

1. 등식  $a(x+1)^2 + b(x+1) + cx^2 = 3x - 1$ 가 모든  $x$ 의 값에 대하여 항상 성립할 때 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $\frac{a}{c} + b$ 의 값을 구하면?

① -6

② -5

③ -4

④ -2

⑤ -1

### 해설

좌변을 전개해서 계수비교하면

$$(a+c)x^2 + (2a+b)x + a+b = 3x - 1$$

$$\therefore a+c=0, 2a+b=3, a+b=-1$$

$$\therefore a=4, b=-5, c=-4$$

$$\therefore \frac{a}{c} + b = -6$$

2. 실수  $x$  에 대하여  $|x-2|^2 - |3-x|^2 - \sqrt{-9} + \sqrt{-16}$  을  $a+bi$  꼴로 나타낼 때  $a+b$  의 값을 구하면?

①  $-5$

②  $2x-4$

③  $2x$

④  $2x-5$

⑤  $0$

해설

$$(\text{준식}) = (x-2)^2 - (3-x)^2 - 3i + 4i$$

$$= 2x - 5 + i$$

$$\therefore a = 2x - 5, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2x - 4$$

3. 다음 복소수에서 실수, 허수, 순허수를 각각 구하시오.

㉠  $2 + 3i$

㉡  $-3$

㉢  $-5i$

㉣  $-3 + \sqrt{3}i$

㉤  $0$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 실수: ㉡, ㉤

▷ 정답: 허수: ㉠, ㉣

▷ 정답: 순허수: ㉢

해설

4. 다음 등식  $x + y + (2x - y)i = 2 + 7i$ 를 만족하는 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $xy$ 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 3

② -3

③ 0

④ 5

⑤ -5

해설

$$x + y + (2x - y)i = 2 + 7i$$

$$\Rightarrow x + y - 2 + (2x - y - 7)i = 0$$

$$\Rightarrow x + y - 2 = 0, 2x - y - 7 = 0$$

연립하면,  $x = 3, y = -1$

5.  $a = 2 + \sqrt{3}i$ ,  $b = 2 - \sqrt{3}i$  일 때,  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$  의 값을 구하여라. (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{2}{7}$

해설

$a = 2 + \sqrt{3}i$ ,  $b = 2 - \sqrt{3}i$  일 때

$$\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{b^2 + a^2}{ab} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} \dots \textcircled{1}$$

이 때,  $a + b = (2 + \sqrt{3}i) + (2 - \sqrt{3}i) = 4$

$$ab = (2 + \sqrt{3}i)(2 - \sqrt{3}i)$$

$$= 2^2 - (\sqrt{3}i)^2 = 4 + 3 = 7 \text{ 이므로}$$

$a + b = 4$ ,  $ab = 7$  을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} + \frac{a}{b} &= \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} \\ &= \frac{16 - 14}{7} = \frac{2}{7} \end{aligned}$$

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $\overline{i-2} = i+2$

②  $\overline{2i} = -2i$

③  $\overline{\sqrt{2}+i} = \sqrt{2}-i$

④  $\overline{1+\sqrt{3}} = 1+\sqrt{3}$

⑤  $\overline{3-2i} = 3+2i$

해설

켈레복소수는 허수부분의 부호가 바뀐다.

실수의 켈레복소수는 자기자신이다.

①  $\overline{i-2} = -i-2$

7. 다음 복소수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

①  $-5$ 의 제곱근은  $\pm\sqrt{5}i$ 이다.

②  $2 + 3i$ 의 실수부분은 2, 허수부분은 3이다.

③  $-3i$ 는 순허수이다.

④  $1 - 2i$ 의 켤레 복소수는  $-1 + 2i$ 이다.

⑤ 두 실수  $a, b$ 에 대하여 복소수  $a + bi$ 가 실수가 되려면  $b = 0$ 이어야 한다.

해설

④  $1 - 2i$ 의 켤레 복소수는  $1 + 2i$ 이다.

8.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$\begin{aligned} & ax^3 + bx^2 + 1 \\ &= (x^2 - x - 1)(ax - 1) \\ &= ax^3 - (1 + a)x^2 + (1 - a)x + 1 \end{aligned}$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1 + a) = b, 1 - a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

9. 다항식  $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 일차식  $x - 2$ 로 나눌 때의 나머지는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \\ &= (x - 2)Q(x) + R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(2) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 \\ &= 8 - 8 + 10 - 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore R = 4$$

10. 다항식  $2x^3 + ax^2 + bx + 3$  이 다항식  $2x^2 - x - 3$  으로 나누어 떨어질 때,  $a + b$  의 값은 ?

① 3

② 1

③ -1

④ -2

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}2x^3 + ax^2 + bx + 3 &= (2x^2 - x - 3)Q(x) \\ &= (x + 1)(2x - 3)Q(x)\end{aligned}$$

$$x = -1 \text{ 일 때, } -2 + a - b + 3 = 0$$

$$\therefore a - b = -1 \cdots \text{㉠}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 일 때, } \frac{27}{4} + \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + 3 = 0$$

$$27 + 9a + 6b + 12 = 0$$

$$\therefore 3a + 2b = -13 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡ 에서 } a = -3, b = -2$$

$$\therefore a + b = (-3) + (-2) = -5$$

11.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가  $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때,  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단,  $a, b, c$ 는 상수)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

12. 자연수  $N = p^n q^m r^l$  로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는  $(n + 1)(m + 1)(l + 1)$  이다. 이 때,  $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$  의 양의 약수의 개수는?

① 9 개

② 12 개

③ 16 개

④ 24 개

⑤ 32 개

해설

$38 = x$  라 하면,

$$\begin{aligned} 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x + 1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (3 + 1)(3 + 1) = 16$$

13.  $i(x + 2i)^2$  이 실수가 되는 실수  $x$  의 값을 정하면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

①  $\pm 1$

②  $\pm 2$

③  $\pm 3$

④  $\pm 4$

⑤  $\pm 5$

해설

$$\begin{aligned}i(x + 2i)^2 &= i(x^2 + 4ix - 4) = x^2i - 4x - 4i \\ &= -4x + (x^2 - 4)i\end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

14.  $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$  가 순허수가 되는 실수  $x$  의 값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 2

⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면  $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$  이고  
순허수가 되기 위해선  $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$  이어야  
하므로  $x = -3$  또는  $x = 2$  이다.

그런데  $x^2 - x - 2 \neq 0$  이어야하므로  $x \neq 2$

따라서  $x = -3$

15. 실수  $k$ 에 대하여 복소수  $z = 3(k + 2i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 되도록  $k$ 의 값을 정하면?

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}z &= 3(k + 2i) - k(-2i) \\ &= 3k + (6 + 2k)i \Rightarrow \text{순허수} \\ \therefore 3k &= 0, k = 0\end{aligned}$$

16. 두 복소수  $z_1 = 1 + (a-2)i$ ,  $z_2 = (b-2) - ai$ 에 대하여  $z_1 + (2-4i) = z_2$ 가 성립할 때, 실수  $a$ ,  $b$ 의 합  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $a + b = 8$

### 해설

$z_1 = 1 + (a-2)i$ ,  $z_2 = (b-2) - ai$ 를

$z_1 + (2-4i) = z_2$ 에 대입하면

$$1 + (a-2)i + (2-4i) = (b-2) - ai$$

$$3 + (a-6)i = (b-2) - ai$$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$$3 = b-2, a-6 = -a$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$b = 5, a = 3$$

$$\therefore a + b = 8$$

17.  $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ 이  $x, y, z$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱  $abc$ 를 구하면?

① 4

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

$x, y, z$ 에 대해 정리하면

$$(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$$

$x, y, z$ 에 대한 항등식이므로

$$a = b, a + b - c = 0, c = 4$$

$$\therefore a = b = 2, c = 4$$

$$\therefore abc = 16$$

18.  $x^3$  의 계수가 1 인 삼차다항식  $f(x)$  를  $x-1, x-2, x-3$  으로 나눈 나머지가 각각 2, 4, 6 일 때,  $f(x)$  를  $x-4$  로 나눈 나머지를 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 11

⑤ 14

해설

$$f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 6$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + ax^2 + bx + c$$

$$a + b + c = 2, 4a + 2b + c = 4, 9a + 3b + c = 6$$

$$a = 0, b = 2, c = 0$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + 2x$$

$$f(4) = 3 \times 2 \times 1 + 8 = 14$$

19.  $(x + 1)^2 - 3(x + 1) + 2$ 를 인수분해 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x(x - 1)$

해설

$x + 1 = X$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = X^2 - 3X + 2 = (X - 1)(X - 2) = x(x - 1)$$

20. 다항식  $2x^2 + xy + 5x - y^2 + 2y + 3$ 가  $(2x + ay + b)(x + cy + d)$ 로 인수분해 될 때,  $a, b, c, d$ 의 값을 차례로 적은 것은?

① 1, 3, 1, 1

② 1, 3, -1, 1

③ -1, 3, 1, 1

④ -1, 3, -1, 1

⑤ -1, -3, 1, 1

해설

$$(\text{준식}) = 2x^2 + (y + 5)x - (y^2 - 2y - 3)$$

$$= \{2x - (y - 3)\}\{x + (y + 1)\}$$

$$= (2x - y + 3)(x + y + 1)$$

$$\therefore a = -1, b = 3, c = 1, d = 1$$

21.  $a + b + c = 4$ ,  $ab + bc + ca = 3$ ,  $abc = 1$  일 때,  $a^3 + b^3 + c^3$  의 값을 구하면?

① 30

② 31

③ 32

④ 33

⑤ 34

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\text{위 식에 따라 } a^2 + b^2 + c^2 + 6 = 16$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 10$$

$$a^3 + b^3 + c^3$$

$$= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc$$

$$= 4 \times (10 - 3) + 3 \times 1$$

$$= 31$$

22. 실수  $x, y$ 가  $xy = 6$ ,  $x^2y + xy^2 + x + y = 63$ 을 만족시킬 때,  $x^2 + y^2$ 의 값은?

- ① 13      ②  $\frac{1173}{32}$       ③ 55      ④ 69      ⑤ 81

해설

$$\begin{aligned}x^2y + xy^2 + x + y &= xy(x + y) + (x + y) \\&= (xy + 1)(x + y) \\&= 7(x + y) = 63, \\x + y &= 9, \quad xy = 6 \\ \therefore x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= 81 - 12 = 69\end{aligned}$$

23.  $n$ 이 홀수일 때,  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2n+1} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{4n+1}$  을 간단히 하면?

①  $-2i$

②  $-i$

③  $2i$

④  $i$

⑤  $0$

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i$$

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$i^{2n+1} + (-i)^{4n+1} \quad (n = 2k - 1 \text{ 대입})$$

$$i^{2(2k-1)+1} + (-i)^{4(2k-1)+1}$$

$$= i^{4k-1} - i$$

$$= -i - i = -2i$$

24. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \quad (\text{단. } a \neq b \neq c)$$

① -1

② 1

③  $-\frac{1}{2}$

④  $\frac{1}{2}$

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= \frac{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1 \end{aligned}$$