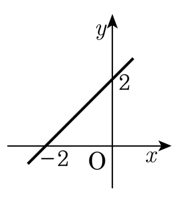
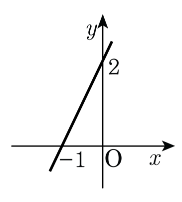
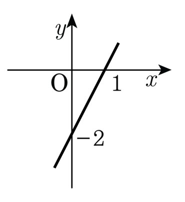
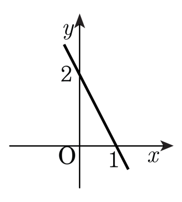
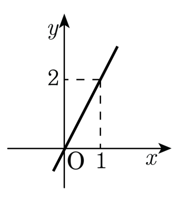
1. 다음 중 직선 $y = 2(x+1)$ 을 나타내는 그래프는?

①


②


③


④


⑤


해설

$y = 2(x+1) = 2x+2$ 이므로, 기울기가 2 이고,
y 절편이 2 인 그래프는 ②번이다.

2. 점 $(a+b,\ ab)$가 제 2사분면의 점일 때, $(a,\ a+b)$ 는 제 $\square$사분면, 점 $\left(\frac{b}{a}, b\right)$ 는 제$\square$사분면의 점이다. 다음 중 $\square$안에 들어갈 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

① 1, 2　② 2, 3　③ 3, 4　④ 1, 4　⑤ 3, 2

해설

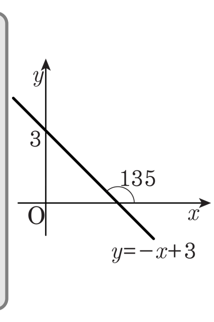
점 $(a+b,\ ab)$가 제 2사분면의 점이므로
$a+b<0,\ ab>0$
$\therefore\ a<0,\ b<0$
$\therefore\ a+b<0,\ \frac{b}{a}>0$
따라서 점 $(a,\ a+b)$는 제 3사분면의 점이고
점 $\left(\frac{b}{a},\ b\right)$는 제 4사분면의 각이다.

3. 함수 $y = -x + 3$ 의 그래프와 x 축의 양의 방향이 이루는 각 θ 는 몇 $^\circ$ 인지 구하면?

① 45° ② 60° ③ 120° ④ 135° ⑤ 150°

해설

$y = -x + 3$ 를 그리면
기울기 : -1 , y 절편 : 3 이므로
다음 그림과 같다.
이 때, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기 θ 는
$-1 = \tan\theta$ 에서 $\theta = 135^\circ$



4. 세 점 $A(2,\ 3)$, $B(-1,\ 9)$, $C(-4,\ a)$ 가 일직선 위에 있을 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 17

해설

일직선 위에 있으려면 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 기울기가 같다.

$\overline{AB}$ 의 기울기 : $\dfrac{3-9}{2-(-1)}=-2$

$\overline{BC}$ 의 기울기 : $\dfrac{a-3}{(-4)-(2)}$ $\therefore\ a=15$

5. 직선 $ax + by + c = 0$은 $ab > 0$, $bc < 0$일 때, 몇 사분면을 지나지 않는가?

① 제 1 사분면　　② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면　　④ 제 4 사분면

⑤ 제 1 사분면 ,제 2 사분면

해설

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 에서

$-\frac{a}{b} < 0$ ($\because$ $ab > 0$)

$-\frac{c}{b} > 0$ ($\because$ $bc < 0$) 이므로

제 1 사분면, 제 2 사분면, 제 4 사분면을 지난다.

6. 두 직선 $2x+y-4=0$, $x-2y+3=0$의 교점과 점 $(2,\ 3)$을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $x-y+1=0$　② $x+y+1=0$　③ $x-y-1=0$
④ $x-y+2=0$　⑤ $x+y+2=0$

해설

두 직선 $2x+y-4=0$과 $x-2y+3=0$의
교점을 지나는 직선의 방정식은
$2x+y-4+k(x-2y+3)=0\cdots$ ㉠
이때, ㉠이 점 $(2,3)$을 지나므로 $3-k=0$
$\therefore\ k=3$
$k=3$을 ㉠에 대입하여 정리하면 $x-y+1=0$

7. 두 직선 $x+y=1,\ ax+2y+a+2=0$ 이 제 1사분면에서 만나도록 하는 정수 a 값의 개수를 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$x+y=1 \cdots$ ㉠
$ax+2y+a+2=0 \cdots$ ㉡
㉡ − ㉠ × 2 : $(a-2)x+a+4=0$
$\Rightarrow \quad x=\dfrac{a+4}{2-a}$
$\Rightarrow y=1-x=\dfrac{2a+2}{a-2}$
$\therefore$ 교점 : $\left(\dfrac{a+4}{2-a}, \dfrac{2a+2}{a-2}\right)$
교점이 제 1 사분면에 있으므로
$\dfrac{a+4}{2-a}>0,\ \dfrac{2a+2}{a-2}>0$
두 식의 양변에$(a-2)^2$ 을 곱하면
$(a-2)(a+4)<0,\ 2(a+1)(a-2)>0$
$\Rightarrow -4<a<2,\ a<-1 \text{ or } a>2$
$\therefore\ -4<a<-1$
$\therefore$ 정수인 a 의 개수는 $-3, -2$ 즉 2개

8. 함수 $f(x)=ax+1$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 구하면?

① $(1,0)$ ② $(1,1)$ ③ $(0,1)$
④ $(-1,0)$ ⑤ $(0,-1)$

해설

함수 $f(x)=ax+1$ 의 그래프는
a 의 값에 관계없이 점$(0,\ 1)$ 을 지나는 직선이다.

9. 직선 $(a-2)x-y-b+1=0$ 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $45°$ 이고, 점 $(1,\ 0)$ 을 지날 때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y=(a-2)x-b+1$ 에서 기울기는
$a-2=\tan 45°=1$
$\therefore\ a=3$
직선 $y=x-b+1$ 이 점 $(1,\ 0)$ 을 지나므로
$0=1-b+1$
$\therefore\ b=2$
$\therefore\ a+b=5$

10. x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $45°$ 이고, 점 $(-1,\ 2)$ 를 지나는 직선이 점 $(a,\ 7)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

x 축 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $45°$ 인 직선의 기울기는 1이다.
$(-1,\ 2)$ 를 지나므로, 직선의 방정식은
$y = (x+1)+2 = x+3$
$(a, 7)$ 을 대입하면, $7 = a+3,\quad a = 4$

11. 두 점 $(a,\ a+1)$과 $(a+1,\ a+2)$를 지나는 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 이 때 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

① $\frac{1}{2}$　　② 1　　③ $\frac{3}{2}$　　④ $\frac{1}{2}a$　　⑤ a

해설

두 점 $(a, a+1)$ 과 $(a+1, a+2)$를 지나는 직선의 기울기를 m이라 하면

$$m = \frac{(a+2)-(a+1)}{(a+1)-a} = 1$$

따라서, 두 점을 지나는 직선의 방정식은

$y-(a+1) = (x-a)$이다.

즉, $y = x+1$이다.

이 때, 두 점 A, B의 좌표는 $\mathrm{A}(-1, 0), \mathrm{B}(0, 1)$이므로

삼각형 OAB의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$

12. 두 직선 $x+y-1=0$과 $mx-y+m-2=0$이 제1사분면에서 만날 때, m의 값의 범위는?

① $\frac{1}{2}<m<2$ ② $\frac{1}{2}<m<3$ ③ $1<m<2$
④ $1<m<3$ ⑤ $2<m<4$

해설

$mx-y+m-2=0$을 m에 대하여 정리하면
$(x+1)m-y-2=0$이므로 m의 값에 관계없이
항상 점 $(-1,-2)$를 지난다.
또, 직선 $x+y-1=0$의 x절편은 1, y절편은 1이다.
따라서 두 직선이 제1사분면에서 만나려면
직선 $(x+1)m-y-2=0$이 점 $(0,1)$을 지나는
직선과 점 $(1,0)$을 지나는 직선 사이에 있어야 한다.
직선 $(x+1)m-y-2=0$에 대하여
(ⅰ) 점 $(0,\ 1)$을 지날 때, $m-1-2=0$
$\therefore\ m=3$
(ⅱ) 점 $(1,\ 0)$을 지날 때, $2m-2=0$
$\therefore\ m=1$
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $1<m<3$

13. 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 12일 때, ab 의 값은? (단, $a>0$, $b>0$)

① 3 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

해설

직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$ 에서 $\frac{x}{2a}+\frac{y}{2b}=1$ 이므로 x 절편은 $2a$, y 절편은 $2b$ 이다.

이 때, a, b 가 양수이므로

직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 2a\times 2b=2ab=12$

$\therefore\ ab=6$

14. 두 직선 $2x-y-1=0$, $3x+2y-3=0$의 교점을 지나고 직선 $2x-3y+1=0$에 평행한 직선은?

① $y=3x-\frac{12}{7}$ ② $y=3x+\frac{12}{7}$ ③ $y=3x+\frac{1}{21}$
④ $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{21}$ ⑤ $y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{21}$

해설

$\begin{cases} 2x-y-1=0 \\ 3x+2y-3=0 \end{cases}$ 을 연립하면

$(x,\ y)=\left(\frac{5}{7},\ \frac{3}{7}\right)$

$2x-3y+1=0$과 평행한 임의의 직선은
$2x-3y+c=0$이고

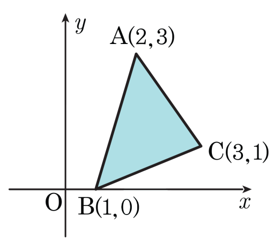
$\left(\frac{5}{7},\ \frac{3}{7}\right)$를 대입하면

$\therefore\ c=-\frac{1}{7}$

$2x-3y-\frac{1}{7}=0$

$\therefore\ y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{21}$

15. 직선 $y = -mx - m + 2$ 가 아래 그림의 삼각형 ABC 를 지나기 위한 m 의 범위는?

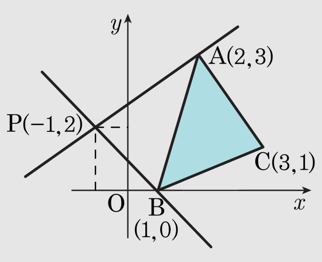


① $-1 \le m \le 3$　　② $-1 \le m \le \frac{1}{3}$

③ $-\frac{1}{3} \le m \le 1$　　④ $-\frac{1}{3} \le m \le 3$

⑤ $1 \le m \le 3$

해설



직선 $y = -mx - m + 2$ 에서 $mx + y + m - 2 = 0$

$m(x+1) + y - 2 = 0$ 이므로

점 P$(-1,\ 2)$ 를 반드시 지난다.

따라서 직선 $y = -mx - m + 2$ 가 $\triangle$ABC 를 지나기 위한 기울기 $-m$ 의 범위는

(직선 PB 의 기울기) $\le -m \le$ (직선 PA 의 기울기)

직선 PB 의 기울기는 $\frac{2-0}{-1-1} = -1$

직선 PA 의 기울기는 $\frac{2-3}{-1-2} = \frac{1}{3}$

$-1 \le -m \le \frac{1}{3}$

$\therefore\ -\frac{1}{3} \le m \le 1$