

1. 등식  $x^2 + 2x + 3 = a(x - 1)^2 + bx + c$ 가  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$ 의 값을 정할 때,  $a + b + c$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

### 해설

우변을 전개하여 동류항으로 묶는다.

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 3 &= a(x - 1)^2 + bx + c \\ &= ax^2 + (b - 2a)x + a + c\end{aligned}$$

$$a = 1, b - 2a = 2, a + c = 3$$

$$a = 1, b = 4, c = 2$$

$$a + b + c = 7$$

2. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

①  $\sqrt{-8} = 2\sqrt{2}i$

② 3의 허수부분은 0이다.

③  $\sqrt{-2}$ 는 순허수이다.

④  $b = 1$ 이면  $a + (b - 1)i$ 는 실수이다.

⑤ 제곱하여  $-3$ 이 되는 수는  $\pm\sqrt{3}i$ 이다.

해설

④ [반례]  $a = i, b = 1$ 이면  $a + (b - 1)i = i$ 이므로 순허수이다.(거짓)

3. 다음 보기에 주어진 수를  $x$ 라 할 때,  $\sqrt{x}$ 가 허수가 되는  $x$ 의 개수는?

$$-2, \frac{1}{3}, 0, -3.5, 4, -\frac{2}{5}$$

① 1 개

② 3 개

③ 5 개

④ 7 개

⑤ 9 개

해설

$\sqrt{x}$ 가 허수가 되는  $x = -2, -3.5, -\frac{2}{5}$  의 3개이다.

4.  $x + y + (2x - y)i = 1 + 5i$ 를 만족하는 두 실수  $x, y$ 에 대하여,  $x + y$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x + y = 1, 2x - y = 5$$

$$\therefore x = 2, y = -1$$

5.  $x = 2 - \sqrt{3}i$ ,  $y = 2 + \sqrt{3}i$  일 때,  $x^2 + y^2$  의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (2 - \sqrt{3}i)^2 + (2 + \sqrt{3}i)^2 \\&= 4 - 4\sqrt{3}i - 3 + 4 + 4\sqrt{3}i - 3 \\&= 2\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= (x + y)^2 - 2xy \\&= 4^2 - 2 \cdot 7 \\&= 16 - 14 \\&= 2\end{aligned}$$

6. 복소수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 찾으려면?

①  $2 + i$ 의 허수 부분은  $2i$ 이다.

②  $-5i$ 는 순허수이다.

③  $i^3$ 은 허수이다.

④  $1 + \sqrt{3}i$ 의 켈레복소수는  $1 - \sqrt{3}i$ 이다.

⑤  $1 - \frac{1}{i}$ 는 실수이다.

해설

①  $2 + i$ 의 허수부분 :  $i$  (×)

②  $-5i$ 는 순허수 (○)

③  $i^3 = -i$  허수 (○)

④  $\overline{1 + \sqrt{3}i} = 1 - \sqrt{3}i$  (○)

⑤  $1 - \frac{1}{i} = 1 + i$  복소수 (×)

7.  $\alpha = 1 + i$ ,  $\beta = 2 - i$  의 켈레복소수를 각각  $\bar{\alpha}$ ,  $\bar{\beta}$  라 할 때,  $\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta}$  의 값은?

① 0

② 3

③  $7 - 2i$

④  $7 - i$

⑤  $7 + i$

해설

$\alpha = 1 + i$ ,  $\beta = 2 - i$  에서  $\bar{\alpha} = 1 - i$ ,  $\bar{\beta} = 2 + i$  이므로

$$\alpha\bar{\alpha} + \alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta + \bar{\alpha}\bar{\beta}$$

$$= (1 + i)(1 - i) + (1 + i)(2 + i) + (1 - i)(2 - i) + (1 - i)(2 + i)$$

$$= (1 + 1) + (2 - 1 + 3i) + (2 - 1 - 3i) + (2 + 1 - i)$$

$$= 7 - i$$

8. 다항식  $x^3 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

9.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x-2$ 로 나누면 나누어떨어진다고 한다. 이 때,  $-3(m+n)$ 의 값은?

① 4

② 8

③ 12

④ 14

⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x+1)Q(x) + 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x-2)Q'(x)\end{aligned}$$

$$\therefore f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{6}, n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m + n = -\frac{14}{3}, -3(m+n) = 14$$

10.  $x^3$ 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식  $P(x)$ 가  $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때,  $P(4)$ 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

11. 등식  $3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$  이  $x$  에 관한 항등식일 때, 상수  $b$  의 값은?

① 3

② -4

③ 2

④ 8

⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$= (x-1) \{a(x-1) + b\} + c$$

1	3	2	1	
		3	5	
1	3	5	6	← c
		3		
	3	8	← c	
	↑			
	a			

해설

$x = 1$  을 대입하면  $c = 6$

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + 6$$

$$\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

$$\rightarrow (x-1)(3x+5) = a(x-1)^2 + b(x-1)$$

→ 양변을  $x-1$  로 나누면

$$3x+5 = a(x-1) + b = ax - a + b$$

$$\therefore a = 3, b = 8$$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

12.  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

①  $(x + 1)(x - 2)(x + 3)$

②  $(x - 1)(x + 2)(x + 3)$

③  $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$

④  $(x + 1)(x + 2)(x - 3)$

⑤  $(x - 1)(x - 2)(x + 3)$

해설

인수정리를 이용하면

$$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0 \text{ 이므로}$$

$$(\text{준식}) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$$

13.  $(a + 1)(a^2 - a + 1) = a^3 + 1$  을 이용하여  $\frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1}$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a = 1999$  라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a - 1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000 \end{aligned}$$

14. 실수  $k$ 에 대하여 복소수  $z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는  $k$ 의 값은?

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$z = 2(k-i) - k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 한다.

$$\begin{aligned}z &= 2(k-i) - k(1+i)^2 \\ &= 2k - 2i - 2ki \\ &= 2k - (2 + 2k)i\end{aligned}$$

허수 부분이 0이려면  $2 + 2k = 0$ 이어야 한다.

따라서  $k = -1$

15. 복소수  $z = (2 + i)a^2 + (1 + 4i)a + 2(2i - 3)$  이 순허수일 때, 실수  $a$ 의 값은?

① -2

② 1

③  $\frac{3}{2}$

④  $\frac{5}{2}$

⑤ 3

해설

$$z = (2a^2 + a - 6) + (a^2 + 4a + 4)i$$

순허수이므로  $2a^2 + a - 6 = 0$

$$\Rightarrow (a + 2)(2a - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -2 \text{ 또는 } a = \frac{3}{2}$$

그런데  $a = 2$ 이면,

$a^2 + 4a + 4 = 0$ 이 되어 순허수가 성립되지 않는다.

$$\therefore a = \frac{3}{2}$$

16. 실수  $x$  에 대하여 복소수  $(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$  가 순허수가 되도록 하는  $x$  의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(1+i)x^2 - (1+3i)x - (2-2i)$$

$$= (x^2 - x - 2) + (x^2 - 3x + 2)i$$

순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분) $\neq 0$ 이어야 하므로

$$x^2 - x - 2 = 0, \quad x^2 - 3x + 2 \neq 0$$

$$(i) \quad x^2 - x - 2 = 0 \text{ 에서 } (x+1)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$(ii) \quad x^2 - 3x + 2 \neq 0 \text{ 에서 } (x-1)(x-2) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 또는 } x \neq 2$$

따라서 (i), (ii)에 의하여  $x = -1$

17.  $a, b$ 가 실수일 때,  $(a + 2i)(3 + 4i) + 5(1 - bi) = 0$ 을 만족하는  $a, b$ 의 값의 합은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$(a + 2i)(3 + 4i) + 5(1 - bi) = 0$ 에서

$(3a - 3) + (4a - 5b + 6)i = 0$

$a, b$ 가 실수이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여  $3a - 3 = 0$ ,  $4a - 5b + 6 = 0$

$\therefore a = 1, b = 2$

따라서  $a + b = 3$ 이다.

18.  $\frac{2x + ay - b}{x - y - 1}$ 가  $x - y - 1 \neq 0$ 인 어떤  $x, y$ 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때,  $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\frac{2x + ay - b}{x - y - 1} = k \text{라 놓으면}$$

$$2x + ay - b = k(x - y - 1)$$

$x, y$ 에 대하여 정리하면,

$$(2 - k)x + (a + k)y - b + k = 0$$

위의 식이  $x, y$ 에 대한 항등식이어야 하므로

$$2 - k = 0, a + k = 0, -b + k = 0$$

$$\therefore k = 2, a = -2, b = 2$$

$$\therefore a - b = -4$$

19. 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ ,  $x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 1, 2일 때,  $f(x)$ 를  $x^2 - 3x + 2$ 로 나눈 나머지를 구하면?

①  $x-1$

②  $x+1$

③  $-x+1$

④  $x$

⑤  $-x$

해설

$$f(x) = (x-1)Q_1(x) + 1 \Rightarrow f(1) = 1$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + 2 \Rightarrow f(2) = 2$$

$f(x) = (x-1)(x-2)Q_3(x) + ax + b$ 라 하면,

$$f(1) = a + b = 1, \quad f(2) = 2a + b = 2 \text{이다.}$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 0 \text{이므로 나머지는 } x$$

20.  $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$  를 인수분해하면  $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$  이다.  $a+b+c-d$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

### 해설

$x^2 + x = A$  로 치환하면

$$\begin{aligned} & (x-3)(x-1)(x+2)(x+4) + 24 \\ &= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\} + 24 \\ &= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 12) + 24 \\ &= (A - 2)(A - 12) + 24 \\ &= A^2 - 14A + 48 = (A - 6)(A - 8) \\ &= (x^2 + x - 6)(x^2 + x - 8) \\ &= (x - 2)(x + 3)(x^2 + x - 8) \\ \therefore a + b + c - d &= -2 + 3 + 1 - (-8) = 10 \end{aligned}$$

21.  $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면  $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때,  $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{2x + (3y + 1)\} \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ \therefore a &= -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

22.  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = 2$ ,  $xyz = 3$  일 때,  $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$x + y + z = 1$ 을 변형하면

$$(\text{준식}) = (1 - z)(1 - x)(1 - y)$$

$$= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz$$

$$= 1 - 1 + 2 - 3 = -1$$

23.  $[a, b, c] = a(b^2 - c^2)$  일 때,  $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b]$  의 인수인 것은?

①  $a - b$

②  $b + c$

③  $c + a$

④  $a + b + c$

⑤  $abc$

해설

$$\begin{aligned} & [a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] \\ &= a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2) \\ &= ab^2 - ac^2 + bc^2 - ba^2 + ca^2 - cb^2 \\ &= a^2(c - b) - a(c^2 - b^2) + bc(c - b) \\ &= (c - b)\{a^2 - a(c + b) + bc\} \\ &= (c - b)(a - b)(a - c) \end{aligned}$$

24.  $z = \frac{1-i}{\sqrt{2}}$  일 때,  $z^{101} = (a+bi)z$  를 만족시키는 실수  $a, b$  에 대하여  $a^2 + b^2$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$z^2 = -i, z^4 = -1$$

$z^{101} = (a+bi)z$  에서 양변을  $z$  로 나누면

$$z^{100} = a+bi, (z^4)^{25} = (-1)^{25} = a+bi$$

$$\therefore a+bi = -1 \Rightarrow a = -1, b = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 1$$

25.  $a^2b^2(a-b) + b^2c^2(b-c) + c^2a^2(c-a)$  를 인수분해 하였을 때, 다음 중 인수가 아닌 것은?

①  $a - b$

②  $b - c$

③  $c - a$

④  $a + b + c$

⑤  $ab + bc + ca$

### 해설

문자가 여러 개일 경우 동차식이면 어느 한 문자에 대하여 정리하고

차수가 다르면 차수가 낮은 문자에 대해 정리한다.

$$\therefore (\text{준식}) = a^3b^2 - a^2b^3 + b^3c^2 - b^2c^3 + c^3a^2 - c^2a^3$$

$$= (b^2 - c^2)a^3 - (b^3 - c^3)a^2 + b^2c^2(b - c)$$

$$= (b - c)\{(b + c)a^3 - (b^2 + bc + c^2)a^2 + b^2c^2\}$$

$$= (b - c)\{(c^2 - a^2)b^2 - a^2(c - a)b - a^2c(c - a)\}$$

$$= (b - c)(c - a)\{(c + a)b^2 - a^2b - a^2c\}$$

$$= (b - c)(c - a)\{(b^2 - a^2)c + ab(b - a)\}$$

$$= (b - c)(c - a)(b - a)\{(b + a)c + ab\}$$

$$= -(a - b)(b - c)(c - a)(ab + bc + ca)$$

따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.