

1. 두 식 $x^2 + 12x + A$, $x^2 - Bx + 49$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 양수 A, B 에 대하여 $A + B$ 의 값은?

① 55

② 50

③ 46

④ 42

⑤ 38

해설

$$(x + 6)^2 = x^2 + 12x + 36$$

$$\therefore A = 36$$

$$(x - 7)^2 = x^2 - 14x + 49, -B = -14$$

$$\therefore B = 14$$

$$\therefore A + B = 36 + 14 = 50$$

2. $5x^2 - Ax - 3 = (Bx + 3)(x + C)$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A + B + C = 6$

해설

$$\begin{aligned} 5x^2 - Ax - 3 &= (Bx + 3)(x + C) \\ &= Bx^2 + (BC + 3)x + 3C \end{aligned}$$

$$B = 5$$

$$C = -1$$

$$-A = BC + 3 = -2, A = 2$$

$$\therefore A + B + C = 6$$

3. 두 이차식 $x^2 - 3x - 4$ 와 $2x^2 - 11x + 12$ 의 공통인 인수는?

① $x - 1$

② $x - 4$

③ $x + 1$

④ $2x - 3$

⑤ $2x + 3$

해설

$$x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1)$$

$$2x^2 - 11x + 12 = (2x - 3)(x - 4)$$

4. 두 다항식 $x^2 - 5x + a$, $2x^2 - bx - 12$ 의 공통인 인수가 $x - 3$ 이라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

공통인 인수가 $x - 3$ 이므로

$x^2 - 5x + a = (x - 3)(x + k)$ 로 놓을 수 있다.

$$x^2 - 5x + a = (x - 3)(x + k) = x^2 + (k - 3)x - 3k$$

$$k - 3 = -5, \quad -3k = a$$

$$k = -2 \quad \therefore a = (-3) \times (-2) = 6$$

마찬가지로 공통인 인수가 $x - 3$ 이므로

$$2x^2 - bx - 12 = (x - 3)(2x + m) = 2x^2 + (m - 6)x - 3m$$

$$m - 6 = -b, \quad -3m = -12$$

$$m = 4 \quad \therefore b = 6 - 4 = 2$$

$$\therefore a + b = 6 + 2 = 8$$

5. 다항식 $(x+y)(x+y-3z)-4z^2$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, 두 일차식의 합은?

- ① $2x+2y-3z$ ② $2x-2y-3z$ ③ $2x-4y+3z$
④ $2x+3y-2z$ ⑤ $2x+2y+3z$

해설

$(x+y)=A$ 라 하면

$$A(A-3z)-4z^2=A^2-3Az-4z^2$$

$$=(A-4z)(A+z)$$

$$=(x+y-4z)(x+y+z)$$

$$\therefore (x+y-4z)+(x+y+z)=2x+2y-3z$$

6. 다항식 $a^2x - a^2 - x + 1$ 을 인수분해했을 때, 아래 보기에서 그 인수가 될 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $x^2 + 1$

㉡ $x - 2$
- ㉢ $x - 1$

㉣ $a - 1$
- ㉤ $a + 1$

- ① ㉠, ㉢, ㉤

② ㉢, ㉤

③ ㉢, ㉤, ㉣
- ④ ㉡, ㉣

⑤ ㉤, ㉡, ㉣

해설

$$\begin{aligned} a^2x - a^2 - x + 1 &= a^2(x - 1) - (x - 1) \\ &= (a + 1)(a - 1)(x - 1) \end{aligned}$$

7. 두 다항식 $x^2 - ax - 15$, $2x^2 - 9x + b$ 의 공통인 인수가 $x - 3$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 7$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - ax - 15 &= (x - 3)(x + 5) \\ -a &= -3 + 5, \quad a = -2 \\ 2x^2 - 9x + b &= (x - 3)(2x + q) \\ q - 6 &= -9, \quad q = -3 \\ b &= -3 \times (-3), \quad b = 9 \\ \therefore a + b &= 7\end{aligned}$$

8. 이차식 $ax^2+30x+b$ 를 완전제곱식으로 고치면 $(cx+3)^2$ 일 때, $\frac{b}{a+c}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$ax^2+30x+b=(cx+3)^2=c^2x^2+6cx+9$$

$$\Rightarrow a=c^2, 30=6c, b=9$$

$$\Rightarrow a=25, c=5, b=9$$

$$\text{따라서 } \frac{b}{a+c}=\frac{9}{25+5}=\frac{9}{30}=\frac{3}{10} \text{ 이다.}$$

9. $x^2 + px + q$ 가 완전제곱식이 되기 위한 p, q 의 관계식은?

- ① $q = \frac{p}{2}$ ② $q = \frac{p^2}{2}$ ③ $q = -\frac{p}{2}$
④ $q = -\left(\frac{p}{2}\right)^2$ ⑤ $q = \left(\frac{p}{2}\right)^2$

해설

이차항의 계수가 1 일 때, 일차항의 계수의 절반의 제곱이 상수항이 되어야 완전제곱식이 된다.

따라서 $q = \left(\frac{p}{2}\right)^2$ 이다.

10. 이차식 $15x^2 + (3k+1)x - 12$ 를 인수분해하면 $(3x+2)(5x-6)$ 이라고 한다. 이때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -3$

해설

$$\begin{aligned} 15x^2 + (3k+1)x - 12 &= (3x+2)(5x-6) \\ &= 15x^2 - 8x - 12 \end{aligned}$$

$$3k+1 = -8, \quad k = -3$$

11. x 에 관한 이차식 $cx^2 - 13x - 20$ 를 인수분해한 식이 $(ax - 5)(5x + b)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 16

② 17

③ 18

④ 21

⑤ 22

해설

$$\begin{aligned}(ax - 5)(5x + b) &= 5ax^2 + (ab - 25)x - 5b \\ &= cx^2 - 13x - 20\end{aligned}$$

$$5a = c, \quad ab - 25 = -13, \quad -5b = -20$$

$$\therefore b = 4, \quad a = 3, \quad c = 15$$

$$\therefore a + b + c = 3 + 4 + 15 = 22$$

12. 어떤 이차식을 갑, 을이 다음과 같이 잘못 인수분해 했다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하면 $a(x-b)(x-c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

- (1) 갑은 x 의 계수를 잘못 보고 $(3x-4)(x-6)$ 으로 인수 분해 하였다.
(2) 을은 상수항을 잘못 보고 $(3x+3)(x-7)$ 으로 인수분해 하였다.

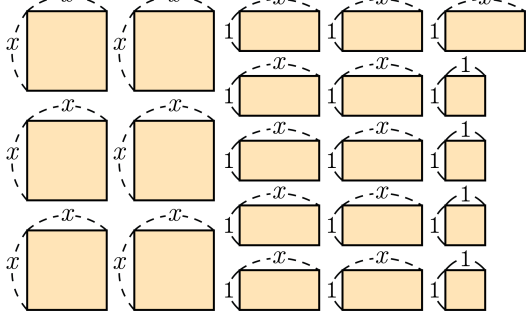
▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=9$

해설

갑은 $3x^2-22x+24$ 에서 상수항 +24를 맞게 보았고,
을은 $3x^2-18x-21$ 에서 x 의 계수 -18을 맞게 보았다.
따라서 $3x^2-18x+24=3(x-2)(x-4)$
 $\therefore a=3, b=2, c=4$
 $\therefore a+b+c=9$

13. 다음에 주어진 도형을 이용하여 식을 세워 직사각형의 넓이로 나타내었을 때 직사각형의 가로 또는 세로의 길이가 될 수 있는 것을 모두 고르면?



- ① $x + 4$

② $2x + 1$

③ $2x + 3$
- ④ $3x + 2$

⑤ $3x + 4$

해설

$6x^2+11x+4 = (2x+1)(3x+4)$
 이므로 직사각형의 가로와 세로의 길이는 $3x+4$ 와 $2x+1$ 이다.

14. $2x^2 - \frac{9}{2}y^2$ 을 인수분해하면?

① $(2x + 3y)(4x - 6y)$

② $(4x + 6y)(2x - 3y)$

③ $2(2x + 3y)(2x - 3y)$

④ $\frac{1}{2}(2x + 3y)(2x - 3y)$

⑤ $\frac{1}{2}(2x + 3y)^2$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - \frac{9}{2}y^2 &= \frac{1}{2}(4x^2 - 9y^2) \\ &= \frac{1}{2}(2x + 3y)(2x - 3y) \end{aligned}$$

15. $(x-y)^2 - 8x + 8y + 16$ 을 인수분해하면 $(ax+by+c)^2$ 이다. 이 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, a 는 양수)

① -16

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 12

해설

$(x-y)^2 - 8(x-y) + 16$ 에서

$x-y=A$ 로 치환하면

$$A^2 - 8A + 16 = (A-4)^2 = (x-y-4)^2$$

$$\therefore a=1, b=-1, c=-4$$

$$\therefore a+b+c=-4$$

16. $2(x-y)(x-y+1)-24$ 를 인수분해하면 $a(x-by+c)(x-y+4)$ 일 때, ax^2+bx+c 를 인수분해하면?

① $(3x-1)(x-2)$

② $(2x+3)(x+1)$

③ $(3x-2)^2$

④ $(2x+3)(x-1)$

⑤ $(3x+2)(x-1)$

해설

$x-y=A$ 라 하면

$$\begin{aligned} 2A(A+1)-24 &= 2A^2+2A-24 \\ &= 2(A+4)(A-3) \\ &= 2(x-y+4)(x-y-3) \end{aligned}$$

따라서 $a=2$, $b=1$, $c=-3$ 이다.

$$\therefore 2x^2+x-3=(2x+3)(x-1)$$

17. 다음 중 $x^8 - 1$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$

② $x^2 - 1$

③ $x^4 - 1$

④ $x^6 - 1$

⑤ $x^8 - 1$

해설

$$\begin{aligned}x^8 - 1 &= (x^4 - 1)(x^4 + 1) \\&= (x^2 - 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) \\&= (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)\end{aligned}$$

18. $x^2 - y^2 - x + 5y - 6 = A(x + y - 3)$ 일 때, A 를 구하면?

① $x + y + 2$

② $3x - y + 2$

③ $x - y + 4$

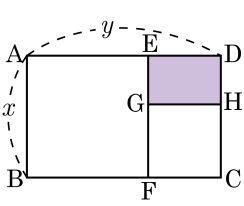
④ $x - y + 2$

⑤ $x - 3y + 2$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 - x + 5y - 6 \\ &= x^2 - x - (y^2 - 5y + 6) \\ &= x^2 - x - (y - 3)(y - 2) \\ &= \{x + (y - 3)\} \{x - (y - 2)\} \\ &= (x + y - 3)(x - y + 2) \\ &\therefore A = x - y + 2 \end{aligned}$$

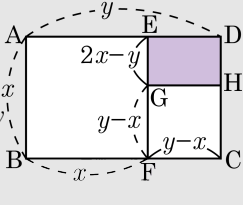
19. 다음 그림의 직사각형 ABCD 는 세로의 길이가 x , 가로의 길이가 y 이고, $\square ABFE$ 와 $\square GFCH$ 가 모두 정사각형이다. 이 때, $\square EGHD$ 의 넓이는? (단, $x < y < 2x$)



- ① $-2x^2 + 3xy - y^2$ ② $-2x^2 - 3xy - y^2$
 ③ $2x^2 - 3xy - y^2$ ④ $2x^2 + 3xy - y^2$
 ⑤ $2x^2 + 3xy + y^2$

해설

다음 그림에서
 $(\square EGHD \text{의 넓이}) = (\text{가로}) \times (\text{세로})$
 $= (y - x)(2x - y)$
 $= 2xy - y^2 - 2x^2 + xy$
 $= -2x^2 + 3xy - y^2$



20. 다음 빈 칸에 들어갈 수가 가장 큰 것부터 차례대로 써라.

보기

㉠ $3x^2 - 2x - 8 = (x + A)(Bx + 4)$
㉡ $4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x - D)$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : C

▶ 정답 : B

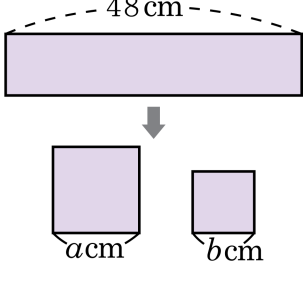
▶ 정답 : A

▶ 정답 : D

해설

㉠ $3x^2 - 2x - 8 = (x - 2)(3x + 4)$
 $\therefore A = -2, B = 3$
㉡ $4x^2 + Cx - 3 = (2x - 1)(2x + 3)$
 $\therefore C = 4, D = -3$
 $A = -2, B = 3, D = -3, C = 4$ 이므로 가장 큰 것부터 차례대로 쓰면 C, B, A, D 이다.

21. 다음 그림과 같이 48 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 74 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하여라. (단, $a > b > 0$)



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 24 cm²

해설

$$\begin{aligned}
 4a + 4b &= 48 \text{ 이므로 } a + b = 12 \\
 \text{또, } a^2 + b^2 &= 74 \\
 (a + b)^2 - 2ab &= a^2 + b^2 \\
 74 &= 144 - 2ab \\
 ab &= 35 \\
 (a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab = 144 - 140 = 4 \\
 a - b &> 0, \ a - b &= 2 \\
 \therefore a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) = 12 \times 2 = 24(\text{ cm}^2)
 \end{aligned}$$

22. 다음 식을 간단히 하여라.

$$(2a - b)^2 - (2a + b)^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-8ab$

해설

$$\begin{aligned} & (2a - b)^2 - (2a + b)^2 \\ &= (2a - b + 2a + b)(2a - b - 2a - b) \\ &= 4a \times (-2b) \\ &= -8ab \end{aligned}$$

23. $49x^2 - 9 + 14xy + y^2$ 을 인수분해하였더니 $(ax + y + b)(ax + cy + 3)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a - b + c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 11 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} 49x^2 + 14xy + y^2 - 9 &= (7x + y)^2 - 3^2 \\ &= (7x + y + 3)(7x + y - 3) \end{aligned}$$

$$a = 7, b = -3, c = 1$$

$$\therefore a - b + c = 11$$

24. $16x^4 - 81y^4 = (Ax^2 + By^2)(Cx + Dy)(Ex + Fy)$ 라고 할 때, $A + B + C + D + E + F$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C, D, E, F 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$16x^4 - 81y^4 = (4x^2 + 9y^2)(2x + 3y)(2x - 3y)$ 이므로 $A + B + C + D + E + F = 4 + 9 + 2 + 3 + 2 - 3 = 17$ 이다.

25. $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면?

㉠ $2\sqrt{3}$

㉡ $3\sqrt{3}$

㉢ $-2\sqrt{3}$

㉣ $-3\sqrt{3}$

㉤ 2

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 16$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 14 - 2 = 12$$

$$x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$