

1. 포물선 $y = x^2 - x + 1$ 위의 점 중에서 직선 $y = x - 3$ 에의 거리가 최소인 점을 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

직선 $y = x - 3$ 에 평행인 직선 $y = x + k$ 와 포물선 $y = x^2 - x + 1$ 과의 접점이 구하는 점이다.

$$x^2 - x + 1 = x + k \text{ 에서 } \frac{D}{4} = 1 - (1 - k) = 0$$

$$\therefore k = 0$$

이때, $x = 1, y = 1$ 이므로

구하는 점은 $(1, 1)$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

2. 원점에서의 거리가 1이고, 점 (1,2)를 지나는 직선의 방정식이 $ax + by + c = 0$ 으로 표현될 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, $b \neq 0$)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 (1,2)를 지나는 직선은

$y = m(x-1) + 2$ 에서,

$mx - y - m + 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$

여기서 (0,0)에 이르는 거리가 1이므로

$$\frac{|-m+2|}{\sqrt{m^2+1}} = 1, |m-2| = \sqrt{m^2+1}$$

양변을 제곱하여 정리하면, $m = \frac{3}{4}$

$\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면, $\frac{3}{4}x - y + \frac{5}{4} = 0,$

$$3x - 4y + 5 = 0$$

$$\therefore a + b + c = 3 - 4 + 5 = 4$$

3. 좌표평면 위의 세 점 $O(0, 0)$, $A(4, 3)$, $B(2, 6)$ 을 꼭지점으로 하는 삼각형 OAB 의 무게중심을 G 라 할 때, 점 G 와 직선 OA 사이의 거리는?

- ① $\frac{4}{5}$ ② 1 ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

해설

삼각형 OAB 의 무게중심은 $G(2, 3)$, 직선 OA 의 방정식은 $y = \frac{3}{4}x$ 곧 $3x - 4y = 0$ 이다.

따라서 점 G 와 직선 OA 의 거리 d 는

$$d = \frac{|3 \cdot 2 - 4 \cdot 3|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{6}{5}$$

4. 이차함수 $y = 3x^2 + 18x + 35$ 의 꼭지점에서 직선 $4x + 3y + 8 = 0$ 까지의 거리는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$y = 3x^2 + 18x + 35$$

$$\Rightarrow y = 3(x+3)^2 + 8$$

$$\Rightarrow \text{꼭지점: } (-3, 8)$$

$4x + 3y + 8 = 0$ 까지의 거리를 구하면,

$$\frac{|4 \times (-3) + 3 \times 8 + 8|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 4$$

5. 두 직선 $3x - 4y + 1 = 0$, $3x - 4y - 4 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

두 직선이 평행하므로,
두 직선 중 한 직선의 임의의 점을 택한 후
나머지 직선과의 거리를 구하면 된다.

$3x - 4y + 1 = 0$ 의 $(0, \frac{1}{4})$ 점과

직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\therefore \frac{|3 \times 0 + (-4) \times \frac{1}{4} - 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

6. 서로 평행한 두 직선 $3x - y + 5 = 0$, $3x - y - 5 = 0$ 사이의 거리는?

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{10}$

해설

서로 평행한 두 직선

$3x - y + 5 = 0$, $3x - y - 5 = 0$ 사이의 거리는

직선 $3x - y + 5 = 0$ 위의 점 $(0, 5)$ 와

직선 $3x - y - 5 = 0$ 사이의 거리와 같으므로

구하는 거리는

$$\frac{|0 - 5 - 5|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

7. 원점 O 에서 직선 $ax-y+4=0$ 에 내린 수선의 발을 H 라 한다. 선분 OH 의 길이가 2 가 될 때, a^2 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

선분 OH 는 원점과 직선 $ax-y+4=0$ 간의 최단거리이므로,

$$\frac{|4|}{\sqrt{a^2+1}} = \overline{OH} = 2$$

$$\sqrt{a^2+1} = 2$$

$$a^2+1 = 4$$

$$\therefore a^2 = 3$$

8. 직선 $3x - 4y = 0$ 과 평행이고, 점 $(2, 1)$ 에서의 거리가 1 인 직선의 y 절편은?(단, y 절편은 양수)

- ① $(0, \frac{1}{2})$ ② $(0, \frac{3}{4})$ ③ $(0, 1)$
④ $(0, \frac{4}{3})$ ⑤ $(0, 3)$

해설

직선 $3x - 4y = 0$ 과 평행한 직선을

$3x - 4y + k = 0$ 이라 놓으면,

$$\frac{|3 \times 2 - 4 \times 1 + k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

$\therefore |2 + k| = 5, k = 3$ (\because y 절편 > 0)

\therefore 직선 $3x - 4y + 3 = 0$ 의 y 절편은 $(0, \frac{3}{4})$

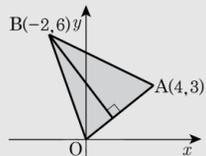
9. 세 점 $O(0, 0)$, $A(4, 3)$, $B(-2, 6)$ 을 꼭지점으로 하는 $\triangle OAB$ 의 넓이는?

- ① 9 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

$\overline{OA} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ 이고 직선 OA 의

방정식은 $y = \frac{3}{4}x$



즉 $3x - 4y = 0$ 이므로 점 $B(-2, 6)$ 과

직선 OA 사이의 거리는

$$\frac{|3 \times (-2) - 4 \times 6|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{30}{5} = 6$$

따라서 $\triangle OAB$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$

10. 세 꼭지점이 $A(1, 2)$, $B(-1, 2)$, $C(-2, 0)$ 로 주어지는 삼각형 ABC 의 넓이는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 $A(1, 2)$ 에서 직선 BC 에 이르는 거리를 구하여 높이로 하고, BC 의 길이를 밑변의 길이로 하여 삼각형의 넓이를 구한다. 직선 BC 의

방정식은 $2x - y + 4 = 0$ 이므로,

점 $A(1, 2)$ 에서 직선 BC 에 이르는 거리는

$\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.

변 BC 의 길이: $\sqrt{5}$

$$\therefore \triangle ABC = \sqrt{5} \times \frac{4\sqrt{5}}{5} \times \frac{1}{2} = 2$$

$$\therefore \triangle ABC = 2$$

해설

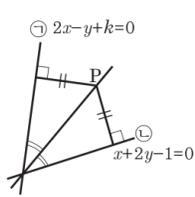
세꼭지점이 주어질 때 넓이는

$$S = \frac{1}{2}|(1 \times 2) + (-1 \times 0) + (-2 \times 2) -$$

$$(-1 \times 2) + (-2 \times 2) + (1 \times 0)| = 2$$

11. 두 직선 $2x - y + k = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 이 이루는 각의 이등분선이 점 $P(3, 1)$ 을 지날 때, 상수 k 의 값의 합을 구하면?

- ① -2 ② 4 ③ -6
 ④ 8 ⑤ -10



해설

$$2x - y + k = 0 \dots \textcircled{1}$$

$$x + 2y - 1 = 0 \dots \textcircled{2}$$

(점 P와 ㉠사이의 거리) = (점 P와 ㉡사이의 거리) 이므로

$$\frac{|6 - 1 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|3 + 2 - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \Rightarrow |5 + k| = 4$$

$$\Rightarrow 5 + k = \pm 4 \Rightarrow k = -9 \text{ 또는 } k = -1$$

$\therefore k$ 의 합 : -10

12. 두 직선 $2x - y - 1 = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 으로부터 같은 거리에 있는 점 P의 자취의 방정식 중에서 기울기가 양수인 것은?

① $y = x$

② $y = \frac{1}{2}x$

③ $y = \frac{1}{3}x$

④ $y = \frac{1}{4}x$

⑤ $y = \frac{1}{5}x$

해설

P(x, y) 라 하면,

(i) $2x - y - 1 = 0$ 까지의 거리 d_1 은

$$d_1 = \frac{|2x - y - 1|}{\sqrt{4 + 1}}$$

(ii) $x + 2y - 1 = 0$ 까지의 거리 d_2 는

$$d_2 = \frac{|x + 2y - 1|}{\sqrt{1 + 4}}$$

$d_1 = d_2$ 이므로 $|2x - y - 1| = |x + 2y - 1|$

$\therefore 2x - y - 1 = \pm(x + 2y - 1)$

즉, $x - 3y = 0$, $3x + y - 2 = 0$

그런데 기울기가 양수이므로 $x - 3y = 0$

$\therefore y = \frac{1}{3}x$

13. y축 위의 한 점 P로부터 두 직선 $x-y+3=0$, $x-y-1=0$ 에 이르는 거리가 같을 때, 점 P의 좌표는?

- ① (1, -2) ② (-1, 2) ③ (0, 2)
④ (0, 1) ⑤ (0, -2)

해설

y축 위의 한 점을 P(0, y)라 하면 직선 $x-y+3=0$ 과 점 P사이의 거리는

$$d_1 = \frac{|-y+3|}{\sqrt{2}}$$

직선 $x-y-1=0$ 과 점 P사이의 거리는

$$d_2 = \frac{|-y-1|}{\sqrt{2}}$$

$d_1 = d_2$ 이므로

$$\frac{|-y+3|}{\sqrt{2}} = \frac{|-y-1|}{\sqrt{2}}$$

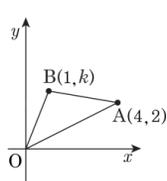
양변을 제곱하여 정리하면

$$-8y = -8 \therefore y = 1$$

$\therefore P(0, 1)$

14. 다음 그림과 같이 $O(0,0)$, $A(4,2)$, $B(1,k)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 OAB 의 넓이가 4일 때, 양수 k 의 값은?

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4



해설

직선 OA 의 방정식은 $x - 2y = 0$ 이다.
 점 $B(1,k)$ 에서 직선 $x - 2y = 0$ 까지의 거리

$$h \text{는 } h = \frac{|1 \times 1 - 2 \times k|}{\sqrt{1 + 4}} = \frac{|1 - 2k|}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore \overline{OA} = 2\sqrt{5}$$

$$\Delta OAB = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \frac{|1 - 2k|}{\sqrt{5}} = 4$$

$$\therefore k = \frac{5}{2} (\because k > 0)$$

15. 직선 $y = \frac{4}{3}x$ 와 x 축이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식을 구할 때 기울기는? (단, 기울기는 양수이다.)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

각의 이등분선은 각의 두 변에서 같은 거리에 있는 점들이다. 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(x, y)$ 에서 각의 두 변인 x 축과 직선 $y = \frac{4}{3}x$ 에 이르는 거리는 같다. $|y| = \frac{|4x-3y|}{\sqrt{3^2+4^2}}$, $y = \pm \frac{4x-3y}{5}$
기울기가 양수이므로 $y = \frac{1}{2}x$, 기울기는 $\frac{1}{2}$