1. 등식 $a(x+1)^2+b(x+1)+cx^2=3x-1$가 모든 x의 값에 대하여 항상 성립할 때 상수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $\frac{a}{c}+b$의 값을 구하면?

① -6　② -5　③ -4　④ -2　⑤ -1

해설

좌변을 전개해서 계수비교하면

$(a+c)x^2+(2a+b)x+a+b=3x-1$

$\therefore a+c=0,\ 2a+b=3,\ a+b=-1$

$\therefore a=4,\ b=-5,\ c=-4$

$\therefore \frac{a}{c}+b=-6$

2. 실수 x 에 대하여 $|x-2|^2-|3-x|^2-\sqrt{-9}+\sqrt{-16}$ 을 $a+bi$ 꼴로 나타낼 때 $a+b$ 의 값을 구하면?

① -5　　② $2x-4$　　③ $2x$

④ $2x-5$　　⑤ 0

해설

(준식) $=(x-2)^2-(3-x)^2-3i+4i$

$=2x-5+i$

$\therefore a=2x-5$, $b=1$

$\therefore a+b=2x-4$

3. 다음 복소수에서 실수, 허수, 순허수를 각각 구하시오.

㉠ $2+3i$	㉡ -3	㉢ $-5i$
㉣ $-3+\sqrt{3}i$	㉤ 0	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 실수 : ㉡, ㉤

▷ 정답 : 허수 : ㉠, ㉣

▷ 정답 : 순허수 : ㉢

해설

4. 다음 등식 $x+y+(2x-y)i=2+7i$를 만족하는 두 실수 x, y에 대하여 xy값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 3　　② -3　　③ 0　　④ 5　　⑤ -5

해설

$x+y+(2x-y)i=2+7i$
$\Rightarrow x+y-2+(2x-y-7)i=0$
$\Rightarrow x+y-2=0, 2x-y-7=0$
연립하면, $x=3,\ y=-1$

5. $a = 2 + \sqrt{3}i$, $b = 2 - \sqrt{3}i$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{7}$

해설

$a = 2 + \sqrt{3}i$, $b = 2 - \sqrt{3}i$ 일 때

$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{b^2 + a^2}{ab} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} \cdots$ ㉠

이 때, $a + b = (2 + \sqrt{3}i) + (2 - \sqrt{3}i) = 4$

$ab = (2 + \sqrt{3}i)(2 - \sqrt{3}i)$

$= 2^2 - (\sqrt{3}i)^2 = 4 + 3 = 7$ 이므로

$a + b = 4$, $ab = 7$ 을 ㉠에 대입하면

$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab}$

$= \frac{16 - 14}{7} = \frac{2}{7}$

6. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\overline{i-2}=i+2$　　② $\overline{2i}=-2i$

③ $\overline{\sqrt{2}+i}=\sqrt{2}-i$　　④ $\overline{1+\sqrt{3}}=1+\sqrt{3}$

⑤ $\overline{3-2i}=3+2i$

해설

켤레복소수는 허수부분의 부호가 바뀐다.
실수의 켤레복소수는 자기자신이다.
① $\overline{i-2}=-i-2$

7. 다음 복소수에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① -5의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}i$이다.

② $2+3i$의 실수부분은 2, 허수부분은 3 이다.

③ $-3i$는 순허수이다.

④ $1-2i$의 켤레 복소수는 $-1+2i$이다.

⑤ 두 실수 a, b에 대하여 복소수 $a+bi$가 실수가 되려면 $b=0$ 이어야 한다.

해설

④ $1-2i$의 켤레 복소수는 $1+2i$이다.

8. a, b는 정수이고, ax^3+bx^2+1이 x^2-x-1로 나누어 떨어질 때, b의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

ax^3+bx^2+1

$=(x^2-x-1)(ax-1)$

$=ax^3-(1+a)x^2+(1-a)x+1$

양변의 계수를 비교하면

$-(1+a)=b, 1-a=0$

$\therefore\ a=1, b=-2$

9. 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$을 일차식 $x - 2$로 나눌 때의 나머지는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \\ &= (x-2)Q(x) + R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ f(2) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 \\ &= 8 - 8 + 10 - 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$\therefore\ R = 4$

10. 다항식 $2x^3+ax^2+bx+3$ 이 다항식 $2x^2-x-3$ 으로 나누어 떨어질 때, $a+b$ 의 값은 ?

① 3　　② 1　　③ -1　　④ -2　　⑤ -5

해설

$2x^3+ax^2+bx+3=(2x^2-x-3)Q(x)$

$=(x+1)(2x-3)Q(x)$

$x=-1$ 일 때, $-2+a-b+3=0$

$\therefore\ a-b=-1\cdots$ ㉠

$x=\frac{3}{2}$ 일 때, $\frac{27}{4}+\frac{9}{4}a+\frac{3}{2}b+3=0$

$27+9a+6b+12=0$

$\therefore\ 3a+2b=-13\cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 에서 $a=-3,\ b=-2$

$\therefore\ a+b=(-3)+(-2)=-5$

11. x에 대한 다항식 x^3-2x^2-x+2가 $(x+a)(x+b)(x+c)$로 인수분해 될 때, $a^2+b^2+c^2$의 값은? (단, a, b, c는 상수)

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

$x^3-2x^2-x+2=(x+1)(x-1)(x-2)$
$a^2+b^2+c^2=(-1)^2+1^2+2^2=6$

12. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

① 9 개　② 12 개　③ 16 개　④ 24 개　⑤ 32 개

해설

$38 = x$ 라 하면,

$$\begin{aligned} 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

$\therefore \quad (3+1)(3+1) = 16$

13. $i(x+2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① ± 1　　② ± 2　　③ ± 3　　④ ± 4　　⑤ ± 5

해설

$$i(x+2i)^2 = i(x^2+4ix-4) = x^2 i - 4x - 4i$$
$$= -4x + (x^2-4)i$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$\therefore\ x^2 - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \pm 2$

14. $(1+i)x^2+(1-i)x-6-2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

① -3　② -2　③ -1　④ 2　⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2+x-6)+(x^2-x-2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2+x-6=(x+3)(x-2)=0$ 이어야 하므로 $x=-3$ 또는 $x=2$ 이다.
그런데 $x^2-x-2\neq 0$ 이어야 하므로 $x\neq 2$
따라서 $x=-3$

15. 실수 k에 대하여 복소수 $z = 3(k+2i) - k(1-i)^2$의 값이 순허수가 되도록 k의 값을 정하면?

① -2　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$z = 3(k+2i) - k(-2i)$
$= 3k + (6+2k)i \Rightarrow$ 순허수
$\therefore\ 3k = 0,\ k = 0$

16. 두 복소수 $z_1 = 1+(a-2)i$, $z_2 = (b-2)-ai$ 에 대하여 $z_1+(2-4i) = z_2$ 가 성립할 때, 실수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=8$

해설

$z_1 = 1+(a-2)i$, $z_2 = (b-2)-ai$ 를
$z_1+(2-4i) = z_2$ 에 대입하면
$1+(a-2)i+(2-4i) = (b-2)-ai$
$3+(a-6)i = (b-2)-ai$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여
$3 = b-2$, $a-6 = -a$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$b = 5$, $a = 3$
$\therefore\ a+b = 8$

17. $(x+y)a-(x-y)b-(y-z)c-4z=0$이 $x,\ y,\ z$의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc를 구하면?

① 4　　② 8　　③ 16　　④ 32　　⑤ 64

해설

x, y, z에 대해 정리하면
$(a-b)x+(a+b-c)y+(c-4)z=0$
$x,\ y,\ z$에 대한 항등식이므로
$a=b,\ a+b-c=0,\ c=4$
$\therefore\ a=b=2,\ c=4$
$\therefore\ abc=16$

18. x^3 의 계수가 1 인 삼차다항식 $f(x)$ 를$x-1, x-2, x-3$ 으로 나눈 나머지가 각각 $2, 4, 6$ 일 때, $f(x)$ 를 $x-4$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 2　　② 5　　③ 7　　④ 11　　⑤ 14

해설

$f(1)=2,\ f(2)=4,\ f(3)=6$

$f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)+ax^2+bx+c$

$a+b+c=2,\ 4a+2b+c=4,\ 9a+3b+c=6$

$a=0,\ b=2,\ c=0$

$f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)+2x$

$f(4)=3\times2\times1+8=14$

19. $(x+1)^2-3(x+1)+2$를 인수분해 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x(x-1)$

해설

$x+1=X$로 치환하면
(준식)$=X^2-3X+2=(X-1)(X-2)=x(x-1)$

20. 다항식 $2x^2 + xy + 5x - y^2 + 2y + 3$가 $(2x + ay + b)(x + cy + d)$로 인수분해 될 때, $a,\ b,\ c,\ d$의 값을 차례로 적은 것은?

① 1, 3, 1, 1　　② 1, 3, −1, 1　　③ −1, 3, 1, 1

④ −1, 3, −1, 1　　⑤ −1, −3, 1, 1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + (y+5)x - (y^2 - 2y - 3)\\ &= \{2x - (y-3)\}\{x + (y+1)\}\\ &= (2x - y + 3)(x + y + 1)\end{aligned}$$

$\therefore a = -1, b = 3, c = 1, d = 1$

21. $a+b+c=4$, $ab+bc+ca=3$, $abc=1$일 때, $a^3+b^3+c^3$의 값을 구하면?

① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33 ⑤ 34

해설

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$
위 식에 따라 $a^2+b^2+c^2+6=16$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=10$
$a^3+b^3+c^3$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$
$=4\times(10-3)+3\times1$
$=31$

22. 실수 x, y가 $xy = 6$, $x^2y + xy^2 + x + y = 63$을 만족시킬 때, $x^2 + y^2$의 값은?

① 13　② $\frac{1173}{32}$　③ 55　④ 69　⑤ 81

해설

$x^2y + xy^2 + x + y$
$= xy(x+y) + (x+y)$
$= (xy+1)(x+y)$
$= 7(x+y) = 63,$
$x + y = 9,\ xy = 6$
$\therefore\ x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$
$= 81 - 12 = 69$

23. n이 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2n+1}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{4n+1}$을 간단히 하면?

① $-2i$　② $-i$　③ $2i$　④ i　⑤ 0

해설

$\frac{1+i}{1-i}=\frac{2i}{2}=i$

$\frac{1-i}{1+i}=\frac{-2i}{2}=-i$

$i^{2n+1}+(-i)^{4n+1}$ ($n=2k-1$ 대입)

$i^{2(2k-1)+1}+(-i)^{4(2k-1)+1}$

$=i^{4k-1}-i$

$=-i-i=-2i$

24. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}\ (\text{단. } a \neq b \neq c)$$

① -1　② 1　③ $-\frac{1}{2}$　④ $\frac{1}{2}$　⑤ 5

해설

$$(\text{준 식}) = \frac{a^2(c-b)+b^2(a-c)+c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$
$$= \frac{(c-b)a^2-(c^2-b^2)a+bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$
$$= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1$$