac{1}{2}(180° - 110°) \\ &= \frac{1}{2} \times 70° \\ &= 35°\end{aligned}$$

17. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

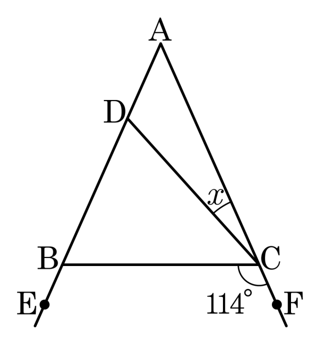
해설

$\angle ACB = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10^\circ$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$

따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180^\circ - (10^\circ + 20^\circ) = 150^\circ$ 이다.

18. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle BCF = 114°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $18°$ ② $24°$ ③ $30°$ ④ $36°$ ⑤ $42°$

해설

$\triangle ABC$에서

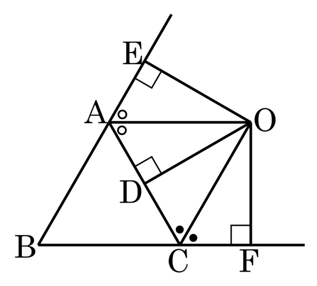
$\angle ABC = \angle BCA = 180° - 114° = 66°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 66°) = 48°$

따라서 $\angle x = 66° - 48° = 18°$이다.

19. 다음 그림에서 △ABC 의 ∠A, ∠C 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, 점 O 에서 각 변의 연장선 위에 내린 수선의 발을 D, E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$

② $\triangle ADO \equiv \triangle CDO$

③ $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$

④ $\overline{CD}=\overline{CF}$

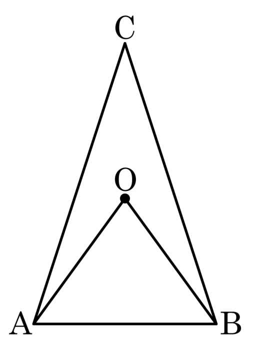
⑤ $\overline{AD}=\overline{AE}$

해설

그림에서 $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$, $\triangle CFO \equiv \triangle CDO$ (RHA 합동) 이므로

$\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$, $\overline{CD}=\overline{CF}$, $\overline{AD}=\overline{AE}$

20. $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라 하고 $\angle A + \angle B : \angle C = 4 : 1$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



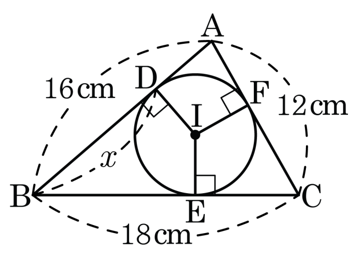
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}^\circ$

▷ 정답 : 72°

해설

$\angle OAB = \angle OBA = x$, $\angle OBC = \angle OCB = y$, $\angle OCA = \angle OAC = z$ 라고 하면
$2x + 2y + 2z = 180^\circ$, $x + y + z = 90^\circ \cdots$ ㉠
또한, $\angle A + \angle B = 4\angle C$ 이므로
$x + z + x + y = 4(y + z) \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하면 $x = 54^\circ$
$\triangle AOB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle AOB = 180^\circ - (54^\circ \times 2) = 72^\circ$

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이 x 를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 11 cm

해설

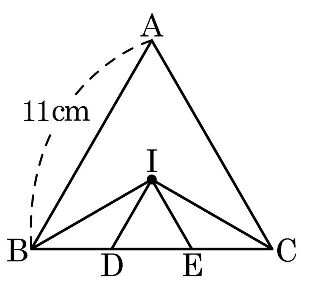
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BD} = x = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{CE} = 18 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 16 - x = \overline{AF}$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 18 - x + 16 - x = 12$

$\therefore x = 11(\text{cm})$

22. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이다. $\overline{AB}//\overline{ID}$, $\overline{AC}//\overline{IE}$ 이고 $\overline{AB}=11\text{cm}$ 일 때, $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는?

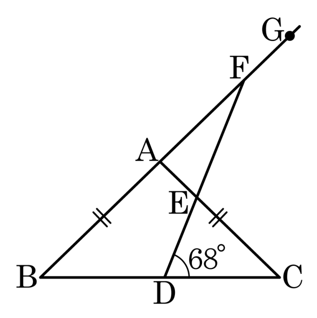


① $\frac{11}{3}\text{cm}$ ② $\frac{11}{2}\text{cm}$ ③ 11cm
④ 12cm ⑤ 13cm

해설

$\angle ABI=\angle IBD$ 이고 $\angle ABI=\angle BID(\because \overline{AB}//\overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD=\angle BID$ 이다. $\Rightarrow \overline{BD}=\overline{ID}$
같은 방법으로 $\angle ACI=\angle ICE$ 이고 $\angle ACI=\angle CIE$ $(\because \overline{AC}//\overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE=\angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE}=\overline{EC}$ 이다.
따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이) $=\overline{ID}+\overline{DE}+\overline{IE}=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{EC}=\overline{BC}=11(\text{cm})$ 이다.

23. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{CD} = \overline{CE}$ 이다. $\angle EDC = 68°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.

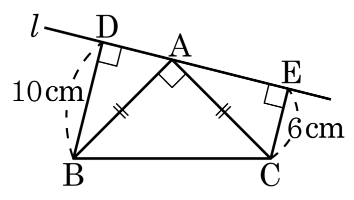


① 40° ② 44° ③ 48° ④ 52° ⑤ 56°

해설

$\angle C = 180° - 68° \times 2 = 44°$
$\angle B = \angle C = 44°$

24. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 직각인 꼭지점 A 를 지나는 직선 l 에 점 B, C 에서 수선 $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 를 각각 그었다. $\overline{BD} = 10\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 16 cm

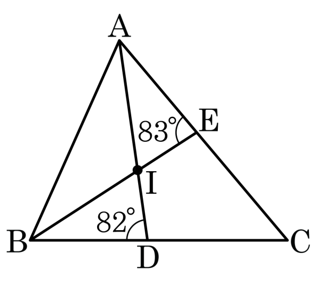
해설

$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$(RHA 합동) 이므로

$\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{AE} = 10\text{cm}$

$\therefore \overline{DE} = 16\text{cm}$

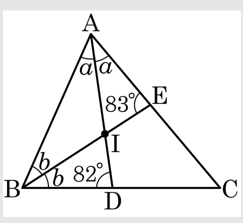
25. 다음 그림에서 점I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. $\angle AEB = 83°$, $\angle ADB = 82°$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ____ °

▷ 정답: 50 °

해설



$\angle A = 2\angle a$, $\angle B = 2\angle b$ 라 하면 $\triangle$ABE 에서
$2\angle a + \angle b + 83° = 180° \cdots$ ㉠
$\triangle$ABD 에서, $\angle a + 2\angle b + 82° = 180° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면 $\angle a = 32°$, $\angle b = 33°$
따라서 $\triangle$ABC 에서, $\angle A + \angle B + \angle C = 64° + 66° + \angle C = 180°$
$\therefore \angle C = 50°$