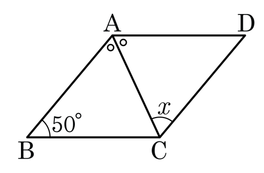
1. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



① 60　② 65　③ 70
④ 75　⑤ 80

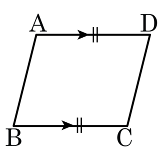
해설

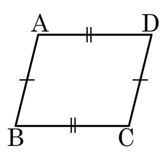
$\angle x = \dfrac{1}{2}\angle \mathrm{A}$ (엇각)

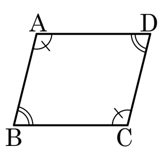
$\angle \mathrm{A} = 130^\circ$

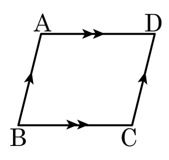
$\therefore \angle x = 65^\circ$

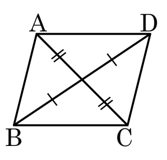
2. 다음 중 평행사변형의 정의를 그림으로 알맞게 나타낸 것은?

①


②


③


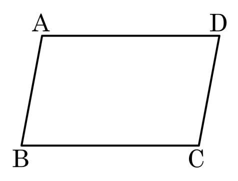
④


⑤


해설

평행사변형의 정의는 두 쌍의 대변이 평행한 사각형이다.

3. 다음 중 다음 $\square$ABCD 가 평행사변형이 되지 <u>않는</u> 것은?



① $\angle A = \angle C,\ \overline{AB} // \overline{DC}$

② $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$

③ $\overline{AB} // \overline{DC},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

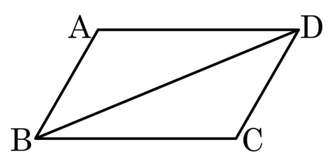
④ $\overline{AD} = \overline{BC},\ \angle A + \angle B = 180°$

⑤ $\angle A + \angle B = 180°,\ \angle A + \angle D = 180°$

해설

③ 평행사변형이 되려면 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같아야 한다.

4. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 말을 차례대로 나열하면?



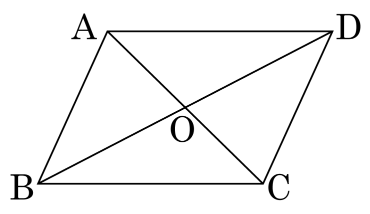
평행사변형 ABCD 에 점 B 와 점 D 를 이으면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} = \boxed{} \cdots$ ㉡,
$\overline{BD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C\ ,\ \angle B = \boxed{} \cdots$ ㉡

① $\overline{CB}$, $\angle C$　② $\overline{BD}$, $\angle C$　③ $\overline{AB}$, $\angle D$
④ $\overline{CD}$, $\angle D$　⑤ $\overline{CB}$, $\angle D$

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CDB$ 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{BD}$ 는 공통이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C\ ,\ \angle B = \angle D$

5. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\angle ACB = 30°$, $\angle DBC = 15°$ 이다. 이때 $\angle ACD$ 와 $\angle BDC$ 의 크기를 차례대로 구하여라.



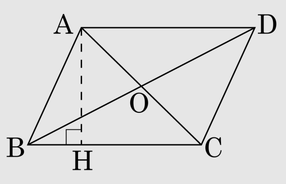
▶ 답: ___ °

▶ 답: ___ °

▷ 정답: 105°

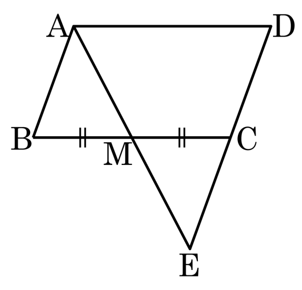
▷ 정답: 30°

해설



위의 그림과 같이 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고 $\overline{OH}$ 를 그으면
$\triangle AHC$ 에서 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로
$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OH}$ 이고
$\angle OAH = \angle AHO = \angle HOA = 60°$
$\triangle OBC$ 에서 $\angle BOA = 15° + 30° = 45°$ 이므로
$\angle BOH = 60° - 45° = 15°$
$\angle HBO = \angle HOB$ 이므로 $\overline{BH} = \overline{OH} = \overline{AH}$
$\triangle ABH$ 는 직각이등변삼각형이므로
$\angle BAH = 45°$, $\angle ABO = 30°$
$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로
$\therefore\ \angle ACD = \angle BAO = 45° + 60° = 105°$,
$\angle BDC = \angle ABO = 30°$

6. 다음 평행사변형 ABCD 에서 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 16 cm

해설

$\overline{AB} // \overline{DE}$ 이므로

$\angle BAM = \angle MEC, \angle ABM = \angle MCE$

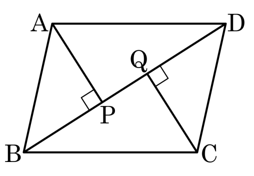
$\overline{BM} = \overline{CM}$

$\triangle ABM \equiv \triangle ECM$(ASA합동)

$\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{CE} = 8\text{cm}$

$\therefore \overline{DE} = 16\text{cm}$

7. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 P, Q 라고 한다. $\overline{BQ} = 11\text{cm}$, $\overline{QD} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서 $\angle APB = \angle CQD = 90°$

$\overline{AB} = \overline{CD}$

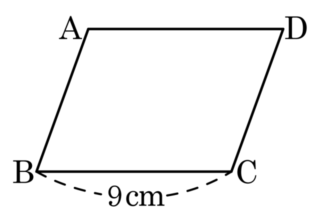
$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)

$\therefore$ $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ (RHA 합동)

$\therefore$ $\overline{BP} = \overline{DQ} = 7$ (cm)

$\overline{PQ} = \overline{BQ} - \overline{BP} = 11 - 7 = 4$ (cm)

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 둘레의 길이는 32cm 이다. $\overline{BC} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



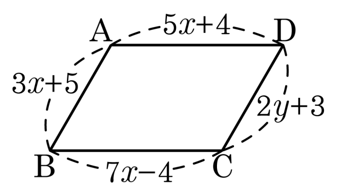
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 7 cm

해설

$\overline{AD} = \overline{BC} = 9\text{cm}$
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로
$\overline{CD} = (32 - 18) \div 2 = 7(\text{cm})$

9. 다음 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되도록 x, y 의 값을 정하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $y = 7$

해설

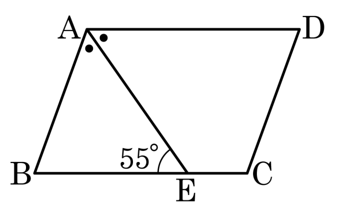
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로

$5x + 4 = 7x - 4$, $2x = 8$ $\therefore x = 4$

$3x + 5 = 2y + 3$

$12 + 5 = 2y + 3$, $2y = 14$ $\therefore y = 7$

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{BAE} = \angle\mathrm{DAE}$, $\angle\mathrm{AEB} = 55°$ 일 때 평행사변형 ABCD 의 $\angle\mathrm{ADC}$ 의 크기를 구하여라.



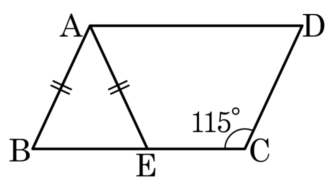
▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 70 °

해설

$\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{BC}}$, $\angle\mathrm{EAD} = \angle\mathrm{AEB} = 55°$, $\angle\mathrm{BAD} + \angle\mathrm{ADC} = 180°$,
$55° + 55° + \angle\mathrm{ADC} = 180°$ 이다.
그러므로 $\angle\mathrm{ADC} = 70°$ 이다.

11. 평행사변형ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 이고 $\angle C = 115°$ 일 때, $\angle EAD$ 를 구하여라.

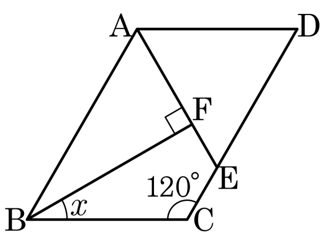


▶ 답: $\underline{\qquad}°$

▷ 정답: $65°$

해설
$\angle B = 180° - 115° = 65°$
$\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle BAE = 180° - 65° \times 2 = 50°$
따라서 $\angle EAD = 115° - 50° = 65°$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 E , 꼭지점B 에서 $\overline{AE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하자. $\angle C = 120°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



▶ 답: $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답: $30°$

해설

$\angle BAD = \angle C = 120°$ 이므로

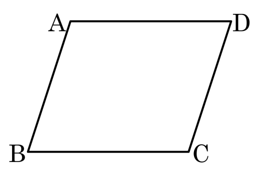
$\angle BAF = \frac{1}{2} \times 120° = 60°$

$\triangle ABF$ 에서 $\angle ABF = 180° - (90° + 60°) = 30°$ 이고

$\angle ABC + \angle C = 180°$ 에서 $\angle ABC = 60°$ 이므로

$\angle x = 60° - 30° = 30°$

13. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기의 비가 $3:2$ 일 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



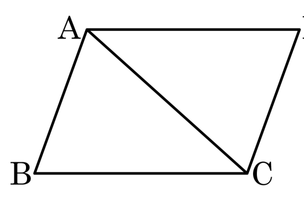
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답: $\underline{108}$ °

해설

$\angle A + \angle B = 180°$ 이고 $\angle A : \angle B = 3:2$ 이므로 $\angle A = \frac{3}{5} \times 180° = 108°$ 이다.
$\angle A = \angle C$ 이다.

14. 다음 평행사변형 ABCD 에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다. 빈 칸에 알맞지 않은 것은?

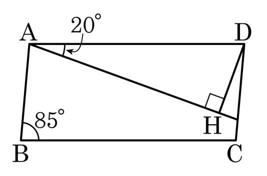


가정 : □ABCD 에서 $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$
결론 : $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$
증명 : 대각선 AC 를 그으면
$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB =$(①)(엇각)
$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle BAC =$(②)(엇각)
$\overline{AC}$ (공통)
$\triangle ABC \equiv$ (③)(④ 합동)
$\therefore \angle B = \angle D$
같은 방법으로 $\triangle ABD \equiv$ (⑤) $\therefore \angle A = \angle C$

① $\angle CAD$
② $\angle DCA$
③ $\triangle CDA$
④ SAS
⑤ $\triangle CDB$

해설
④ 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 같으면 ASA 합동이다.

15. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B = 85°$, $\angle DAC = 20°$ 이고 점 D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\angle HDC$ 의 크기는?



① $75°$ ② $70°$ ③ $20°$ ④ $15°$ ⑤ $10°$

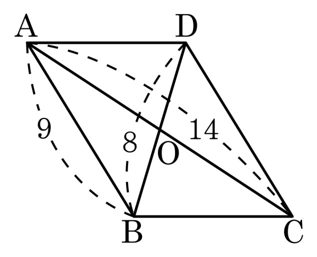
해설

$\angle ADH = 90° - 20° = 70°$

$\angle B = \angle D = 85°$

$\therefore\ \angle HDC = 85° - 70° = 15°$

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}=9$, $\overline{BD}=8$, $\overline{AC}=14$ 일 때, $\triangle OCD$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\triangle OCD$ 의 둘레는 $\overline{OD}+\overline{OC}+\overline{CD}=4+7+9=20$ 이다.

17. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라고 하면 $\overline{PO} = \overline{QO}$를 증명하는 과정이다. 빈칸에 들어갈 알맞은 것을 고르면?

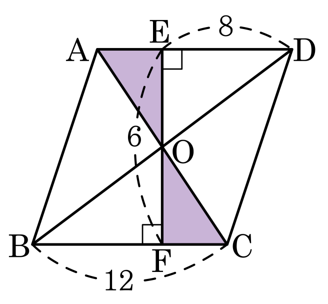
> [가정] $\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$, $\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$
> [결론] $\overline{PO} = \overline{QO}$
> [증명] $\triangle APO$와 $\triangle CQO$에서
> $\angle POA = \angle QOC$, $\overline{AO} = \boxed{}$,
> $\angle PAO = \angle QOC$
> $\therefore$ $\triangle APO \equiv \triangle CQO$(ASA합동),
> $\therefore$ $\overline{PO} = \overline{QO}$

① $\overline{PO}$ ② $\overline{AP}$ ③ $\overline{DO}$ ④ $\overline{BO}$ ⑤ $\overline{CO}$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{AO} = \overline{OC}$이다.

18. 다음 평행사변형 ABCD에서 높이가 6이고 $\overline{\mathrm{ED}}=8$, $\overline{\mathrm{BC}}=12$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

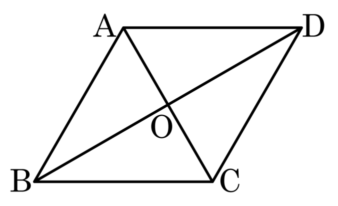
▷ 정답 : 12

해설

$\triangle\mathrm{OAE}\equiv\triangle\mathrm{OCF}$이고 높이가 6이므로 색칠한 부분의 높이는 3이다.

또한, $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{FC}}=4$이므로 $\triangle\mathrm{OAE}$의 넓이는 $\frac{1}{2}\times4\times3=6$이고, 색칠한 부분의 넓이는 $6+6=12$이다.

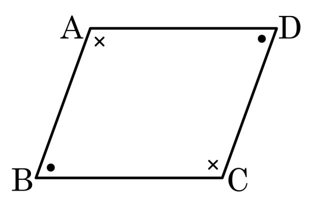
19. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AD} = \overline{BC}$ ② $\angle ADB = \angle ACB$
③ $\overline{BO} = \overline{DO}$ ④ $\angle BAC = \angle ACD$
⑤ $\angle ABC + \angle BCD = 180°$

해설
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$

20. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



□ABCD에서 $\angle A = \angle C$, $\boxed{㉠}$

$\angle A = \angle C = a$

$\boxed{㉠} = b$라 하면

$2a + 2b = \boxed{㉡}$

$\therefore a + b = \boxed{㉢}$

$\boxed{㉣}$의 합이 $180°$이므로

$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\boxed{㉤}$

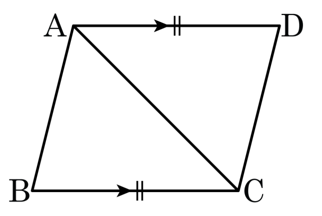
① ㉠ : $\angle B = \angle D$ ② ㉡ : $360°$ ③ ㉢ : $180°$

④ ㉣ : 엇각 ⑤ ㉤ : $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

해설

동측내각의 합이 $180°$이다.

21. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 <u>틀린</u> 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$

결론) $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

△ABC와 △CDA에서

ㄱ. $\underline{\overline{AD} = \overline{BC}}$ (가정) ⋯㉠

ㄴ. $\underline{\angle DCA = \angle BAC}$ (엇각) ⋯㉡

ㄷ. $\underline{\overline{AC}}$ 는 공통 ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. <u>SAS</u> 합동)

ㅁ. $\underline{\angle DAC = \angle BCA}$ 이므로

$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

□ABCD는 평행사변형이다.

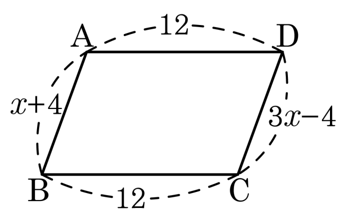
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

22. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x의 값은?

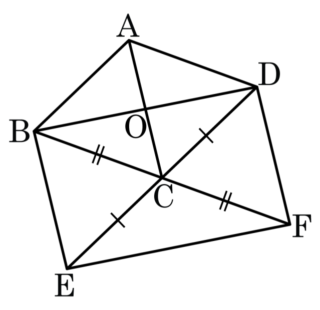


① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$x+4=3x-4$이므로 $x=4$이다.

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\overline{BC} = \overline{FC}, \overline{DC} = \overline{EC}$ 일 때, 다음 그림에서 평행사변형은 모두 몇 개인가?



① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

□ABCD (주어진 평행사변형)
□ABEC ($\overline{AB} /\!/ \overline{CE}$, $\overline{AB} = \overline{CE}$)
□ACFD ($\overline{AD} /\!/ \overline{CF}$, $\overline{AD} = \overline{CF}$)
□BEFD ($\overline{BC} = \overline{CF}, \overline{DC} = \overline{CE}$)

24. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선의 교점이다.)

① $\angle A = 110°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 110°$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\,cm$, $\overline{CD} = \overline{DA} = 6\,cm$

③ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\,cm$, $\overline{CD} = 5\,cm$

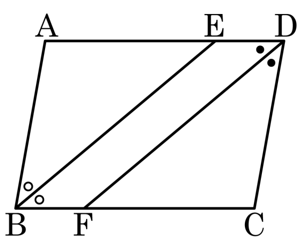
④ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$, $\overline{AB} = 4\,cm$, $\overline{BC} = 4\,cm$

⑤ $\overline{OA} = 5\,cm$, $\overline{OB} = 5\,cm$, $\overline{OC} = 3\,cm$, $\overline{OD} = 3\,cm$

해설

① 두 쌍의 대각의 크기가 같아 평행사변형이다.

25. 다음은 평행사변형 ABCD에서 ∠B, ∠D의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



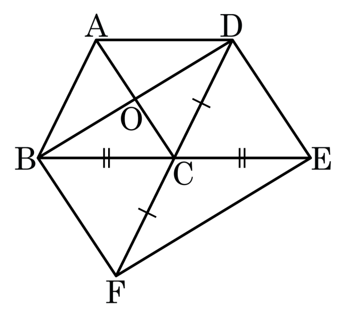
□ABCD는 평행사변형이고
∠B = ∠D이므로 $\frac{1}{2}$∠B = $\frac{1}{2}$∠D
즉, ∠ABE = ∠EBF ⋯ ㉠
∠AEB = ∠EBF (엇각)
∠EDF = $\boxed{}$(엇각)이므로
∠AEB = ∠CFD
∠DEB = ∠180° − $\boxed{}$ = ∠DFB ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □EBFD는 평행사변형이다.

① ∠CDF, ∠ABE ② ∠CDF, ∠AEB ③ ∠CFD, ∠ABE
④ ∠CFD, ∠AEB ⑤ ∠DCF, ∠ABE

해설

$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$이므로 ∠EDF = ∠CFD는 엇각으로 같고, ∠DEB = 180° − ∠AEB = ∠DFB이다.

26. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, DC 의 연장선 위에 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □ABCD를 제외한 사각형이 평행사변형이 되는 조건은 보기에서 모두 몇 개인가?



보기

㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

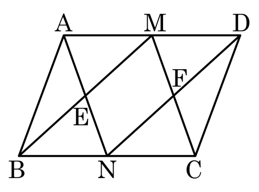
㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

평행사변형이 되는 조건은 □ABFC, □ACED가 평행사변형이되는 조건 ㉤과 □BFED가 평행사변형이 되는 조건 ㉣로 2 개이다.

27. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, 다음과 같이 각 평행사변형의 꼭짓점에서 선을 그었다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



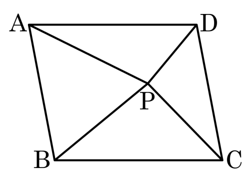
㉠ $\triangle AEM \equiv \triangle ABE$	㉡ $\triangle ABM \equiv \triangle ABN$
㉢ $\triangle AND \equiv \triangle MBC$	㉣ $\overline{AN} = \overline{MC}$
㉤ $\overline{BM} = \overline{ND}$	

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉢
④ ㉢, ㉤　⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $\triangle AEM$ 과 $\triangle ABE$ 의 넓이는 같지만 합동이 아니다.
㉡ $\triangle ABM$ 과 $\triangle ABN$ 의 넓이는 같지만 합동이 아니다.

28. 점 P 는 평행사변형 ABCD 의 내부의 한 점이다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 30 이고 $\triangle$ABP 의 넓이가 10일 때, $\triangle$PCD 의 넓이는 얼마인지 구하여라.



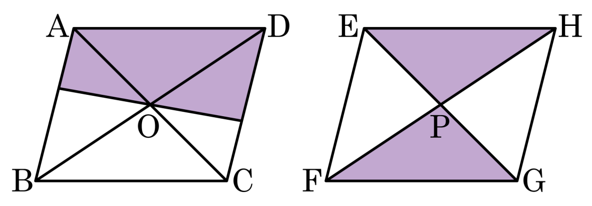
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\square$ABCD $= 2 \times (\triangle\text{ABP} + \triangle\text{PCD})$
$30 = 2 \times (10 + \triangle\text{PCD})$
$\therefore\ \triangle\text{PCD} = 5$

29. 다음 평행사변형 ABCD 와 EFGH 는 합동이다. 평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이가 $34\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, 평행사변형 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



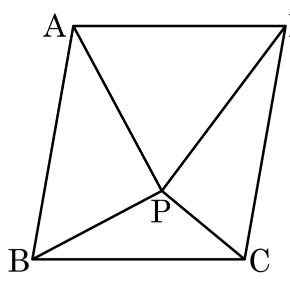
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $34\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이가 $34\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 전체의 넓이는 $68\,\mathrm{cm}^2$ 이다.
평행사변형 EFGH 는 평행사변형 ABCD 와 합동이므로 넓이가 $68\,\mathrm{cm}^2$ 이다.
$\triangle PEH + \triangle PFG = \frac{1}{2}\square EFGH$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는 $34\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

30. 다음 평행사변형 ABCD 는 내부에 점 P 를 잡고 각 점을 연결한 그림이다. $\triangle PAB = 12\text{cm}^2$, $\triangle PAD = 15\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 10\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이와 평행사변형 ABCD 의 넓이를 각각 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답: $\triangle PBC = 7\,\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: $\square ABCD = 44\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times \square ABCD$, $12 + 10 = 15 + \triangle PBC$, $\triangle PBC = 7(\text{cm}^2)$, $\square ABCD = 44(\text{cm}^2)$

31. 다음은 '직사각형의 두 대각선은 길이가 같다.' 를 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 말로 옳은 것은?

(가정) □ABCD 에서 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
(결론) $\overline{AC} = \overline{BD}$
(증명) 직사각형은 평행사변형이므로 △ABC 와 △DCB 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$,
$\angle ABC = \angle DCB$ (가정)
$\overline{BC}$ 는 공통
$\boxed{}$
따라서, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

① 즉, △ABC ≡ △DCB (ASA 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 이다.
② 즉, △ABC ≡ △DCB (ASA 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이다.
③ 즉, △ABC ≡ △DCB (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.
④ 즉, △ABC ≡ △DCB (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 이다.
⑤ 즉, △ABC ≡ △DCB (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이다.

해설

(가정) □ABCD 에서 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
(결론) $\overline{AC} = \overline{BD}$
(증명) 직사각형은 평행사변형이므로 △ABC 와 △DCB 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$,
$\angle ABC = \angle DCB$ (가정)
$\overline{BC}$ 는 공통
즉, △ABC ≡ △DCB (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.
따라서 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

32. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건은?

① 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
② 한 내각의 크기가 직각이다.
③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
⑤ 두 대각선이 수직으로 만난다.

해설

평행사변형의 이웃하는 두 각의 크기의 합이 $180°$ 이므로 한 내각이 $90°$ 임을 증명할 수 있다.

33. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건인 것을 보기에서 모두 골라라.

> ㉠ 두 대각선이 직교한다.
> ㉡ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
> ㉢ 한 내각의 크기가 90° 이다.
> ㉣ 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180° 이다.
> ㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건은
두 대각선의 길이가 서로 같다.
한 내각이 직각이다.

34. 다음 그림과 같은 □ABCD 가 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 나타낸 것이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

평행사변형 ABCD 가 직사각형이 되기 위해서는 $\overline{AC} = \square$ 이거나 $\angle A = \square°$ 이면 된다.

▶ 답 :

▶ 답 :

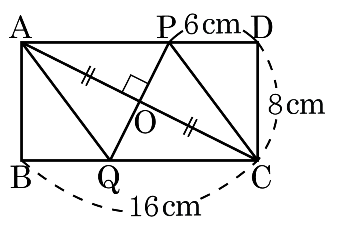
▷ 정답 : $\overline{BD}$

▷ 정답 : 90

해설

한 내각이 직각이거나 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이거나 $\angle A = 90°$ 이다.

35. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 80 $\underline{\ \mathrm{cm}^2}$

해설

□AQCP 는 마름모이므로

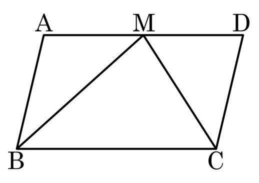
△ABQ ≡ △CDP (RHS)

□AQCP = □ABCD − 2△ABQ

$= 16 \times 8 - 2 \times \frac{1}{2} \times 6 \times 8$

$= 128 - 48 = 80(\mathrm{cm}^2)$

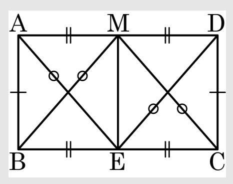
36. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 선분 $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이 되면 □ABCD 는 어떤 사각형인가?



① 사다리꼴　　② 평행사변형　　③ 직사각형
④ 마름모　　⑤ 정사각형

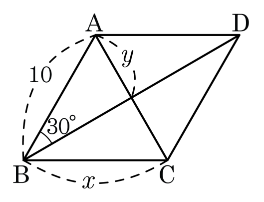
해설

그림과 같이 $\overline{ME}$ 을 그리면,



$\overline{BM} = \overline{AE}$ 이고, $\overline{CM} = \overline{DE}$ 이므로
□ABEM 과 □MECD 는 직사각형
∴ □ABCD 는 직사각형이다.

37. □ABCD 가 마름모일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



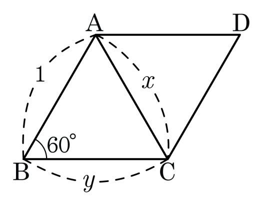
▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

마름모의 대각선은 내각을 이등분하므로
$\angle ABC = 60°$
따라서 $\angle BAC = \angle BCA = 60°$
$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로, $x = 10$
$\overline{AC} = 10$ 이므로 $y = 5$ 이다.
따라서 $x + y = 10 + 5 = 15$ 이다.

38. □ABCD 가 마름모일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

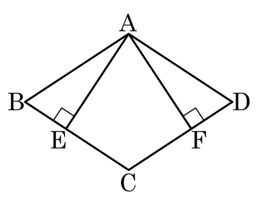
해설

$\overline{AB} = \overline{BC}$

$\angle BAC = \angle BCA = 60°$

따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형, $x = y = 1$, $x + y = 2$

39. 마름모 ABCD 에서 $\triangle ABE$ 와 $\triangle ADF$ 의 합동조건으로 적합한 것은 ?



① SSS 합동 ② ASA 합동

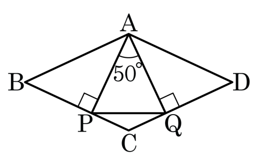
③ SAS 합동 ④ RHA 합동

⑤ RHS 합동

해설

$\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle B = \angle D$, $\angle AEB = \angle AFD = 90°$ 이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$(RHA 합동)

40. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 의 한 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 P, Q 라 하고, $\angle PAQ = 50°$ 일 때, $\angle APQ$ 의 크기를 구하여라.



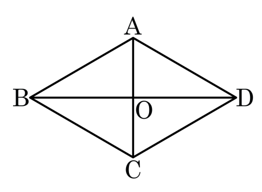
▶ 답: ______ °

▷ 정답: 65°

해설

$\angle B = \angle D$ 이고, $\overline{AB} = \overline{AD}$,
$\angle APB = \angle AQD = 90°$
$\triangle APB \equiv \triangle AQD$ (RHA 합동) $\rightarrow \overline{AP} = \overline{AQ}$ 이므로 $\triangle APQ$ 는 이등변삼각형.
$\therefore \angle APQ = \dfrac{180° - 50°}{2} = 65°$ 이다.

41. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 가 마름모일 때, 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AO}$ 와 $\overline{OD}$ 는 직교한다.

② $\angle ABO = \angle OBC$

③ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 의 길이는 같다.

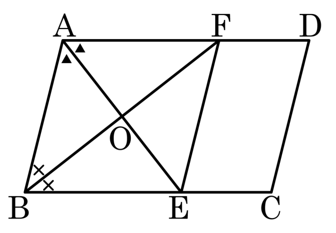
④ $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$

⑤ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OC}$ 의 길이는 같다.

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 두 대각선이 직교하거나 이웃하는 두변의 길이가 같아야 한다.
③ $\overline{OA}$ 와 $\overline{OB}$ 의 길이는 같다는 것은 직사각형이 될 조건이다.

42. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$는 각각 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선이다. 이 때, □ABEF는 어떤 사각형인가?



① 직사각형　　② 마름모　　③ 정사각형

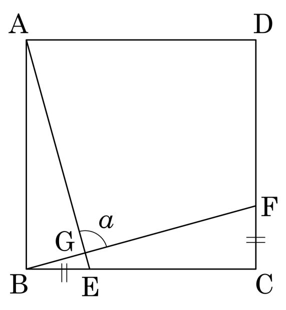
④ 등변사다리꼴　　⑤ 사다리꼴

해설

$\angle ABF = \angle EFB = \angle EBF$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{FE}$

이웃하는 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

43. 다음과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{BE} = \overline{CF}$이고, $\overline{AE}$와 $\overline{BF}$의 교점을 G라 할 때, $\angle a$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $90°$

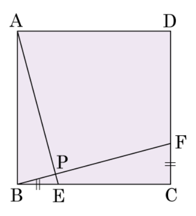
해설

$\triangle ABE$와 $\triangle BCF$에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$
$\angle ABE = \angle BCF = 90°$
$\overline{BE} = \overline{CF}$
$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle BCF$ (SAS 합동)

$\angle CBF + \angle BFC = 90°$이므로
$\angle CBF + \angle AEB = 90°$
($\because \angle BFC = \angle AEB$)

$\triangle GBE$에서
$\angle BGE = 90°$이므로 맞꼭지각으로 $\angle a = 90°$

44. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{BE} = \overline{CF}$이다. $\triangle ABP = 40\,cm^2$일 때, $\square PECF$의 넓이를 구하여라.

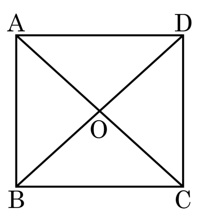


① $32\,cm^2$ ② $34\,cm^2$ ③ $36\,cm^2$
④ $38\,cm^2$ ⑤ $40\,cm^2$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle BCF$이고 $\triangle BPE$는 공통이므로
$\triangle ABP = \square PECF$이다.

45. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건이 아닌 것을 고르면?



① $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이다.

② $\angle A + \angle C = 180°$ 이다.

③ $\angle AOB = 90°$ 이다.

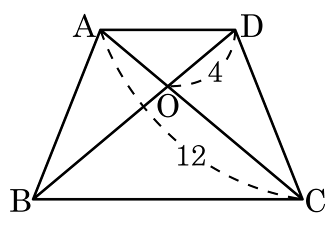
④ $\angle AOD + \angle BOC = 180°$ 이다.

⑤ $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 이다.

해설

직사각형이 정사각형이 되기 위해서는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이거나, 두 대각선이 서로 수직이등분하는 것이다.
하지만 $\angle A + \angle C = 180°$ 는 조건이 아니다.

46. 다음 그림에서 □ABCD가 등변사다리꼴이고 $\overline{AC} = 12$, $\overline{DO} = 4$일 때, $\overline{BO}$의 길이를 구하여라.



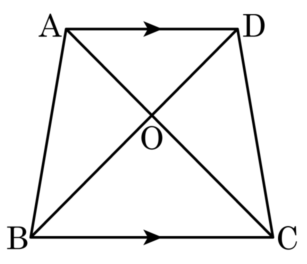
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

등변사다리꼴은 두 대각선의 길이가 서로 같으므로 $\overline{BD} = \overline{AC} = 12$이다.
$\therefore\ \overline{BO} = 12 - 4 = 8$ 이다.

47. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AC} = \overline{DB}$

② $\overline{AB} = \overline{DC}$

③ ($\triangle$ABD의 넓이) = ($\triangle$DCA의 넓이)

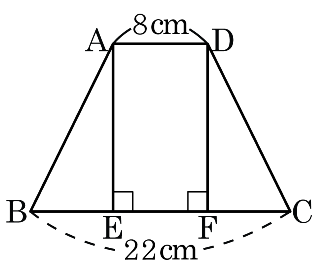
④ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

⑤ $\triangle$OBC 는 정삼각형이다.

해설

② 등변사다리꼴의 성질
①, ④ $\triangle$ABC와 $\triangle$DCB에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$이고, $\overline{BC}$는 공통,
$\angle B = \angle C$이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$(SAS합동)
$\therefore\ \overline{AC} = \overline{DB}$
③ $\triangle$ABD와 $\triangle$DCA에서
$\overline{AD} // \overline{BC}$이고 밑변 $\overline{AD}$는 공통이므로
($\triangle$ABD의 넓이) = ($\triangle$DCA의 넓이)

48. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A, D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E, F 라 하자. $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 22\text{cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 7 cm

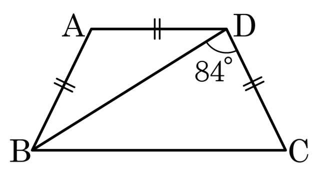
해설

$\triangle ABE \equiv \triangle DCF$, $\overline{EF} = \overline{AD} = 8\text{cm}$ 이므로

$\overline{BE} + \overline{CF} + 8 = 22(\text{cm})$, $\overline{BE} = \overline{CF}$

$\therefore\ \overline{BE} = 7\text{cm}$

49. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 84°$ 일 때, $\angle C$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _°

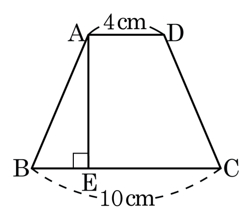
▷ 정답 : 64°

해설

$\angle ADB = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle C$

$\frac{1}{2}\angle C + \angle C = 96°$이므로, $\angle C = 64°$

50. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자. $\overline{AD} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 10\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하면 $\triangle ABE \equiv \triangle DCF$
$\overline{EF} = \overline{AD} = 4\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{BE} + \overline{CF} + 4 = 10(\mathrm{cm})$
$\overline{BE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BE} = 3(\mathrm{cm})$ 이다.